

## К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССООБМЕНА ПРИ СУШКЕ ДРЕВЕСИНЫ

roman-student@ya.ru

*В статье проанализированы существующие подходы к изучению процессов тепло- и массообмена. Выделены основные их недостатки. Предложена физическая модель сушки древесины и записана ее математическая модель.*

**Ключевые слова:** теплообмен, массообмен, парциальное давление

**Постановка проблемы.** Сушка древесины – энергоемкий и сложный по своей физической природе процесс. Для исследования путей возможной экономии энергетических ресурсов необходимо более детально понимать процессы тепло- и массообмена, что при этом характерно.

**Анализ публикаций.** Теория сушки основывается на физических моделях тепло- и массообменных процессов при фазовых превращениях и на формах связи влаги с коллоидными капиллярно-пористыми телами.

Перенос тепла и влаги определяется разницей потенциала переноса. Потенциалом переноса теплоты является температура. Этот потенциал получил свое строгое определение в термодинамике. Потенциал переноса влаги  $\Theta$  был введен А.В.Лыковым сравнительно недавно на основе термодинамической аналогии тепло- и массообмена [1]. За определением А.В.Лыкова, потенциал переноса влаги  $\Theta$  – это некоторая функция влагосодержания и внешних параметров, которые в состоянии термодинамического равновесия должны быть одинаковыми во всех частях тела или системы тел [1].

Для процессов массопереноса аналогично к удельной теплоемкости, что описывается уравнением

$$c = \frac{dQ}{dt}, \quad (1)$$

введено понятие удельной массоемкости, что характеризует изменение влагосодержания материала  $du$  (соотношение массы влаги к массе сухого тела) при изменении потенциала  $d\Theta$ ,

$$e = \frac{du}{d\Theta}. \quad (2)$$

Также по аналогии с явлением переноса теплоты, было записано уравнение, что описывает перенос массы вещества через единицу изопотенциальной поверхности в виде

$$i = -\chi \nabla \Theta, \quad (3)$$

где  $\nabla \Theta$  – градиент потенциала переноса вещества,  $\frac{ед.ном.}{м}$ ;  $\chi$  – коэффициент пропорциональности, аналогичен коэффициенту теплопроводности,  $\frac{к\mathcal{Z}}{с \cdot м \cdot од.ном.}$ .

Основываясь на введенных понятиях, тепловом и влажностном балансе элементарного объема, получена система дифференциальных уравнений [2], что в целом описывает процесс тепломассообмена в материале,

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \tau} = a' \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a' \delta_t \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}; \\ -c\rho_0 \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - r\varepsilon \rho_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\frac{\partial u}{\partial \tau}$  – изменение влагосодержания материала во времени;  $a'$  – коэффициент влагопроводности;  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  – изменение влажности материала по сечению (координате);  $\delta_t$  – термоградиентный коэффициент;  $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$  – изменение температуры материала по сечению (координате);  $\bar{c}$  – средняя теплоемкость материала;  $\rho_0$  – плотность абсолютно сухого тела;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $\frac{\partial t}{\partial \tau}$  – изменение температуры материала во времени;  $r$  – теплота фазового превращения;  $\varepsilon$  – коэффициент фазового перехода.

Уравнение потока вещества выведено в строгом соответствии к законам молекулярной диффузии, что было записано А.Фиком [3],

$$\frac{dC}{d\tau} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (5)$$

где  $\frac{dC}{d\tau}$  – изменение концентрации вещества во времени;  $D$  – коэффициент диффузии;  $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$  – изменение концентрации вещества по сечению (координате).

Движущей силой потока вещества в этом случае является градиент концентрации. Но потенциалом переноса вещества при фазовых превращениях, что характерны для процессов сушки, не может быть градиент концентрации вещества. То, что разница массы не может быть потенциалом переноса массы, утверждается в работе Б.С.Чудинова [4]. В свою очередь Г.С.Шубин пишет, что закон А.Фика никогда и не писался для условий неизотермичности процесса, также он никогда не записывался с целью установления особенностей микромеханизмов переноса массы [5].

**Цель статьи.** Целью данной работы является раскрытие физической картины процессов, что происходят в древесине во время сушки с дальнейшим ее математическим моделированием.

**Изложение основного материала.** Для досок тангенциального распила движение влаги будет осуществляться в основном через поры (природные мембраны), которые находятся в трахеидах перпендикулярно к плоскости распила. Если пренебречь клетками радиальных лучей и смоляными каналами, то очевидно, что в начальный момент времени свободная влага находится в «прямоугольных» по сечению порах. Вода в древесине может находиться в двух основных структурных элементах: в пустотах клеток, сосудов и капилляров – свободная влага, и в стенках клеточных оболочек – гигроскопическая или связанная влага. Максимальное количество связанной влаги, что может находиться в древесине, приблизительно одинакова для всех пород и при температуре 20 °С, составляет близко 30%. Вся влага, что выше 30% будет свободной [6].

