

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.34031/2071-7318-2024-10-2-96-105

*Яцун С.Ф., *Безмен П.А., Емельянова О.В.**Юго-Западный государственный университет***E-mail: pbezmen@yahoo.com*

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРИВЯЗНОЙ ПЛАТФОРМЫ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Аннотация. В современных реалиях использование привязных беспилотных летательных платформ, позволяющих вести мониторинг окружающей среды, обеспечивать связь и выполнять ряд других задач в течение длительного времени, делают привязные мультикоптеры хорошим инструментом для выполнения видеонаблюдения. Электропитание таких платформ, а также передача информации от установленной на борту аппаратуры осуществляется через кабель-трос. Такая платформа оснащается различными коммуникационными нагрузками, такими как беспроводная сетевая связь, мобильная связь и так далее, обеспечивая связь различных операторов в радиусе десятков километров. Наличие кабель-троса накладывает ограничения на рабочее пространство и динамику движения платформы, в связи с необходимостью контроля натяжения и удержания летательного аппарата с полезной нагрузкой.

Целью исследования является разработка модели управляемой тросовой стабилизации привязных платформ с учетом внешних случайных возмущений и ограниченного радиуса отклонения в горизонтальной (вертикальной) плоскости. Стабилизация привязной платформы на определенной высоте является важнейшей задачей, связанной с компенсацией возмущающих статических и динамических эффектов от ветрового потока. Предложенная в работе модель стабилизации положения привязной платформы может найти применение в создании инструментария для проектирования привязных летательных платформ. Для решения поставленной задачи использовались методы классической механики, теории устойчивости движения, оптимального управления.

Приведены результаты математического моделирования автоматизированной стоянки (висяния) платформы посредством кабель-троса при фиксированной тяговой силе винтов. Решалась задача обеспечения точности позиционирования коптера в заданной области. Вычислительные эксперименты показали, что внешние возмущения оказывают сильное влияние на поведение летающей платформы, особенно во время стабилизации.

Ключевые слова: привязная платформа, коптер, стабилизация, математическая модель, фильтр Калмана

Введение. С каждым годом в повседневной жизни появляется все большее количество автономных транспортных средств, которым необходимо обеспечить надежное и бесперебойное подключение с низкой задержкой приема-передачи сигнала. Существует ряд задач по сбору информации и стационарному наблюдению за объектами в жилых или труднодоступных районах, где приём сигналов затруднен, подавляется или отсутствует вовсе.

Использование системы привязных высотных летательных платформ NTFPs (англ. *Networked Tethered Flying Platforms* – сетевые привязные летающие платформы) может быть решением для преодоления цифрового разрыва между телекоммуникационными структурами, т.е. является промежуточным звеном между спутниками и наземной связью. Их можно использовать как воздушные базовые станции быстрого развертывания [1, 2].

В качестве NTFPs можно использовать аэростаты – аппараты легче воздуха, к которым относятся воздушные шары, стратостаты, дирижабли, а также мультироторные беспилотные летательные аппараты (рис. 1). Для удержания их на определенной высоте, для подъема и спуска используется специальный трос, нижний конец которого крепится на лебедке [3–5]. Таким образом, происходит регулировка высоты подъема и/или перемещение в горизонтальной плоскости. В качестве троса можно использовать волоконно-оптический кабель, канал которого не подвержен наличию помех и позволит обезопасить передачу информации. Существует множество работ, посвященных описанию систем передачи электропитания и данных для привязных высотных беспилотных платформ от земли к борту платформы с использованием постоянного или переменного тока. Например, для квадрокоптера с 15-дюймовыми пропеллерами, весом около 3,0 кг, требуется 400 Вт для зависания над требуемым участком местности [1, 2, 6].

Так как привязные высотные летательные платформы имеют разные размеры и могут находиться на высотах от нескольких метров до десятков километров, то и нести могут разный объём полезной нагрузки в виде фото-, видеоаппаратуры, антенных решеток с широким спектром обзора от метрового диапазона радиоволн до миллиметрового.

Исследования радиуса покрытия беспроводной сети вокруг привязной платформы в зависимости от высоты подъёма передающего устройства, вышки приёмника, передаваемой мощности и др. факторов рассмотрены в работах [7–9].



