

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.34031/2071-7318-2026-11-8-125-136

¹*Огурцов В.А., ¹Опарина Л.А., ¹Таничев М.В., ¹Шенберева А.В., ²Огурцов А.В.¹Ивановский государственный политехнический университет²Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина

*E-mail: ogurtzovvawork@mail.ru

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ СЫПУЧИХ СМЕСЕЙ В ВИБРАЦИОННОМ АППАРАТЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ

Аннотация. Качество сухих строительных смесей определяется их однородностью, что напрямую зависит от эффективности работы смесителей, среди которых для бережного и интенсивного смешивания сыпучих материалов различной плотности и дисперсности применяются вибрационные смесители. Однако процесс осложняется явлением сегрегации частиц и необходимостью учета случайных характеристик материалов и параметров вибровоздействия. Для описания процесса перемешивания авторами статьи предложен вероятностный подход с использованием уравнения конвективной диффузии. Для решения указанного уравнения перспективным представляется применение стохастического подхода на основе аппарата цепей Маркова. В рамках данной парадигмы производится дискретизация рабочего объема смесителя на набор ячеек идеального смешения, а перенос материальных компонентов описывается посредством матрицы переходных вероятностей, определяющей кинетику пространственного перераспределения частиц. Модель позволяет прогнозировать распределение компонентов в смеси с учетом случайных факторов. Имитационное моделирование подтвердило адекватность описания процессов виброоживления и перемешивания, включая диффузионные и сегрегационные механизмы. Методика определения стохастических коэффициентов модели апробирована на виртуальной имитационной установке – цифровом компьютерном двойнике вибрационного аппарата периодического действия. Предложенный подход позволяет количественно оценить эффективность вибрационного смешивания. Модель может быть использована для проектирования технологических линий и управления качеством строительных смесей. Дальнейшие исследования целесообразно направить на учет реальных реологических свойств материалов.

Ключевые слова: сыпучие смеси; перемешивание; цепи Маркова, диффузия; сегрегация, вектор-столбец, матрица переходных вероятностей.

Введение. Современная строительная индустрия демонстрирует устойчивую тенденцию к переходу на многокомпонентные дисперсные системы заводского изготовления, обладающие нормируемыми реологическими и прочностными характеристиками. Данные композиты находят применение в качестве модифицированных кладочных растворов, штукатурных составов различного функционального назначения, выравнивающих и ремонтных композиций, а также материалов финишной отделки. Технологическое превосходство таких систем над традиционными цементно-песчаными растворами заключается в возможности точного дозирования компонентов и целенаправленного формирования микроструктуры материала. Критически важным параметром качества выступает пространственная однородность распределения частиц вяжущего, заполнителей и модифицирующих добавок по объему композита, определяющая воспроизводимость его эксплуатационных характеристик [1, 2]. Ключевым технологическим звеном в производственной цепи является

операция гомогенизации, эффективность которой детерминирована выбором смесительного оборудования [3, 4]. Перспективным направлением признано использование аппаратов вибрационного действия, в которых передача колебательной энергии сыпучей среде индуцирует переход материала в псевдооживленное состояние. Физическая сущность данного явления заключается в редукции сил межчастичного трения и активации двух доминирующих механизмов миграции ансамбля частиц: диффузионного переноса, обусловленного стохастическими соударениями частиц и конвективного перемешивания, связанного с макроскопическими движениями псевдооживленного слоя [5, 6]. Такое комбинированное воздействие обеспечивает интенсивное взаимное проникновение компонентов с формированием высокооднородной микроструктуры, что принципиально недостижимо в традиционных гравитационных или лопастных смесителях.

Вибрационные смесители – это специализированное оборудование, которое используется

для эффективного смешивания сыпучих материалов, обладающих определенными свойствами, там, где традиционные лопастные и шнековые смесители могут быть неэффективны или даже вредны. Вибрационные смесители оптимальны для работы со следующими типами материалов: сыпучие материалы с сильно различающейся плотностью и размером частиц, смеси цемента и легких заполнителей (керамзита), металлических порошков и полимеров, сухих строительных смесей с разными наполнителями. Вибрация интенсифицирует процесс диффузионного смешивания, предотвращая быструю сегрегацию (расслоение), которая неизбежно происходит в гравитационных или лопастных смесителях из-за разницы в массе и размере частиц. Отсутствие механических лопастей исключает истирание, измельчение и разрушение частиц, что сохраняет их фракционный состав и снижает износ самого оборудования. Вибрация высокой интенсивности эффективно разрушает агломераты и комки за счет ударных воздействий и деформации всего объема смеси, обеспечивая получение однородного продукта.

При производстве сухих строительных смесей экспериментальное исследование перемешивания остается единственным вариантом определения технологических режимов смесителей, обеспечивающих приемлемое качество процесса. Возникает методологическая проблема: любые модификации рецептуры смесей, режимных параметров или конструктивных особенностей оборудования требуют проведения повторных ресурсоемких экспериментальных исследований. В этой связи целью данной статьи является разработка предиктивной математической модели нового поколения, способной интегрировать многофакторность реального технологического процесса через учет нелинейной зависимости физико-механических характеристик от состава, динамики изменения режимных параметров оборудования, пространственной неоднородности рабочих зон аппаратов. Создание таких

имитационных комплексов представляет собой стратегическую задачу, решение которой позволит перейти от эмпирического подхода к детерминированному управлению процессами структурообразования в дисперсных системах.

Материалы и методы. В контексте моделирования процессов перемешивания гетерогенных сыпучих сред нами обоснована методологическая перспективность применения вероятностного формализма. Данный подход демонстрирует исключительную адекватность при описании систем, характеризующихся статистической природой взаимодействий между частицами с полимодальным распределением физико-механических характеристик, существенной неопределенностью, обусловленной вариативностью реологических параметров дисперсных компонентов, кинематических режимов работы оборудования, геометрических особенностей аппаратного оформления, нелинейным характером процессов массопереноса в условиях виброактивации. Вероятностная парадигма позволяет осуществить синтез детерминированных и стохастических моделей, обеспечивая тем самым универсальность математического описания независимо от специфики технологической реализации процесса. Это создает методологический базис для разработки прогностических моделей нового поколения, способных к адаптации при изменении как рецептурных, так и аппаратурно-технологических параметров.