При сушке влажной древесины в первую очередь из материала будет отводиться свободная влага и только после, когда влажность материала будет меньше 30%, начнет испаряться связанная влага. По мере отведения связанной влаги расстояние между стенками капилляров уменьшается, что приводит к усушке древесины и стремительного развития внутренних напряжений.

Сформулировать математическое описание, которое описывало механизмы теплообмена на всех стадиях сушки древесины достаточно сложная задача, поскольку механизмы переноса влаги в

материалах разной степени влажности различны. В статье ограничимся моделированием процесса сушки древесины с влажностью меньше 30%.

Исходя из вышесказанного для влажности материала ниже за гигроскопическую, что соответствует комбинированной сушке (естественной с камерной), можно предположить следующее развитие теплообменных процессов. Подведенная к «скелету» материала теплота частично идет на процесс теплопроводности, аккумуляцию теплоты и процесс испарения влаги, что содержится в клеточной оболочке капилляра. Влага, что испаряется с оболочки, поступает в пустоту капилляра, увеличивая при этом как влагосодержание воздуха капилляра, так и парциальное давление водяных паров в воздухе капилляра. Так создается градиент давления и осуществляется диффузия влаги из капилляра, т.е. происходит процесс сушки древесины.

При исследовании этого процесса понятен тот факт, что влага в материале – это не чистая вода, но так как основные термодинамические связи для органично-минеральных растворов, которые присутствуют в древесине, достаточным образом еще не изучены, то в первом приближении будем считать, что влага в древесине – вода.

Древесина характеризуется достаточно малым коэффициентом высыхания вдоль волокон, а размеры живого сечения большинства сушильных материалов – меньше за длину объекта сушки, то исследователи рассматривают доску в процессе сушки как двухмерное тело. Движение влаги в доске происходит в двух направлениях – перпендикулярно до пласти (большая площадь доски) и в направлении кромок (меньшая площадь доски). Ограничимся случаем досок тангенциального распила, в которых перемещение влаги осуществляется в основном перпендикулярно до пласти.

Сделанные допущения и ограничения упрощают модель процесса сушки доски к одномерной задаче процессов теплообмена, что осуществляется в бесконечно длинной осесимметричной пластине, которая омывается воздухом с двух сторон (рис.1).

Для разработки математической модели рассмотрим процесс переноса влаги в материале. Выделим  $j$ -тый элементарный объем  $dv = dx \cdot dy \cdot dz$  (рис.2) и запишем баланс теплоты и влаги в нем. Графически потоки теплоты и влаги показаны на рис.2. Элементарный объем изображен точкой.