Рис. 1. Виды коммуникаций, используемых NTFPs

Однако, наличие «привязи» в виде кабель-троса накладывает ограничения на рабочее пространство и динамику платформы, в связи с необходимостью контроля натяжения и удержания летательного аппарата с полезной нагрузкой (до 10-30 кг) на высоте 20-100 м и помощью кабель-троса, мощностью 10-15 кВт [10].

Целью работы является разработка модели управляемой тросовой стабилизации привязных платформ на определенной высоте с учетом внешних случайных возмущений и ограниченного радиуса отклонения в горизонтальной (вертикальной) плоскости.

Методы, оборудование, материалы. Рассмотрим комплекс, состоящий из привязной стационарной платформы, которая состоит из беспилотного летательного аппарата, например гексакоптера (далее коптер) – 1, кабель-троса – 2, наматываемого на барабан-лебёдку – 3 и электрогенератора – 4 (рис. 2).

Одним из основных элементов привязной системы является барабан-лебёдка 3, которая подает кабель-трос с заданным натяжением T :

$$T = T_0 + \Delta T,$$

где T_0 – предварительное натяжение, ΔT – приращение поджатия, $T \geq 0$.

Функцией кабель-троса является удержание коптера в воздухе и его стабилизация, передача электропитания к электродвигателям, а также данных по оптоволокну [11].

Движение летательного аппарата рассматривается в инерциальной системе отсчета $OXYZ$, связанной с землей. Центр масс корпуса коптера C совпадает с началом подвижной системы координат $CX_1Y_1Z_1$. Положение летательного аппарата задаётся самолетными углами крена φ , тангажа θ и рысканья ψ [12–13].

На коптер действуют приведенные к центру его масс C силы: тяги несущих винтов \vec{F}_i , тяжести корпуса и кабель-троса \vec{G} , сопротивления движению воздуха относительно корпуса (возмущающее воздействие) \vec{R}_C и натяжения кабель-троса \vec{T} . Кабель-трос находится в натяжении, создаваемом механизмом лебёдки 3. Проекция силы \vec{T} на оси инерциальной системы отсчета определим как

$$T_X = T_{XY} \sin \gamma; \quad T_Y = T_{XY} \cos \gamma;$$

$$T_Z = T \sin \alpha,$$

где $T_{XY} = \vec{T} \cdot \cos \alpha$ – проекция силы \vec{T} на плоскость OXY (рис. 2).

Учтем, что масса кабель-троса является переменной величиной, зависящей от его длины l :

$$m_1(l) = m_1 \left(\frac{Z}{\sin \alpha} \right) = k_m \cdot \frac{Z}{\sin \alpha},$$

поэтому определим общую силу тяжести коптера и кабель-троса:

$$G = m \cdot g = [m_0 + m_1(l)] \cdot g = \left[m_0 + \left(k_m \cdot \frac{Z}{\sin \alpha} \right) \right] \cdot g,$$

где: m – общая масса коптера и кабель-троса, m_0 – масса коптера, $m_1(\bullet)$ – функция массы кабель-троса от его длины l , g – ускорение свободного падения, Z – высота полета коптера (вертикальная координата центра масс C коптера), k_m – коэффициент, определяющий массу 1 метра кабель-троса (зависит от плотности элементов кабель-троса и его сечения), α – угол между плоскостью OXY и кабель-тросом (рис. 2).

Проекцией центра масс C коптера на плоскость OXY является точка C_{XY} , положение которой определим геометрически с помощью радиус-векторов, образующих треугольник ΔOAC^{XY} :

$$\vec{r}_{C^{XY}} = [X_{C^{XY}} \quad Y_{C^{XY}} \quad 0]^T, \quad \vec{r}_A = [X_A \quad Y_A \quad 0]^T,$$

тогда углы α и γ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Z_C}{\sqrt{(X_A - X_{C^{xy}})^2 + (Y_A - Y_{C^{xy}})^2}},$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{X_A - X_{C^{xy}}}{Y_A - Y_{C^{xy}}}.$$