Наиболее информационной является модель, описывающая эволюцию расширенных показателей процесса перемешивания, например, концентрацию ключевого компонента в различных точках объема смесителя, сводится к уравнению конвективной диффузии или уравнению Фоккера-Планка-Колмогорова [7-9], которое часто упрощают до одномерного уравнения, записанного для определяющей координаты процесса, например, оси x

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(c(x,t)V) + \frac{\partial}{\partial x}D \frac{\partial c(x,t)}{\partial x}, \quad (1)$$

где $c(x, t)$ – концентрация частиц ключевого компонента в смеси частиц сыпучего материала, которая адекватна плотности вероятности распределения этих частиц по виброожиженному слою в зависимости от положения x и времени t ; D – коэффициент макродиффузии, количественно характеризующий стохастическое перемещение частиц аналогично броуновскому движению, V – скорость сегрегационного переноса, описывающую направленный перенос частиц под действием гравитационно-инерционных сил, приводящих к гранулометрической стратификации.

Граничные условия задачи отражают рефлексивный характер взаимодействия дисперсной фазы с граничными поверхностями, исключая массобмен через границы системы. Начальное состояние описывается пространственным распределением концентрации ключевого компонента в момент инициализации процесса. Аналитическое решение уравнения (1) представляет собой спектральное разложение в виде функциональных рядов Фурье, описывающих эволюцию поля концентраций. Следует от-

метить, что при малом времени процесса приходится сохранять большое число членов рядов Фурье из-за их плохой сходимости, а также решать численными методами трансцендентное уравнение, находя собственные числа для каждого члена ряда [10]. Формальное описание кинетики миграции частиц в рамках аналитического подхода приводит к созданию чрезвычайно громоздкого математического аппарата, ограничивающего его практическое применение для инженерных расчетов.

Математическая модель процесса периодического вибрационного перемешивания существенно упрощается, если использовать теорию цепей Маркова, которая с успехом применялась для описания процессов переработки дисперсных сред [11-15].

Слой материала в аппарате разобьем по высоте на n ячеек конечного размера, каждая из которых имеет высоту Δx (рис. 1).

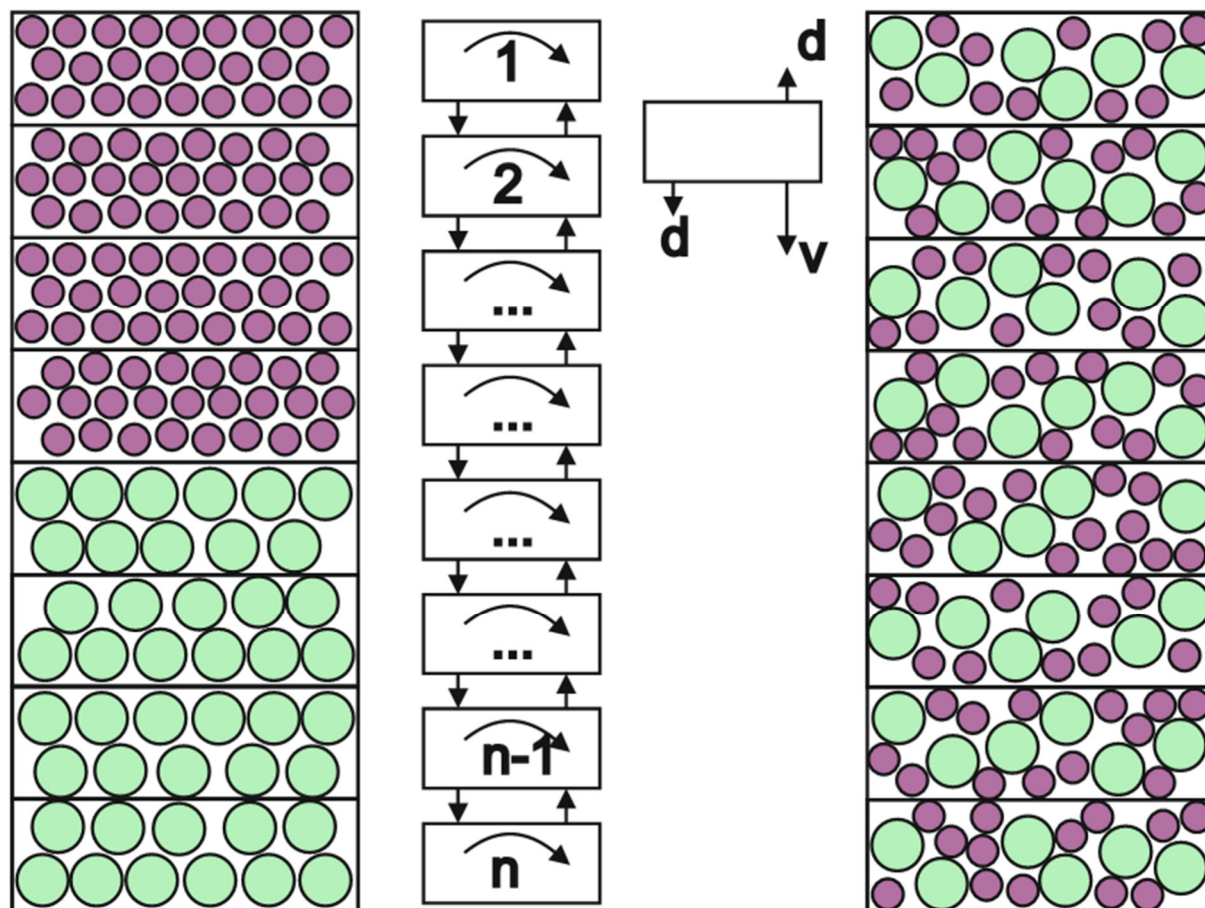


Рис. 1. Ячеечная модель процесса перемешивания, вероятности возможных переходов частиц ключевого компонента из ячейки цепи, промежуточное состояние смеси

Процесс характеризуется в дискретные временные интервалы $t_k = (k-1)\Delta t$, где Δt представляет длительность одного элементарного перехода, а k является порядковым номером шага, выступая дискретным аналогом временной координаты. В рамках каждого временного интервала Δt допустимы переходы исключительно между смежными ячейками системы. Математическое описание процесса целесообразно представить в матричной форме. Пространственное распределение частиц ключевого компонента смеси по ячейкам аппроксимируется вектором-столбцом вида:

$$S = \begin{pmatrix} S_1 \\ \dots \\ S_{j-1} \\ S_j \\ S_{j+1} \\ \dots \\ S_n \end{pmatrix} \quad (2)$$

где S_j^k характеризует вероятность обнаружения частицы в j -й ячейке в момент t_k , которая адекватна концентрации частиц ключевого компонента в соответствующей ячейке цепи.