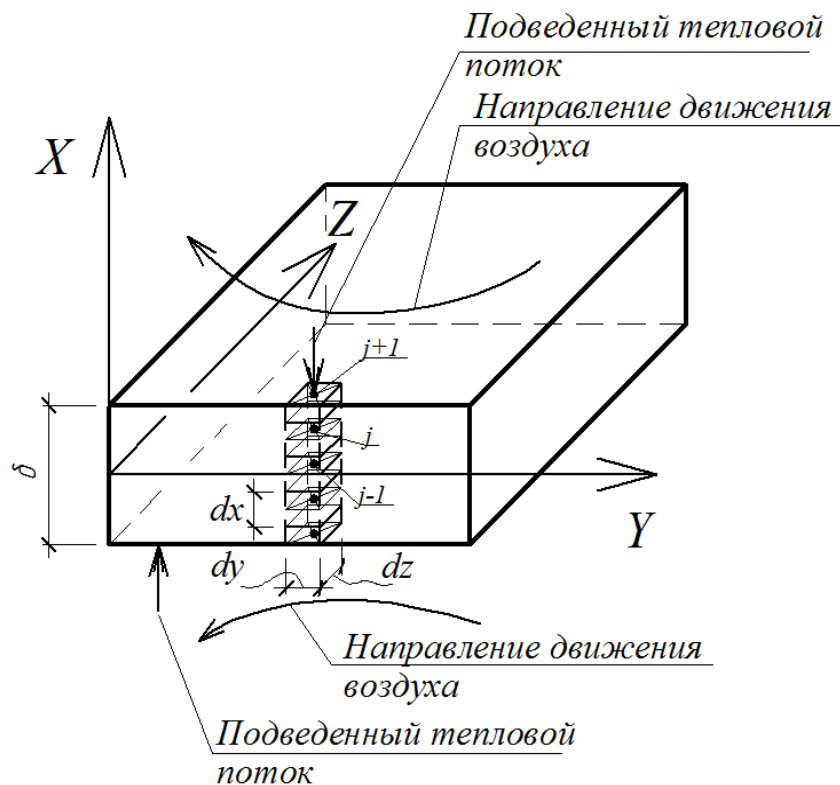


Рис. 1. Схема процесса сушки доски

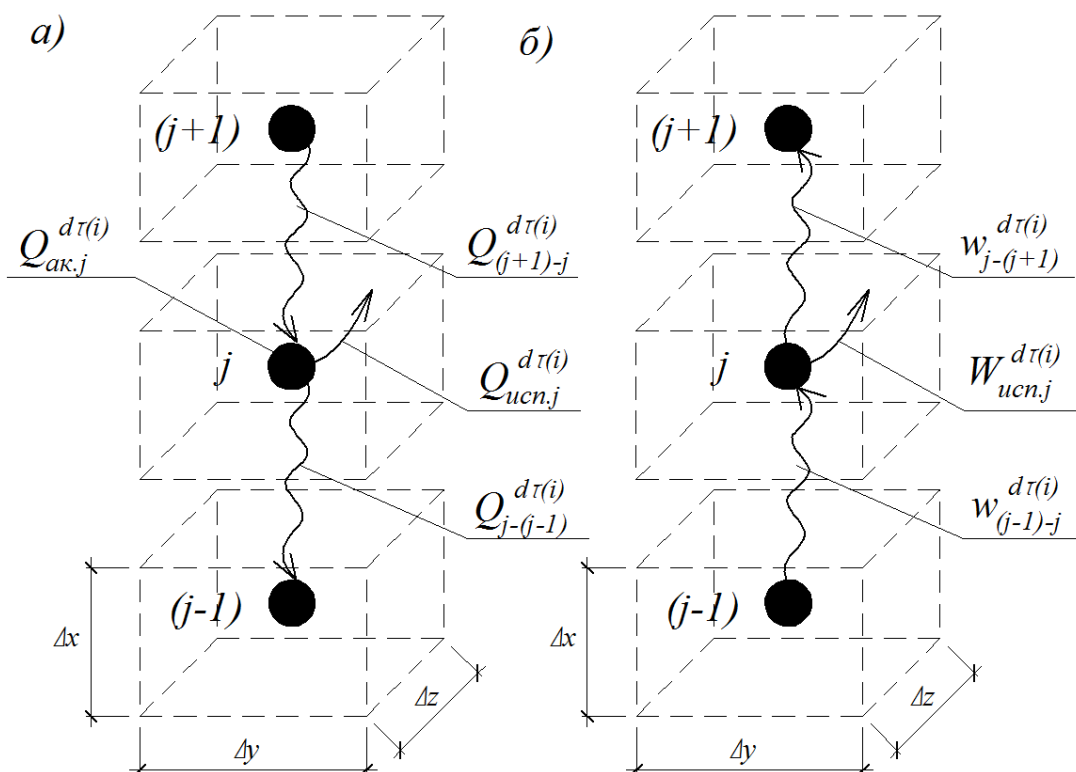


Рис. 2. Схема тепловых потоков (а) и потоков влаги (б) для элементарного объема

В общем случае подведенная теплота к  $j$ -тому элементарному объему  $Q_{(j+1)-j}^{d\tau(i)}$  будет использоваться не только на аккумуляцию теплоты  $Q_{ак,j}^{d\tau(i)}$  в данном объеме  $dv$  и

теплопроводность к соседнему узлу  $Q_{j-(j-1)}^{d\tau(i)}$ , но еще и на испарение влаги  $Q_{исп,j}^{d\tau(i)}$ , т.е. можно записать баланс по теплу в виде

$$Q_{(j+1)-j}^{d\tau(i)} = Q_{ак,j}^{d\tau(i)} + Q_{j-(j-1)}^{d\tau(i)} + Q_{исп,j}^{d\tau(i)}. \quad (6)$$