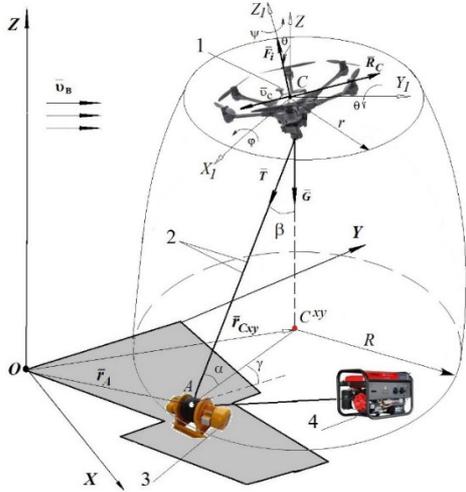


Рис. 2. Расчетная схема комплекса привязной стационарной платформы

Кабель-трос должен обеспечивать позиционирование летательного аппарата в заданной окрестности ε точки C пространства радиуса r , учитывая неопределенности ветрового воздействия. В этих условиях обеспечить точность позиционирования достаточно сложно, так как эта область должна находиться в заданных пределах:

$$\bar{r}_C = \bar{r}_C^* + \varepsilon, \quad \frac{\bar{r}_C}{\bar{r}_C^*} \ll \varepsilon,$$

где \bar{r}_C и \bar{r}_C^* – планируемый и реальный радиус-векторы центра C масс коптера соответственно.

Движение коптера можно описать шестью независимыми дифференциальными уравнениями второго порядка. Методика построения уравнений подробно изложена в [14]. В общем виде их можно представить в векторно-матричной форме следующим образом:

$$\mathbf{D} \ddot{\mathbf{q}} + \Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{M}, \quad (1)$$

где $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} m\mathbf{E}_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ – оператор инерционности

системы; \mathbf{E} – единичная матрица; $I \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ – тензор инерции коптера; $\bar{\mathbf{q}} = [\bar{r}_C \quad \bar{\sigma}]^T$ – оператор, задающий пространственное положение аппарата; $\bar{\sigma} = [\varphi \quad \theta \quad \psi]^T$ – вектор угловых координат, задающий положение коптера относительно его центра C масс; $\dot{\bar{\mathbf{q}}} = [\dot{\bar{v}}_C \quad \dot{\bar{\omega}}]^T$ – оператор скорости; $\bar{\mathbf{v}}_C = [\dot{X} \quad \dot{Y} \quad \dot{Z}]^T \in \mathfrak{R}^3$ – абсолютная скорость цен-

тра C масс коптера в неподвижной системе отсчета; $\dot{\bar{\omega}} = [\dot{\omega}_{X_1} \quad \dot{\omega}_{Y_1} \quad \dot{\omega}_{Z_1}]^T \in \mathfrak{R}^3$ – угловая скорость вращения аппарата в подвижной системе отсчета; $\mathbf{M} = [\bar{F}_M \quad \bar{M}]^T$ – вектор управляющих воздействий; $\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \bar{G}(\bar{\mathbf{q}}) + \bar{R}_c(\dot{\mathbf{q}}) + \bar{T}(\bar{\mathbf{q}}) + \bar{F}_M(\bar{\mathbf{q}})$ – вектор внешних сил; $\bar{T}(\bar{\mathbf{q}})$ – сила натяжения кабель-троса; $\bar{F}_M = T_{10} \bar{F}_M^{(1)} = T_{10} [F_{X_1} \quad F_{Y_1} \quad F_{Z_1}]^T$ – вектор тяговых сил в проекциях на оси неподвижной системы отсчета; $\bar{M} = [M_{X_1} \quad M_{Y_1} \quad M_{Z_1}]^T$ – вектор главного момента внешних сил относительно подвижной системы отсчета, T_{10} – матрица поворота систем координат $CX_1Y_1Z_1$ относительно $OXYZ$ [13].

На основании теорем об изменении импульса и кинетического момента системы относительно центра C масс коптера, преобразуем уравнение (1) к виду:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{E} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{\mathbf{v}}}_C \\ \dot{\bar{\omega}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\omega} \times \bar{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $\bar{L} = I \bar{\omega}$ – кинетический момент.

Вектор силы сопротивления движению корпуса в воздушной среде:

$$\bar{R}_C^{(0)} = [R_{CX}^{(0)} \quad R_{CY}^{(0)} \quad R_Z^{(0)}]^T,$$

$$\bar{R}_C^{(0)} = -(\mu \bar{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{v}}^T k \bar{\mathbf{v}}), \quad (3)$$

где μ, k – матрицы эмпирических коэффициентов сопротивления, зависящие от геометрических параметров корпуса коптера, угла атаки несущих винтов; $\bar{\mathbf{v}}$ – относительная скорость центра C масс коптера, которая является разностью векторов скоростей центра масс $\bar{\mathbf{v}}_C$ в системе координат OZ и вектора скорости воздушного потока $\bar{\mathbf{v}}_B$:

$$\bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{v}}_C - \bar{\mathbf{v}}_B. \quad (4)$$

Вязкость среды (вязкостное сопротивление) μ определяется некоторыми константами μ_X и μ_Z , т.е.:

$$R_{CX} = \mu_X \cdot \dot{X}, \quad R_Z = \mu_Z \cdot \dot{Z},$$

где \dot{X}, \dot{Z} – проекции скорости центра C масс коптера на оси X и Z соответственно.