Эволюция состояния системы в дискретные моменты времени описывается рекуррентным матричным уравнением:

$$S^{k+1} = M * S^k, \quad (3)$$

где M – матрица переходных вероятностей, имеющая размер $n \times n$, обладающая свойством не-

$$M = \begin{pmatrix} 1-d-v(1-S_2^k) & d & 0 & \dots & 0 & 0 \\ v(1-S_2^k)+d & 1-2d-v(1-S_3^k) & d & \dots & 0 & 0 \\ 0 & v(1-S_3^k)+d & 1-2d-v(1-S_4^k) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1-2d-v(1-S_n^k) & d \\ 0 & 0 & 0 & \dots & v(1-S_n^k)+d & 1-d \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Элементы матрицы M определяют вероятности перехода частиц ключевого компонента между соседними ячейками за один временной шаг Δt . Диагональные элементы M_{jj} соответствуют вероятности, когда частицы остаются в j -й ячейке. Наддиагональные элементы $M_{j,j+1}=d$ описывают вероятность диффузионного перехода вверх. Поддиагональные элементы $M_{j,j-1}=v(1-S_j^k)+d$ учитывают как диффузионный, так и сегрегационный перенос вниз, причем сегрегационная компонента зависит от текущей заполненности нижележащей ячейки. Таким образом, структура матрицы обеспечивает нелинейную обратную связь, что позволяет моделировать эффекты насыщения и ограниченной емкости ячеек.

Безразмерная диффузионная компонента определяется законом Фика:

$$d = D \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad (5)$$

Вероятность конвективных переходов определяются как

$$v = V \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad (6)$$

Особенностью модели является нелинейная зависимость переходных вероятностей от текущего состояния системы через множители $(1 - S_{j+1}^k)$, что физически интерпретируется как учет ограниченной емкости ячеек. То есть учитывается способность ячейки $j+1$ принимать частицы из ячейки j . Это обеспечивает адекватное описание процессов перераспределения материала в условиях насыщения. Матрица M осуществляет дискретное преобразование вектора состояния системы на каждом временном шаге, моделируя конкуренцию стохастического диффузионного перемешивания и направленной сегрегационной миграции.

Основная часть. Математический аппарат теории цепей Маркова позволяет формализовать закономерности периодического перемешивания сыпучих сред. Данный подход обеспечивает создание эффективного алгоритма для расчета ключевых показателей процесса. Разработанная в среде MATLAB ячеечная модель обладает значительным потенциалом для анализа сложных физико-химических процессов в виброожижен-

линейной зависимости от текущего распределения частиц. Матрица переходных вероятностей M реализуется в виде трехдиагональной структуры специального вида:

ном слое. Ее архитектура позволяет интегрировать ключевые физические явления, такие как хаотичной диффузионный процесс и направленную сегрегацию, а также оперировать широким спектром граничных условий, связанных с вводом сыпучей среды в аппарат. Важным достоинством модели является ее масштабируемость – возможность наращивания сложности без потери устойчивости, что делает ее эффективным инструментом для исследования многопараметрических систем.

Физико-механическая сущность сыпучей среды абстрагирована в ячеечной модели посредством набора стохастических коэффициентов. Каждый коэффициент является носителем информации о физико-механической идентичности материала (гранулометрический состав, форма зерен, плотность, коэффициенты трения, коэффициенты восстановления скорости при ударе частиц друг о друга и о стенки и дно смесителя, и другие). Стохастические параметры так же учитывают вибрационное воздействие смесителя на сыпучую среду (амплитуду, частоту, вид колебаний) [16-17].

Для каждой модальности частиц ключевого компонента и заданного режима вибрации коэффициенты принимают детерминированные значения, обеспечивая адекватность описания процесса.

Расчет временных и пространственных характеристик процессов перемешивания требует не более 60 секунд машинного времени на один режим. Такая производительность позволяет оперативно проводить параметрический анализ процесса перемешивания.

На рис. 2 показано влияние параметров модели процесса на качество смеси и кинетику ее формирования.

Слой материала в аппарате разбит на восемь ячеек. В начальный момент времени частицы ключевого компонента находятся в четырех первых ячейках слоя. Заметим, что равномерное распределение частиц ключевого компонента достигается только, если частицы не склонны к сегрегации (рис. 2А). При наличии сегрегации (рис. 2Б, 2В, 2Г) характер эволюции состояния смеси и ее приемлемое качество может иметь конкрет-

ное время смешивания, при котором следует прервать процесс. С этого момента времени дальнейшее смешивание не только бесполезно, но и

вредно.