Уравнение (6) дает возможность определить температуру в каждом отдельном узле после прохождения некоторого промежутка

$$\frac{\lambda_j^{\tau(i)}}{\Delta x} (t_{j+1}^{\tau(i)} - t_j^{\tau(i)}) \Delta y \Delta z \Delta \tau_{(i)} = c_j^{\tau(i)} \rho_j^{\tau(i)} \Delta x \Delta y \Delta z \frac{t_j^{\tau(i+1)} - t_j^{\tau(i)}}{\Delta \tau_{(i)}} \Delta \tau_{(i)} + \frac{\lambda_j^{\tau(i)}}{\Delta x} (t_j^{\tau(i)} - t_{j-1}^{\tau(i)}) \Delta y \Delta z \Delta \tau_{(i)} + r_j^{\tau(i)} \rho_{e,j}^{\tau(i)} \Pi \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\Delta W_{ucn,j}^{d\tau(i)}}{\Delta \tau_{(i)}} \Delta \tau_{(i)}, \quad (7)$$

где  $\lambda_j^{\tau(i)}$  – коэффициент теплопроводности j-того узла в соответствующий момент времени  $\tau(i)$ ,  $\frac{Вт}{м \cdot ^\circ C}$ ;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  – соответственно размеры j-того элементарного узла, м;  $t_{j+1}^{\tau(i)}, t_j^{\tau(i)}, t_{j-1}^{\tau(i)}$  – температура соответственно (j+1)-вого, j-того та (j-1)-вого узлов в соответствующий момент времени  $\tau(i)$ ,  $^\circ C$ ;  $c_j^{\tau(i)}$  – теплоемкость материала j-того узла в соответствующий момент времени  $\tau(i)$ ,  $\frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C}$ ;  $\rho_j^{\tau(i)}$  – плотность материала j-того узла в соответствующий момент времени  $\tau(i)$ ,  $\frac{кг}{м^3}$ ;

времени  $d\tau$ . Уравнение (6) запишем в развернутом виде

$\rho_{e,j}^{\tau(i)}$  – плотность воздуха j-того узла в соответствующий момент времени  $\tau(i)$ ,  $\frac{кг}{м^3}$ ;  $r_j^{\tau(i)}$  – теплота фазового превращения j-того узла в соответствующий момент времени  $\tau(i)$ ,  $\frac{Дж}{кг}$ ;  $\Delta \tau_{(i)}$  – i-тый временной шаг, с;  $\Delta W_{ucn,j}^{d\tau(i)}$  – изменение влагосодержания воздуха узла в процессе испарения,  $\frac{кг(води)}{кг(сух. пов.)}$ ;  $\Pi$  – пористость материала (соотношение объема пор к объему материала).

Поделив уравнение (7) на  $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau_{(i)}$ , после группировки можно записать

$$c_j^{\tau(i)} \rho_j^{\tau(i)} \frac{t_j^{\tau(i+1)} - t_j^{\tau(i)}}{\Delta \tau_{(i)}} = \lambda_j^{\tau(i)} \frac{t_{j+1}^{\tau(i)} - 2t_j^{\tau(i)} + t_{j-1}^{\tau(i)}}{(\Delta x)^2} - r_j^{\tau(i)} \rho_{e,j}^{\tau(i)} \Pi \frac{\Delta W_{ucn,j}^{d\tau(i)}}{\Delta \tau_{(i)}}$$

что в дифференциальной форме будет иметь вид

$$c\rho \frac{dt}{d\tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - r\rho\Pi \frac{dw_{ucn.}}{d\tau}. \quad (8)$$

Баланс по влаге j-того узла можно представить в виде

$$W_j^{\tau(i+1)} - W_j^{\tau(i)} = W_{(j-1)-j}^{d\tau(i)} - W_{j-(j+1)}^{d\tau(i)} + W_{eci,j}^{d\tau(i)}, \quad (9)$$

где  $W_j^{\tau(i+1)}, W_j^{\tau(i)}$  – количество влаги в воздухе j-того узла соответственно в конце и в начале

интервала времени, кг;  $W_{(j-1)-j}^{d\tau(i)}, W_{j-(j+1)}^{d\tau(i)}$  – количество влаги в воздухе j-того узла, что перешла соответственно с (j-1)-вого у j-тый узел и с j-того узла в (j+1)-вый узел за соответствующий промежуток времени, кг;  $W_{eci,j}^{d\tau(i)}$  – количество влаги, что испарилась с материала в воздух узла за соответствующий промежуток времени, кг.

В развернутом виде уравнение (9) будет иметь вид

$$\Pi \rho_{e,j}^{\tau(i)} \Delta x \Delta y \Delta z (w_j^{\tau(i+1)} - w_j^{\tau(i)}) = \frac{\beta_j^{\tau(i)}}{\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta \tau_{(i)} (P_{j-1}^{\tau(i)} - 2P_j^{\tau(i)} + P_{j+1}^{\tau(i)}) + \Pi \rho_{e,j}^{\tau(i)} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta W_{ucn,j}^{d\tau(i)}, \quad (10)$$

где  $w_j^{\tau(i+1)}, w_j^{\tau(i)}$  – влагосодержание воздуха в j-том узле в соответствующий момент времени, кг/кг;  $\beta_j^{\tau(i)}$  – коэффициент переноса влаги отнесенный к разности парциальных давлений,  $\frac{кг}{с \cdot м \cdot Па}$ ;  $P_j^{\tau(i)}$  – парциальное давление водяных паров в воздухе j-того узла в соответствующий момент времени, Па.