Моделирование управляемого полета. Рассмотрим в координатах ZOX плоскую задачу удержания центра C масс коптера с помощью кабель-троса длиной l (рис. 3) в окрестности некоторой области радиусом r .

Для контроля силы натяжения кабель-троса может использоваться управление с обратной связью, основанное на измерении перемещения

подвижного шкива лебедки, к которому присоединена пружина. Однако, когда к измерительному устройству прикладывается ускорение, оно измеряет общее натяжение кабель-троса и ускорение [7, 15–17].

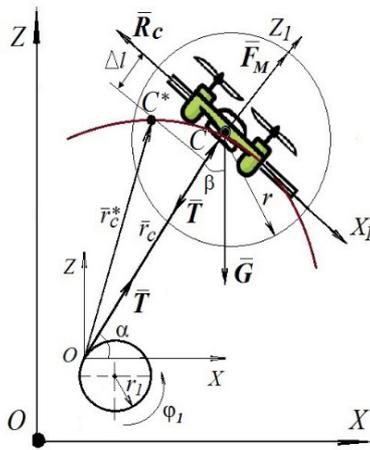


Рис. 3. Плоская расчетная схема привязной стационарной платформы

Для удержания летательного аппарата в заданной области пространства возможны различные стратегии управления, например:

- управление натяжением кабель-троса $\bar{T} = \bar{T}(\varepsilon) = \mathbf{K} \bar{\varepsilon}$ при $\bar{F} = const$, причем $\bar{F}^{(1)} = [F_{X_1} \ 0 \ F_{Z_1}]^T$, $\bar{\varepsilon} = [\Delta x \ 0 \ \Delta z]^T$, Δx , Δz – ошибки по соответствующим координатам, условие стабилизации – $0 \leq |\bar{\varepsilon}| \leq \bar{\varepsilon}_{max}$ (вектор $\bar{\varepsilon}_{max} = [\Delta x_{max} \ 0 \ \Delta z_{max}]^T$ задает величину радиуса r (рис. 3), который определяет допустимое (стабилизированное) местоположение центра C масс коптера, $|\bar{\varepsilon}|$ – абсолютное значение элементов вектора $\bar{\varepsilon}$), \mathbf{K} – матрица коэффициентов пропорционального регулятора;

- управление натяжением кабель-троса и силами тяги: $\bar{T} = \bar{T}(\varepsilon) = \mathbf{K} \bar{\varepsilon}$ при $\bar{F} = \bar{F}(\Delta x, \Delta z)$.

Таким образом, для рассматриваемой задачи можно записать:

$$\bar{T} = \mathbf{K} \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} T_x \\ 0 \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ 0 \\ \Delta z \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Изменение длины троса Δl можно представить как:

$$\Delta l = \varepsilon = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}, \quad \Delta l = \Delta \varphi_1 r_1,$$

где $\Delta \varphi_1$ – изменение угловой координаты φ_1 (рис. 3).

Рассмотрим в рамках данной работы стратегию управления натяжением кабель-троса, в этом случае сила \bar{T} натяжения кабель-троса является управляемой величиной.

Определим величины Δx и Δz :

$$\Delta x = X_{треб.} - X, \quad \Delta z = Z_{треб.} - Z,$$

где $X_{треб.}$, $Z_{треб.}$ – значения требуемых координат центра C масс коптера по осям X и Z соответственно, X , Z – координаты центра C масс коптера.

При $|\Delta x| \leq \Delta x_{max}$ и/или $|\Delta z| \leq \Delta z_{max}$ не изменяется значение величины проекции T_x и/или проекции T_z силы \bar{T} соответственно; при $|\Delta x| > \Delta x_{max}$ и/или $|\Delta z| > \Delta z_{max}$ для нахождения проекций силы \bar{T} выполняется выражение (5). Если в ходе моделирования величины T_x и/или T_z принимают отрицательные значения, то T_x и/или T_z присваивается нуль.