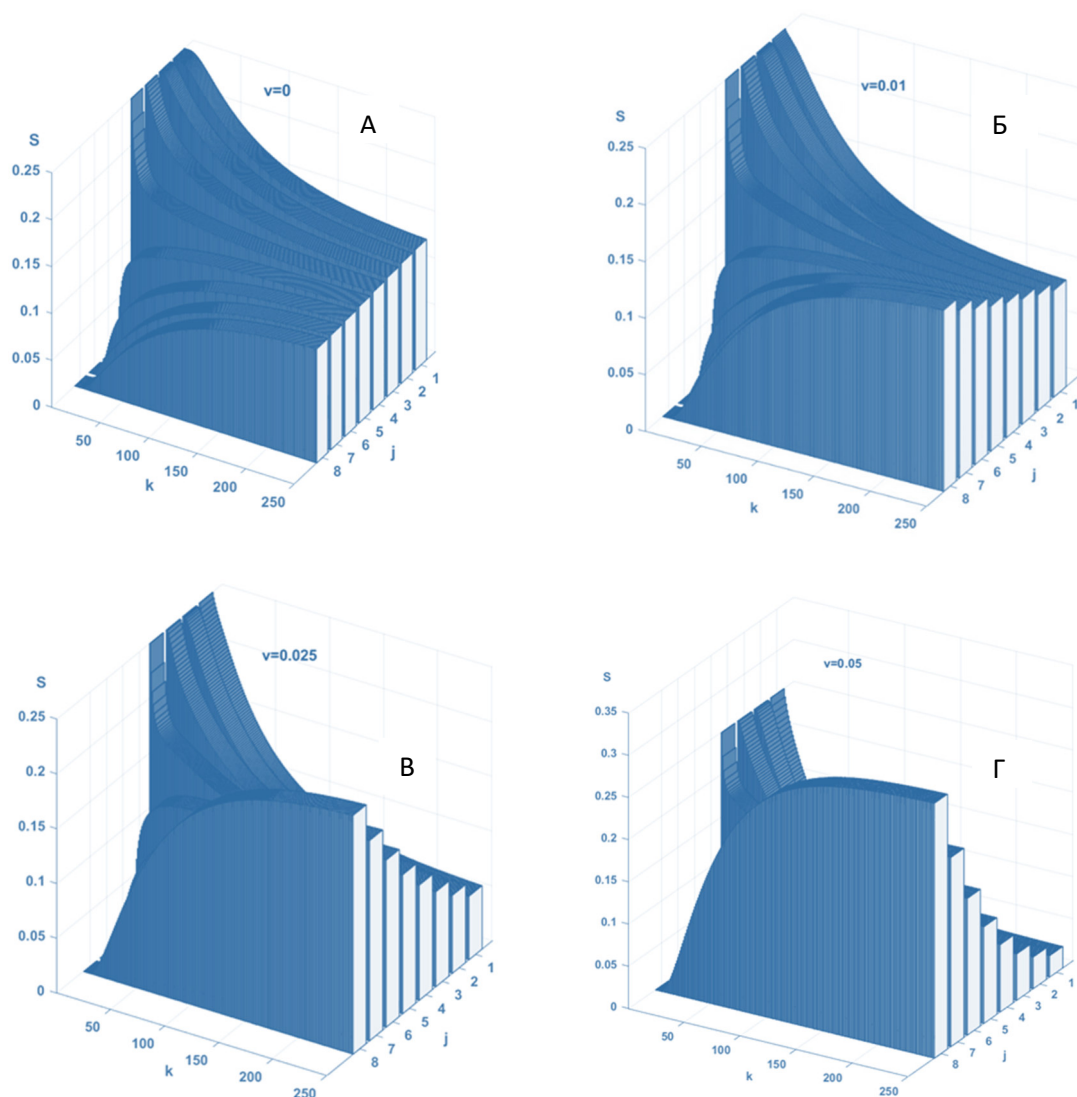


Рис. 2. Состояния смеси при различных скоростях сегрегации (коэффициент диффузии $d = 0,1$)

Качество смеси оценивалось с помощью среднеквадратичного отклонения концентрации частиц ключевого компонента от их идеального распределения в ячейках цепи:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (S_j - \bar{S}_j)^2}, \quad (8)$$

где S_j - концентрация частиц ключевого компонента в ячейке с номером j , $\bar{S}_j$ - концентрация частиц ключевого компонента в ячейке с номером j при их идеальном распределении по ячейкам цепи.

На рис. 3 представлена эволюция неоднородности смеси при отсутствии и наличии сегрегации.

Из рис. 3 видно, что без сегрегации ключевой компонент стремится равномерно распределиться в ячейках цепи. При сегрегации среднеквадратичное отклонение содержания ключевого

компонента достигает минимума. Это означает, что при данной скорости сегрегации лучшего качества смеси не получить. С ростом скорости сегрегации значение этого минимума по времени процесса наступает раньше. Чем выше скорость сегрегации, тем хуже качество смеси.

Численные эксперименты с моделью показывают, что сегрегация – это не случайность, а закономерный физический процесс, вытекающий из природы сыпучих сред. Ее нельзя полностью устранить, но можно и нужно предвидеть, минимизировать и управлять ею. Это возможно с помощью подбора режима вибровоздействия миксера на сыпучую среду.

В целях разработки и последующей валидации методики идентификации стохастических параметров математической модели, а также для доказательства ее адекватности реальному тех-

нологическому процессу, была создана специализированная вычислительная имитационная виртуальная модель, предназначенная для исследования кинетики перемешивания бинарной сыпучей композиции.

Имитационное моделирование было реализовано в среде профессионального программ-

ного комплекса для 3D-моделирования и анимации. В рамках данного программного обеспечения средствами параметрического моделирования и встроенного физического движка был воссоздан рабочий орган вибрационного смесителя с заданными геометрическими и кинематическими характеристиками.

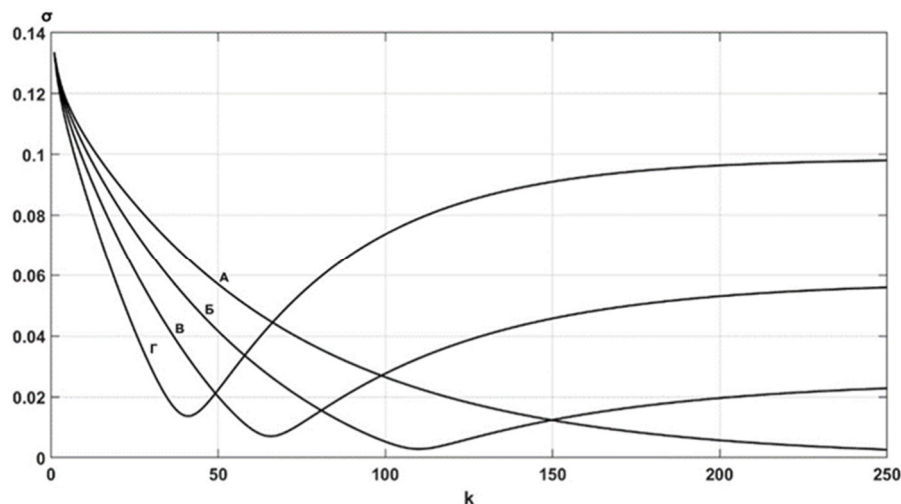


Рис. 3. Зависимость неоднородности смеси от времени процесса перемешивания:
А – $v = 0$; Б – $v = 0,01$; В – $v = 0,025$; Г – $v = 0,05$ ($d = 0,1$; $n = 8$)

Динамика движения частиц смеси, которым были присвоены детерминированные физико-механические свойства (плотность, коэффициент трения, упругость), рассчитывалась с применением модуля имитации физических процессов. Данный модуль позволил интегрировать уравнения движения для дискретного ансамбля частиц с учетом внешнего вибрационного воздействия и взаимодействий между частицами.

Результатом работы имитационной модели являлось визуализированное представление процесса пространственно-временного распределения частиц в рабочей камере смесителя в режиме реального времени, которое выводилось в отдельном интерфейсном окне вычислительной системы (визуализация процесса представлена на рис. 4). Полученная анимационная модель служила основой для качественного и количественного анализа кинетики процесса и последующего сопоставления с прогнозами, полученными по стохастической ячеечной модели.

В компьютерном эксперименте использовались частицы двух размеров – крупные (10 мм) и мелкие (4 мм). Изначально они были уложены ровными слоями друг над другом, как аккуратно сложенные шарики (рис. 4А). В момент включения смесителя, частицы начинали перемещаться, минимизируя межзерновую пустотность (рис. 4Б). Мелкие частицы (которые были основным объектом исследования) в начале процесса занимали 4 верхних ячейки. Общая высота слоя смеси

составляла 8 ячеек одинакового объема.

Метод компьютерного моделирования обеспечил возможность детального мониторинга траекторий движения каждой из частиц в объеме смесителя. Была проведена количественная оценка распределения мелких частиц в каждой расчетной ячейке контролируемого слоя в дискретные временные интервалы (рис. 4В, 4Г), что является принципиально недостижимой задачей для натурного промышленного эксперимента или лабораторного смесительного оборудования.