Поделим уравнение (10) на  $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau_{(i)}$ , результат запишем в дифференциальном виде

$$\frac{dw}{d\tau} = \frac{\beta}{\Pi \rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{dw_{ucn.}}{d\tau}. \quad (11)$$

Для решения уравнений теплового баланса (8) и баланса по влаге (11) элементарного объема **необходимо записать еще одно уравнение**, которое должно характеризовать количество влаги, что будет испаряться с

материала в воздух капилляра. Это уравнение имеет вид

$$W_{исн.j}^{d\tau(i)} = e_j^{\tau(i)} f (P_{j.нас.}^{\tau(i)} - P_j^{\tau(i)}) \Delta\tau_{(i)}, \quad (12)$$

где  $P_{j.нас.}^{\tau(i)}$  – парциальное давление водяных паров в состоянии насыщения (возле смоченной поверхности материала), Па;  $e_j^{\tau(i)}$  – коэффициент массообмена, который характеризует процесс испарения влаги с материала в его воздушную среду,  $\frac{кг}{с \cdot м^2 \cdot Па}$ ;  $f$  – площадь стенок капилляров (узлов),  $м^2$ .

Для определения площади испарения  $f$ , примем допущение, что элементарный объем  $dV$  вмещает некоторое количество капилляр одного диаметра  $R$ ,  $м$ , тогда

$$f = \frac{\Pi \Delta x \Delta y \Delta z}{R}. \quad (13)$$

Уравнение, что характеризует связь между абсолютной влажностью  $W_{исн.j}^{d\tau(i)}$ ,  $кг$ , что испарилась, и увеличения влагосодержания воздуха в капилляре материала  $\Delta W_{исн.j}^{d\tau(i)}$ ,  $кг/кг$ , за счет испарения, имеет вид

$$W_{исн.j}^{d\tau(i)} = \Pi \rho_{в.j}^{\tau(i)} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta W_{исн.j}^{d\tau(i)}. \quad (14)$$

Тогда, учитывая (13) и (14) уравнение (12) после сокращения примет вид

$$\frac{\Delta W_{исн.j}^{d\tau(i)}}{\Delta\tau_{(i)}} = \frac{e_j^{\tau(i)}}{\rho_{в.j}^{\tau(i)} R} (P_{j.нас.}^{\tau(i)} - P_j^{\tau(i)}),$$

что в дифференциальной форме равно

$$\frac{dW_{исн.}}{d\tau} = \frac{e}{\rho R} (P_{нас.} - P). \quad (15)$$

#### Выводы

1. В статье проанализированы существующие подходы к изучению процессов теплообмена и установлено, что предложенная модель А.В. Лыкова несовершенна, т.к. имеет в себе коэффициент фазового перехода, что скрывает механизм переноса влаги.

2. Потенциал, что заставляет влагу двигаться, при различной влажности материала разный. При условиях, когда происходят фазовые превращения влаги, потенциалом переноса не может быть разность влажности материала (влагосодержание материала  $du$ ).

3. Более универсальным потенциалом переноса влаги является парциальное давление, т.к. динамические процессы более полно описывают физические величины, что являются мерой кинетической энергии.

4. Тепловой и влажностный баланс не раскрывает всей сути процесса сушки, т.к. их уравнения имеют третью независимую составляющую – количество влаги, что испарилась.

5. Предложена физическая модель и разработана математическая модель для расчета процессов теплообмена, что происходят в массиве древесины при ее сушке. Математическая модель дает возможность проследить изменение температуры и влажности в массиве древесины.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 372с.
2. Мягкохліб Р.С. Аналіз процесів тепло масообміну при сушінні деревини // Збірник наукових праць Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава: ПНТУ, 2007 р. – № 20. – С. 183-189.
3. Лыков А.В. Теплообмен. М.: Энергия, 1972.- 562с.
4. Чудинов Б.С. Вода в древесине. – Новосибирск: Наука, 1984. – 267 с.
5. Шубин Г.С. Сушка и тепловая обработка древесины. – М.: Лесная промышленность, 1990. – 336 с.
6. Кречетов И.В. Сушка древесины.–М–Л.: Гослесбумиздат, 1949.– 527с.