Величина угла α вычисляется на каждом шаге моделирования исходя из текущих значений координат X и Z центра C масс коптера используя функцию четырех-квadrантного обратного тангенса:

$$\alpha = \arctg2(Z, X) = \arctg\left(\frac{Z}{X}\right) + \frac{\pi}{2} \cdot \text{sign}(Z)(1 - \text{sign}(X))$$

Для реализации управления натяжением кабель-троса и получения значений проекций T_x и T_z силы \bar{T} применим оценитель состояния (англ. *state estimator*) [18, 19] – систему «расширенный фильтр Калмана – адаптивный цифровой фильтр» (далее система РФК–АЦФ), описанную в [20]. В рассматриваемой задаче система РФК–АЦФ выполняет оценку процесса натяжения кабель-троса. За вектор x состояния процесса примем вектор $T = [T_x \ 0 \ T_z]^T$, вектором y выхода (наблюдений) процесса является вектор $\varepsilon = [\Delta x \ 0 \ \Delta z]^T$. Запишем уравнения модели процесса для дискретного времени k :

$$x(k+1) = J_{F_x} \cdot x(k) + w(k), \quad (6)$$

$$y(k) = J_{H_x} \cdot x(k) + v(k),$$

где J_{F_x} – матрица коэффициентов (динамики) процесса; J_{H_x} – матрица коэффициентов выхода; $w(k)$ – вектор шума процесса, размерность вектора 3; $v(k)$ – вектор шума измерения (наблюдений), размерность вектора 3.

Для данной задачи запишем матрицы J_{F_x} и

J_{H_x} :

$$J_{F_x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad J_{H_x} = \mathbf{K}^+ = \begin{bmatrix} -1/K_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/K_z \end{bmatrix},$$

где \mathbf{K}^+ – обобщенная обратная матрица матрице \mathbf{K} .

Входные данные для системы РФК–АЦФ содержатся в векторе выхода процесса: $y = \varepsilon = [\Delta x \ 0 \ \Delta z]^T$, выходом системы РФК–

АЦФ является вектор оценки состояния $\hat{x} = \hat{T} = [\hat{t}_x \ 0 \ \hat{t}_z]^T$, формируемый расширенным фильтром Калмана совместно с адаптивным цифровым фильтром с алгоритмом адаптации NLMS [20]. Для расширенного фильтра Калмана, входящего в систему РФК–АЦФ зададим ковариационные матрицы Q и R — шума процесса w и шума измерения v соответственно:

$$Q = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}.$$

Для АЦФ число ячеек основного раздела буферной памяти [20] принимается $N = 10$, ячейки дополнительного раздела буферной памяти не используются. Значение шага сходимости μ [20] алгоритма адаптации NLMS установим $\mu = 10^{-4}$. Для вычисления весовых коэффициентов АЦФ с алгоритмом адаптации NLMS примем значение числа $\varepsilon = 10^{-13}$ [20].

Перепишем уравнение (1) в скалярной форме – в виде дифференциальных уравнений проекций на плоскую систему координат – на оси X и Z (рис. 3). В полученные уравнения включаем силу Q возмущения воздуха:

$$\begin{cases} m\ddot{X} = -T_x - R_{cx} + F_x + Q_x \\ m\ddot{Z} = -G - T_z - R_z + F_z + Q_z \end{cases}, \quad (7)$$

где m – общая масса коптера и кабель-троса, \ddot{X}, \ddot{Z} – проекции ускорения центра C масс коптера на оси X и Z соответственно, G – сила тяжести коптера и кабель-троса, T_x, T_z – проекции силы T

натяжения кабель-троса, R_{cx}, R_z – проекции силы R_c сопротивления, приложенной к корпусу коптера в воздухе, F_x, F_z – проекции силы тяги F_M винтов коптера, Q_x, Q_z – проекции силы возмущения воздуха Q .

Будем рассматривать силу Q как кратковременное усилие, а ее проекции Q_x и Q_z можно характеризовать некоторыми постоянными ускорениями W_x и W_z соответственно.