На рис. 5 представлены результаты сравнения расчетного и экспериментального распределение частиц ключевого компонента смеси по высоте смесителя. Компьютерный эксперимент проводился при частоте вертикальных колебаний 8 Гц и амплитуде 2 мм. Идентификация опытного и расчетного распределения концентраций ключевого компонента по высоте смесителя в фиксированные моменты времени позволила определить безразмерную скорость сегрегации и безразмерный коэффициент диффузии мелких частиц, которые для приведенного эксперимента составили $v=0,063$, $d=0,008$.

На основе метода статистического анализа данных, изложенных в [18, 19], по ячеечной модели и виртуального компьютерного эксперимента можно сделать следующие выводы:

- среднее квадратичное отклонение (RMSE) составляет примерно 0,025, что указывает на

практически полное соответствие модели экспериментальным данным. RMSE близок к нулю, что говорит о малой погрешности модели;

- коэффициент детерминации $R^2 = 0,995$, что означает, что модель объясняет около 99,5 % дисперсии экспериментальных данных.

Этот результат свидетельствует о высокой точности модели. Таким образом, предложенная

ячеечная модель точно предсказывает распределение компонента по ячейкам смесителя, особенно в областях с высокой концентрацией.

Практическое применение предложенной модели может быть реализовано при проектировании технологических линий производства сухих строительных смесей. Алгоритм её применения включает следующие этапы.

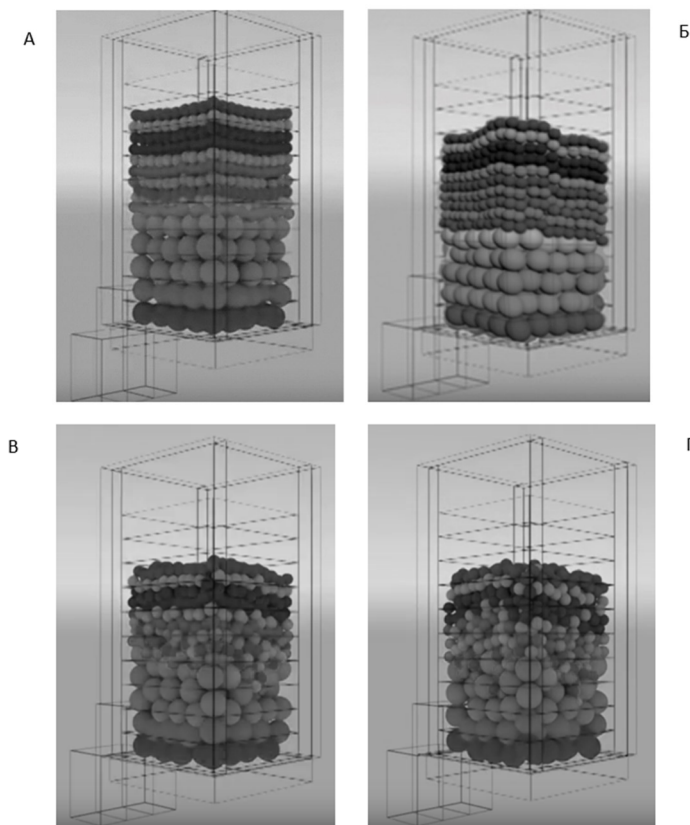


Рис. 4. Виртуальная модель движения частиц сыпучего материала в вибрационном смесителе в разные моменты времени: А – исходное состояние; Б – начало вибровоздействия смесителя на сыпучую среду; В – время перемешивания 5 секунд; Г – время перемешивания 7,5 секунд

Проводится идентификация стохастических параметров модели. На основе лабораторных или виртуальных экспериментов определяются безразмерные коэффициенты диффузии и сегрегации для конкретного типа смеси и режима вибрации. В среде MATLAB проводится серия расчётов для различных времён смешивания и начальных распределений компонентов. Проводится оптимизация времени смешивания. По критерию минимума среднеквадратичного отклонения концентрации частиц ключевого компонента от их идеального распределения в ячейках цепи определяется рациональная продолжительность процесса, при которой достигается наилучшая однородность. На основе полученных данных корректируются параметры вибрационного смесителя (частота, амплитуда) для минимизации сегрегации и энергопотребления. Такой подход

позволяет перейти от эмпирического подбора режимов к научно обоснованному проектированию процессов перемешивания.

Выводы. Разработанный вероятностный подход на основе аппарата цепей Маркова представляет собой адекватный математический инструмент для моделирования процессов перемешивания в вибрационных смесителях. Дискретная ячеечная модель с матрицей переходных вероятностей успешно описывает: конвективно-диффузионные процессы в виброожиженном слое; влияние сегрегационных механизмов на кинетику смешивания; пространственно-временное распределение частиц в рабочем объеме. Виброожижение сыпучей среды идентифицировано как ключевой механизм, обеспечивающий редукцию сил трения между частицами, активацию диффузионных процессов, интенсификацию гомогенизации смеси. При этом сегрегационные

явления остаются критическим фактором, требующим активного подавления через оптимизацию параметров вибрации, выбор специализированного оборудования, разработку адаптивных алгоритмов управления.