При математическом моделировании полета коптера были приняты следующие значения описываемых параметров: шаг математического моделирования по времени $\Delta t = 10^{-3}$ с, $m_0 = 6$ кг, $\mu_x = 10$, $\mu_z = 160$, $k_m = 0,06$ кг, $F_M = 120$ Н, $\Delta x_{max} = 0,1$ м, $\Delta z_{max} = 0,1$ м, $\beta = \pi/18$ рад (рис. 3), $K_x = 100$, $K_z = 100$, $W_x = 10$ м/с², $W_z = 10$ м/с².

Начальные условия моделирования (при $t = 0$ с): $X(0) = X_{преб.} = 10$ м, $\dot{X}(0) = 0$ м/с, $\ddot{X}(0) = 0$ м/с², $Z(0) = Z_{преб.} = 100$ м, $\dot{Z}(0) = 0$ м/с, $\ddot{Z}(0) = 0$ м/с², $T_x(0) = 0$ Н, $T_z(0) = 0$ Н.

Вычислительные эксперименты проводились с использованием программного обеспечения MathWorks MATLAB.

Результаты математического моделирования. На рисунках 4–6 представлены результаты математического моделирования положения коптера при воздействии ускорений W_x и W_z . При математическом моделировании предполагалось, что ускорения W_x и W_z воздействуют в течение следующих промежутков времени: 1 с (рис. 4), 5 с (рис. 5), 10 с (рис. 6).

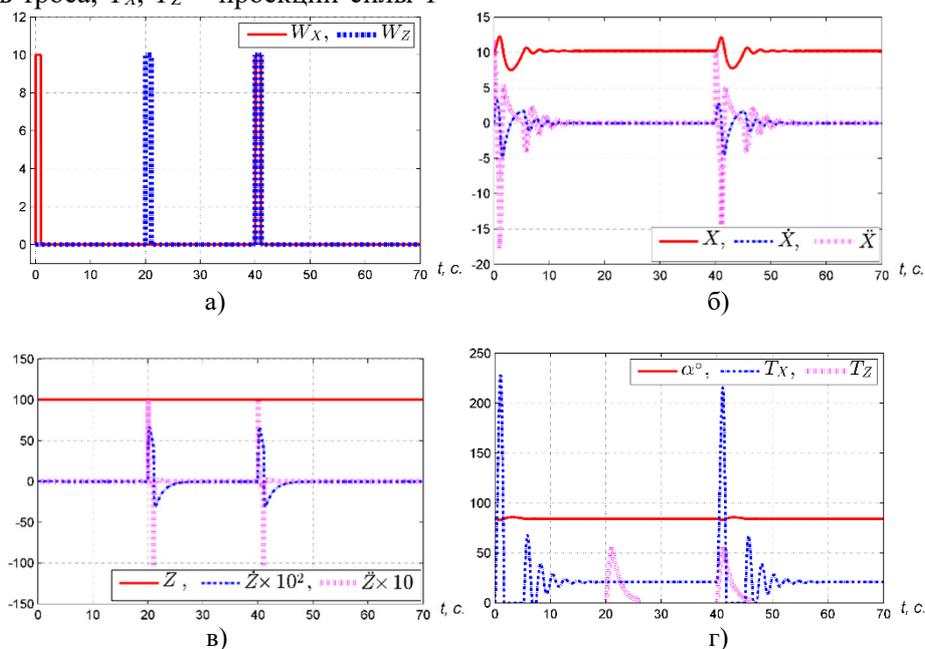


Рис. 4. (а) Временные диаграммы значений ускорений W_x, W_z , сообщенных коптеру в течение 1 с; (б) временные диаграммы значений: X, \dot{X}, \ddot{X} ; (в) временные диаграммы значений: Z, \dot{Z}, \ddot{Z} ; (г) временные диаграммы значений: α (град.) и проекций T_x, T_z силы T