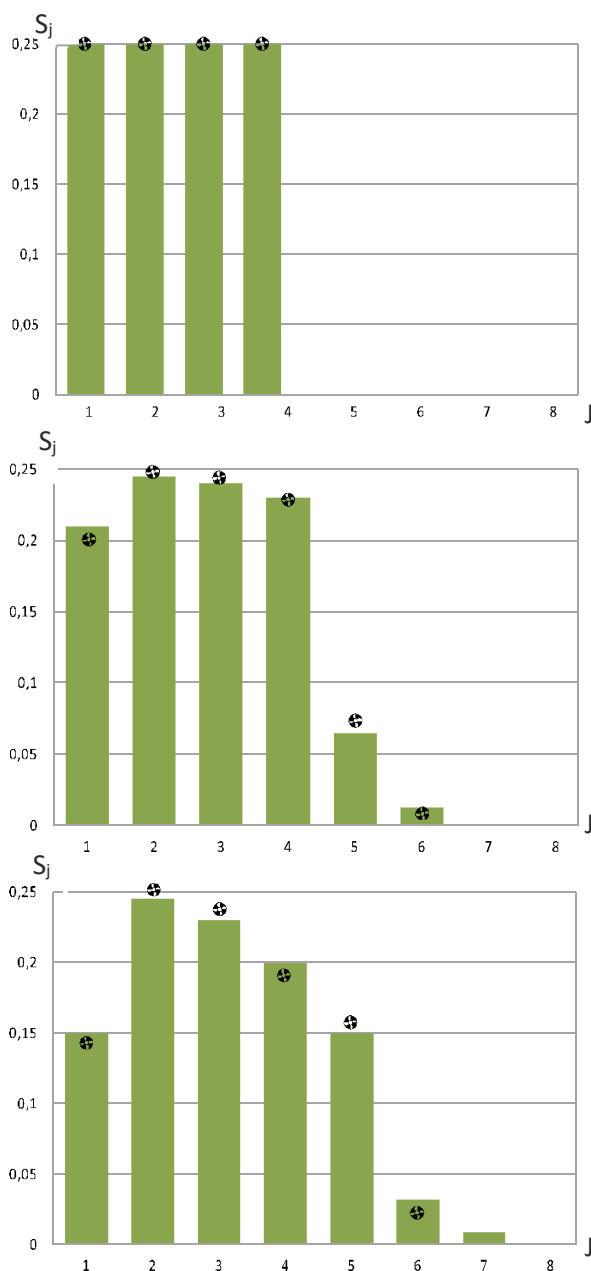


Рис. 5. Распределение ключевого компонента смеси по высоте смесителя:

А – начальный момент времени, Б – спустя 5 секунд, В – спустя 7,5 секунд (точки – компьютерный эксперимент, гистограмма – расчет)

Методика идентификации стохастических параметров модели подтвердила свою эффективность при компьютерном имитационном моделировании в комплексах программных сред для 3D-моделирования и визуализации, реализованном через цифровой двойник вибрационного аппарата. В дальнейшем предполагается совершен-

ствование имитационной модели процесса перемешивания, где будут учтены реальные физико-механические характеристики сыпучих материалов и параметры вибрации смесителей.

Предложенная методология создает основу для проектирования энергоэффективных технологических процессов производства строительных смесей с заданными эксплуатационными характеристиками.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Богданов В.С., Ханина Е.Г., Кикин О.О., Чалов В.А. Особенности конструктивного исполнения лопастных устройств горизонтальных лопастных смесителей // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. ст. Белгород, 2023. С. 82–86.
2. Ханина Е.Г., Гуденко О.В., Мордовская О.С., Анциферов С.И., Богданов В.С. Исследование влияния щелевых отверстий в лопастях горизонтального лопастного смесителя на качество подготовки двухкомпонентной сухой смеси // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2023. № 6. С. 85–93. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-6-85-93
3. Фадин Ю. М., Шеметова О. М. Сухие строительные смеси и смесительное оборудование для их производства // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2020. № 12. С. 145–150. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-12-145-150.
4. Волков М.В., Королев Л.В., Таршис М.Ю. Математическая модель процесса смешивания сыпучих материалов в новом устройстве гравитационно-пересыпного действия // Фундаментальные исследования. 2014. № 9-5. С. 960–964. URL: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=34997>.
5. Gao Y., Ruan B., Ma N., Liu H., Zhang P., Xie Z. A Study of the Mixing Process Under Vertical Vibration with Different Initial Structures// Processes. 2025. № 13(2). Pp. 510–544. DOI: 10.3390/pr13020510.
6. Яцунов А.Н., Сабиев У.К. Сравнительный анализ рабочих органов вибрационного смесителя сыпучих кормов // Тракторы и сельхозмашины. 2022. Т.89 №5. С. 367–374. DOI: 10.17816/0321-4443-109666.
7. Kapranova A.B. Stochastic model of parallel or sequential processes of deaeration and mixing of granular media using the operation of a centrifugal device as an example// Theoretical Foundations of Chemical Engineering. 2018. No 53(2) Pp. 292–304. DOI: 10.1134/S004057951901007X.
8. Капранова А.Б., Стенько Д.В., Бахаева Д.Д., Федорова Д.В., Смирнов П.М., Таршис М.Ю. Анализ параметров модели смешения по-

лимерных компонентов в пересекающихся потоках // Математические методы в технологиях и технике. 2023. № 7. С. 39–46. DOI: 10.1007/s10556-018-0477-0.

9. Мизонов В. Е., Berthiaux H. Применение теории цепей Маркова в химической инженерии // Международный Косыгинский форум. МНТС Плановский-2021. Пленарная сессия. 2021. С. 65–69. DOI: 10.37816/eeste-2021-p-65-69.

10. Федосов С.В., Мизонов В.Е., Огурцов В.А. Моделирование процесса классификации полидисперсных материалов на виброгрохотах // Строительные материалы. 2007. №11. С.26–28.

11. Огурцов В.А., Опарина Л.А., Огурцов А.В., Таничев М.В., Пирогов Д.А. Цифровое моделирование движения сыпучего материала при его рассеивании на вибрирующей тканой металлической сетке // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2025. № 3. С. 256–261. DOI 10.47367/0021-3497_2025_3_256.

12. Огурцов В.А., Хохлова Ю.В., Алешина А.П., Огурцов А.В. К расчету процесса вибросепарации на ситовых тканях сыпучих материалов с высоким содержанием частиц мелких фракций // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2023. № 4. С. 257–261. DOI: 10.47367/0021-3497_2023_4_257.

13. Митрофанов А.В., Мизонов В.Е., Беляков А.Н., Шпейнова Н.С. Разработка вероятностно-статистической модели расширения и аксиальной структуры псевдоожиженного слоя частиц антрацита // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2020. № 6. С. 68–76. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.6.068-076.

14. Mitrofanov A., Mizonov V., Camelo A., Tannous K. Application of the theory of Markov

chains to theoretical study of processes in a circulating fluidized bed // Particulate Science and Technology. 2019. Vol. 37. No. 8. Pp. 1028–1033. DOI: 10.17654/HM01802026.

15. Mitrofanov A., Mizonov V., Shuina E., Kasatkina N., Shpeynova N. Theoretical and experimental study of particulate solids drying in circulating fluidized bed // JP Journal of Heat and Mass Transfer. 2019. Vol. 18. No. 2. Pp. 267–276. DOI:10.17654/HM018020267.

16. Митрофанов А.В., Сизова О.В., Шпейнова Н.С., Жемчугов А.А., Михайлова С.М. Исследование устойчивости разностной схемы метода счетных цепей Маркова для моделирования псевдоожижения // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2021. № 4. С. 65–74. DOI: 10.17588/2072-2672.2021.4.065-074.

17. Огурцов В.А., Крупнов Е.И., Алешина А.П., Огурцов А.В., Фатахетдинов А.М. Двухмерная модель фракционирования мелкодисперсных сыпучих материалов на ситовых тканях // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2021. № 1. С. 133–137. DOI: 10.47367/0021-3497_2021_1_133.

18. Wang Y.S., Li X. A critical review of validation methods for computational fluid dynamics and discrete element method simulations in particulate systems // Powder Technology. 2021. Vol. 393. Pp. 432–448. DOI: 10.1016/j.powtec.2021.07.082.

19. Kumar R., Singh V., Gupta A. Assessment of model accuracy using Pearson correlation coefficient and error metrics: Guidelines for researchers in applied sciences // MethodsX. 2023. Vol. 10. Pp. 102–123. DOI: 10.1016/j.mex.2023.102123.

Информация об авторах

Огурцов Валерий Альбертович, доктор технических наук, профессор кафедры строительства и инженерных систем. E-mail: ogurtzovvawork@mail.ru. Ивановский государственный политехнический университет. Россия, 153000, Иваново, Шереметевский пр-кт, д. 21.

Опарина Людмила Анатольевна, доктор технических наук, заведующий кафедрой организации производства и городского хозяйства. E-mail: L.A.Oparina@gmail.com. Ивановский государственный политехнический университет. Россия, 153000, Иваново, Шереметевский пр-кт, д. 21.

Таничев Максим Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры транспорта и автомобильных дорог. E-mail: maxt_ivanovo@mail.ru. Ивановский государственный политехнический университет. Россия, 153000, Иваново, Шереметевский пр-кт, д. 21.

Шенберева Александра Вячеславовна, аспирант кафедры строительства и инженерных систем. E-mail: shenbereva@gmail.com. Ивановский государственный политехнический университет. Россия, 153000, Иваново, Шереметевский пр-кт, д. 21.

Огурцов Антон Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики. E-mail: ogurtsovav@mail.ru. Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина. Россия, 153003, Иваново, улица Рабфаковская, дом 34.

Поступила 20.11.2025 г.

© Огурцов В.А., Опарина Л.А., Таничев М.В., Шенберева А.В., Огурцов А.В., 2026

^{1,*}Ogurtsov V.A., ¹Oparina L.A., ¹Tanichev M.V., ¹Shenbereva A.V., ²Ogurtsov A.V.¹Ivanovo State Polytechnic University²Ivanovo State Power Engineering University

*E-mail: ogurtzovvawork@mail.ru

SIMULATION MODELING OF THE PROCESS OF MIXING FRACTURED MIXTURES IN A PERIODICALLY ACTIVE VIBRATING APPARATUS

Abstract. The quality of dry construction mixtures is determined by their homogeneity, which directly depends on the efficiency of the mixers, including vibration mixers, which are used for gentle and intensive mixing of loose materials of various densities and dispersities. However, the process is complicated by the phenomenon of particle segregation and the need to account for the random characteristics of the materials and the parameters of the vibration effect. To describe the mixing process, the authors of the article propose a probabilistic approach using the convective diffusion equation. The application of a stochastic approach based on Markov chains appears to be promising for solving this equation. Within this paradigm, the working volume of the mixer is discretized into a set of ideal mixing cells, and the transfer of material components is described using a transition probability matrix that determines the kinetics of spatial redistribution of particles. The model allows for the prediction of the distribution of components in the mixture, taking into account random factors. Simulation modeling has confirmed the adequacy of the description of the processes of vibroliquefaction and mixing, including the diffusion and segregation mechanisms. The method for determining the stochastic coefficients of the model has been tested on a virtual simulation setup, which is a digital computer counterpart of a periodic vibration apparatus. The proposed approach allows for the quantification of the effectiveness of vibration mixing. The model can be used for the design of technological lines and the control of the quality of construction mixtures. Further research should focus on the consideration of the actual rheological properties of materials.

Keywords: bulk mixtures; mixing; Markov chains, diffusion; segregation, column vector, transition probability matrix.

REFERENCES

1. Bogdanov V.S., Khanina E.G., Kikin O.O., and Chalov V.A. Features of the Design of Blade Devices in Horizontal Blade Mixers [Osobennosti konstruktivnogo ispolneniya lopastnikh ustroystv gorizontalkh lopastnikh smesitelei]. Energy-saving technological complexes and equipment for the production of building materials: interuniversity collection of articles. Belgorod, 2023. Pp. 82–86. (rus)
2. Khanina E.G., Gudenko O.V., Mordovskaya O.S., Antsiferov S.I., Bogdanov V.S. Research of the Influence of Slotted Holes in the Blades of a Horizontal Vane Mixer on the Quality of Preparation of a Two-Component Dry Mixture [Issledovanie vliyaniya shchelevikh otverstii v lopastyakh gorizontalnogo lopastnogo smesitelya na kachestvo podgotovki dvukhkomponentnoi sukhoy smesi]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2023. No. 6. Pp. 85–93. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-6-85-93
3. Fadin Yu.M., Shemetova O.M. Dry construction mixtures and mixing equipment for their production [Sukhie stroitelnye smesi i smesitelnoe oborudovanie dlya ikh proizvodstva]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2020. No. 12. Pp. 145–150. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-12-145-150. (rus)
4. Volkov M.V., Korolev L.V., Tarshis M.Yu. Mathematical model of the process of mixing loose materials in a new gravity-and-fall-action device [Matematicheskaya model protsessa smeshivaniya sipuchikh materialov v novom ustroystve gravitatsionno-peresipnogo deistviya]. Fundamental Research. 2014. No. 9-5. Pp. 960–964. URL: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=34997>. (rus)
5. Gao Y., Ruan B., Ma N., Liu H., Zhang P., Xie Z. A Study of the Mixing Process Under Vertical Vibration with Different Initial Structures. Processes. 2025. No. 13(2). Pp. 510–544. DOI:10.3390/pr13020510.
6. Yatsunov A.N., Sabiev U.K. Comparative Analysis of the Working Bodies of a Vibratory Feed Mixer [Sravnitelnyy analiz rabochikh organov vibratsionnogo smesitelya sipuchikh kormov]. Tractors and Agricultural Machinery. 2022. Vol. 89, No. 5. Pp. 367–374. DOI: 10.17816/0321-4443-109666. (rus)
7. Kapranova A.B. Stochastic model of parallel or sequential processes of deaeration and mixing of granular media using the operation of a centrifugal device as an example. Theoretical Foundations of Chemical Engineering. 2018. No 53(2). Pp. 292–304. DOI: 10.1134/S004057951901007X.