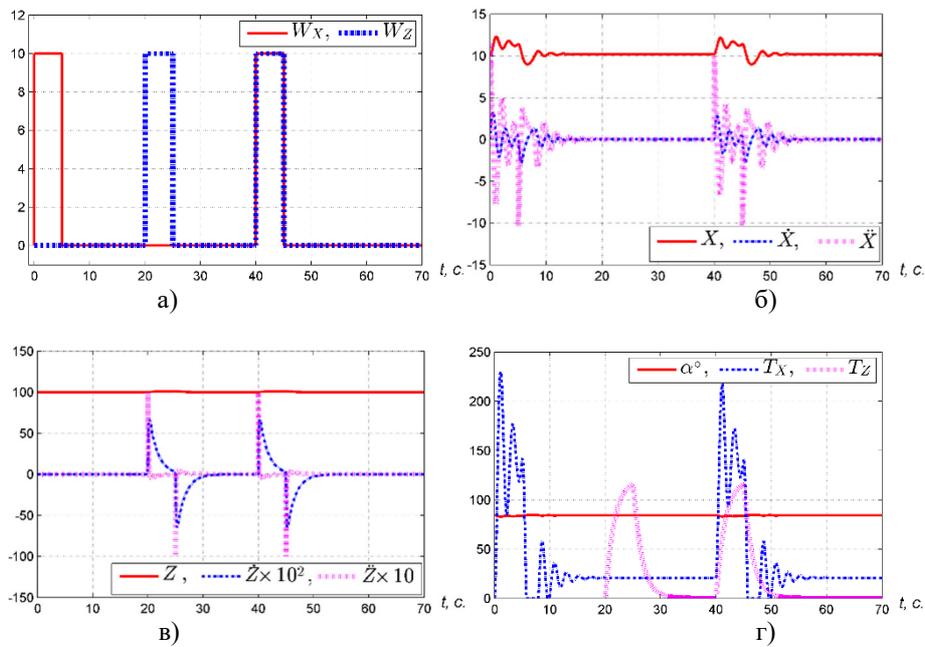


Рис. 5. (а) Временные диаграммы значений ускорений W_x, W_z , сообщенных коптеру в течение 5 с;
 (б) временные диаграммы значений: X, \dot{X}, \ddot{X} ; (в) временные диаграммы значений: Z, \dot{Z}, \ddot{Z} ;
 (г) временные диаграммы значений: α (град.) и проекций T_x, T_z силы T

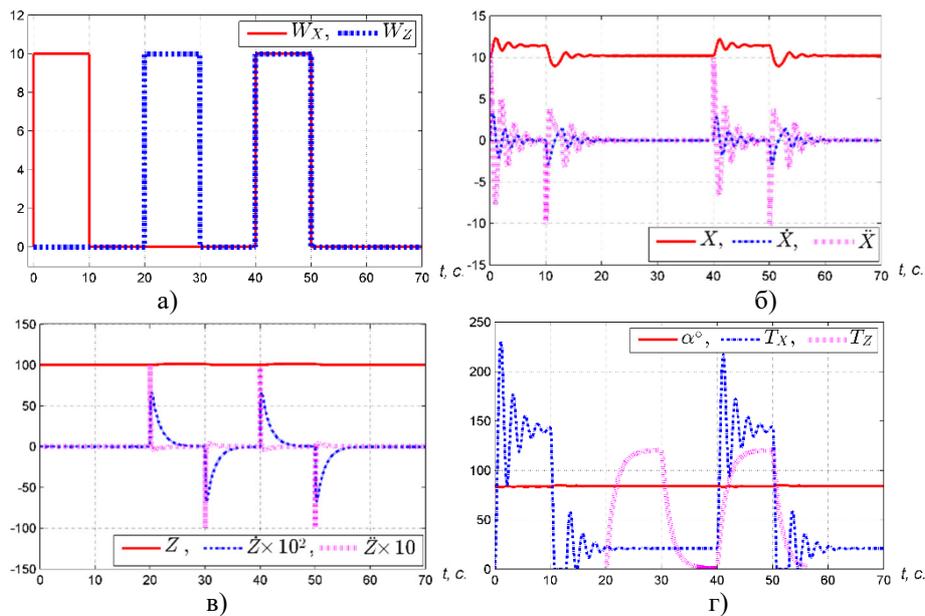


Рис. 6. (а) временные диаграммы значений ускорений W_x, W_z , сообщенных коптеру в течение 10 с;
 (б) временные диаграммы значений: X, \dot{X}, \ddot{X} ; (в) Временные диаграммы значений: Z, \dot{Z}, \ddot{Z} ;
 (г) временные диаграммы значений: α (град.) и проекций T_x, T_z силы T

Результаты моделирования показали, что кратковременное приложение даже незначительной возмущающей силы – ветрового потока к привязной летающей платформе может вызвать изменение положения платформы. Рисунки 4–6 демонстрируют результаты как одновременного приложения сил ветрового потока вдоль осей X и Z , так и приложения их только вдоль одной из этих осей. Как только величины Δx и Δz превышают величины Δx_{max} и Δz_{max} , вступает в действие управление стабилизацией положения плат-