8. Kapranova A.B., Stenko D.V., Bahaeva D.D., Fedorova D.V., Smirnov P.M., Tarshis M.Yu. Analysis of the Parameters of the Mixing Model of Polymer Components in Intersecting Flows [Analiz parametrov modeli smesheniya polimernikh komponentov v peresekayushchikhsya potokakh]. *Mathematical Methods in Technologies and Engineering*. 2023. No. 7. Pp. 39–46. DOI: 10.1007/s10556-018-0477-0. (rus)
9. Mizonov V.E., Berthiaux H. Application of Markov Chain Theory in Chemical Engineering [Primenenie teorii tsepei Markova v khimicheskoi inzhenerii]. *International Kosygin Forum. MNTs Planovsky-2021. Plenary session*. 2021. Pp. 65–69. DOI: 10.37816/eeste-2021-p-65-69. (rus)
10. Fedosov S.V., Mizonov V.E., Ogurtsov V.A. Modeling the Classification Process of Polydisperse Materials on Vibrating Screens [Modelirovanie processa klassifikatsii polidispersnykh materialov na vibrograhotah]. *Construction Materials*. 2007. No. 11. Pp. 26–28.
11. Ogurtsov V.A., Oparina L. A., Ogurtsov A. V., Tanichev M. V., Pirogov D. A. Digital Modeling of the Movement of Bulk Material During Its Sorting on a Vibrating Woven Metal Mesh [Tsifrovoye modelirovanie dvizheniya sipuchego materiala pri yego rasseve na vibriruyushchei tkanoi metallicheskoj setke]. *Izvestiya Vuzov. Technology of the Textile Industry*. 2025. No. 3. Pp. 256–261. DOI: 10.47367/0021-3497_2025_3_256. (rus)
12. Ogurtsov V.A., Khokhlova Yu.V., Aleshina A.P., Ogurtsov A.V. To the Calculation of the Process of Vibroseparation on Sieve Fabrics of Bulk Materials with a High Content of Particles of Small Fractions [K raschetu protsessa vibroseparatsii na sitovikh tkanyakh sipuchikh materialov s vysokim soderzhanie chastits melkikh fraktsii]. *Izvestiya Vuzov. Technology of the Textile Industry*. 2023. No. 4. Pp. 257–261. DOI: 10.47367/0021-3497_2023_4_257. (rus)
13. Mitrofanov A.V., Mizonov V.E., Belyakov A.N., Shpeynova N.S. Development of a probabilistic-statistical model of expansion and axial structure of a fluidized bed of anthracite particles [Razrabotka veroyatnostno-statisticheskoi modeli rasshireniya i aksialnoi struktury psevdoozhizhennogo sloya chastits antratsita]. *Bulletin of the Ivanovo State Power Engineering University*. 2020. No. 6. Pp. 68–76. DOI: 10.17588/2072-2672.2020.6.068-076. (rus)
14. Mitrofanov A., Mizonov V., Camelo A., Tannous K. Application of the theory of Markov chains to theoretical study of processes in a circulating fluidized bed. *Particulate Science and Technology*. 2019. Vol. 37. No. 8. Pp. 1028–1033. DOI:10.17654/HM01802026.
15. Mitrofanov A., Mizonov V., Shuina E., Kasatkina N., Shpeynova N. Theoretical and experimental study of particulate solids drying in circulating fluidized bed. *JP Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019. Vol. 18. No. 2. Pp. 267–276. DOI:10.17654/HM018020267. (rus)
16. Mitrofanov A.V., Sizova O.V., Shpeynova N.S., Zhemchugov A.A., Mikhailova S.M. Research of the Stability of the Difference Scheme of the Markov Chain Method for Modeling Fluidization [Issledovanie ustoychivosti raznostnoi skhemi metoda schetnikh tsepei Markova dlya modelirovaniya psevdoozhizheniya]. *Vestnik of the Ivanovo State Power Engineering University*. 2021. No. 4. Pp. 65–74. DOI: 10.17588/2072-2672.2021.4.065-074. (rus)
17. Ogurtsov V.A., Krupnov E.I., Aleshina A.P., Ogurtsov A.V., Fatakhedinov A.M. Two-Dimensional Model of Fractionation of Fine-Grained Bulk Materials on Screen Fabrics [Dvukhmernaya model fraktsionirovaniya melkodispersnykh sipuchikh materialov na sitovikh tkanyakh]. *Izvestiya Vuzov. Tekhnologiya Tekstilnoi Promyshlennosti*. 2021. No. 1. Pp. 133–137. DOI: 10.47367/0021-3497_2021_1_133. (rus)
18. Wang Y.S., Li X. A critical review of validation methods for computational fluid dynamics and discrete element method simulations in particulate systems. *Powder Technology*. 2021. Vol. 393. Pp. 432–448. DOI: 10.1016/j.powtec.2021.07.082.
19. Kumar R., Singh V., Gupta A. Assessment of model accuracy using Pearson correlation coefficient and error metrics: Guidelines for researchers in applied sciences. *MethodsX*. 2023. Vol. 10. Pp. 102–123. DOI: 10.1016/j.mex.2023.102123

Information about the author

Ogurtsov, Valery A. DSc, Professor. E-mail: ogurtzovvawork@mail.ru. Ivanovo State Polytechnic University. Russia, 153000, Ivanovo, Sheremetevsky Prospekt, 21.

Oparina, Lyudmila A. DSc, Professor. E-mail: L.A.Oparina@gmail.com. Ivanovo State Polytechnic University. Russia, 153000, Ivanovo, Sheremetevsky Prospekt, 21.

Tanichev, Maxim V. PhD, Assistant professor. E-mail: maxt_ivanovo@mail.ru. Ivanovo State Polytechnic University. Russia, 153000, Ivanovo, Sheremetevsky Prospekt, 21.

Shenbereva, Alexandra V. Postgraduate student. E-mail: sshenbereva@gmail.com. Ivanovo State Polytechnic University. Russia, 153000, Ivanovo, Sheremetevsky Prospekt, 21.

Ogurtsov, Anton V. PhD, Assistant professor. E-mail: ogurtsovav@mail.ru. Ivanovo State Power Engineering University named after V.I. Lenin. Russia, 153003, Ivanovo, Rabfakovskaya Street, 34

Received 20.11.2025

Для цитирования:

Огурцов В.А., Опарина Л.А., Таничев М.В., Шенберева А.В., Огурцов А.В. Имитационное моделирование процесса перемешивания сыпучих смесей в вибрационном аппарате периодического действия // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2026. № 8. С. 125–136. DOI: 10.34031/2071-7318-2026-11-8-125-136

For citation:

Ogurtsov V.A., Oparina L.A., Tanichev M.V., Shenbereva A.V., Ogurtsov A.V. Simulation modeling of the process of mixing fractured mixtures in a periodically active vibrating apparatus. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2026. No. 8. Pp. 125–136. DOI: 10.34031/2071-7318-2026-11-8-125-136