формы: изменяется натяжение троса, в результате чего изменяется величина угла α и значения координат X, Z центра C масс коптера. Особенно наглядно это видно на рисунках 4б, 5б, 6б, где представлены временные диаграммы величин X, \dot{X}, \ddot{X} . Управление значением силы натяжения кабель-троса при постоянной силе тяги винтов коптера позволяет достигнуть стабилизации положения платформы при кратковременном воздействии на неё ветрового потока. Однако, стратегия управления натяжением кабель-троса и си-

лами тяги винтов коптера даст возможность стабилизировать положение платформы в условиях ветрового потока с резко изменяющимся направлением действия.

Выводы. Одной из ключевых задач является стабилизация привязной платформы на определенной высоте, требующая компенсации статических и динамических эффектов, вызванных потоком ветра.

Предложенная математическая модель привязной летающей платформы может быть использована для решения задачи стабилизации привязной платформы с учетом нерастяжимого троса, фиксированной силы тяги винтов платформы и кратковременных возмущений воздуха.

Вычислительные эксперименты показали, что внешние возмущения оказывают сильное влияние на поведение летающей платформы, особенно во время стабилизации.

Для реализации управления натяжением кабель-троса может быть применен оценщик состояния на основе системы «расширенный фильтр Калмана – адаптивный цифровой фильтр», что делает возможным компенсацию ошибок работы системы управления, вызванную заданием неоптимальных ковариационных матриц Q и R расширенного фильтра Калмана с точки зрения конкретных условий работы системы управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Belmekki B.E.Y., Alouini M.S. Unleashing the potential of networked tethered flying platforms: Prospects, challenges, and applications // *IEEE Open Journal of Vehicular Technology*. 2022. Vol. 3. Pp. 278–320. DOI: 10.1109/OJVT.2022.3177946.
2. Belmekki B.E.Y., Alouini M.S. On the Usage of Networked Tethered Flying Platforms for Massive Events-Case Study: Hajj Pilgrimage // *arXiv preprint arXiv:2111.00900*. 2021. DOI: 10.48550/arXiv.2111.00900.
3. Airship. [Электронный ресурс]. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Airship> (дата обращения: 20.09.2024).
4. Аэростат. [Электронный ресурс]. URL: <https://bigenc.ru/c/aerostat-506fbc/?v=6976302>. (дата обращения: 20.09.2024).
5. Области применения воздушных шаров. [Электронный ресурс]. URL: <https://kosmogid.ru/oblasti-primeneniya-vozdushnyh-sharov> (дата обращения: 20.09.2024).
6. Вишневецкий В.М. Методы и алгоритмы проектирования и реализации привязных высотных беспилотных телекоммуникационных платформ // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019. 2019. С. 40–42.
7. Kiribayashi S., Yakushigawa K., Nagatani K. Design and development of tether-powered multirotor micro unmanned aerial vehicle system for remote-controlled construction machine // *Field and Service Robotics: Results of the 11th International Conference*. Springer International Publishing, 2018. Pp. 637–648. DOI: 10.1007/978-3-319-67361-5_41.
8. SkySapience. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.skysapience.com> (дата обращения: 20.09.2024).
9. Xu Z. Application research of tethered UAV platform in marine emergency communication network // *Journal of Web Engineering*, 2021. No. 20(2), Pp. 491–511. DOI: 10.13052/jwe1540-9589.20212.
10. Вишневецкий В.М., Козырев Д.В., Рыков В.В., Нгуен З.Ф. Моделирование надёжности беспилотного высотного модуля привязной телекоммуникационной платформы. // *Информационные технологии и вычислительные системы*. 2020. № 4. С. 26–38. DOI: 10.14357/20718632200403.
11. Павловский М.А., Акинфеева Л.Ю., Бойчук О.Ф. Теоретическая механика: Динамика // Киев: Вища школа. 1990. 480 с.
12. Bezmen P., Emelyanova O., Jatsun S. Mathematical Modeling of Tethered Platform Vertical Flight // *International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon)*. IEEE, 2024. Pp. 460–465. DOI: 10.1109/SmartIndustry-Con61328.2024.10515405.
13. Ляпунов А.М. Лекции по теоретической механике. Киев: Наукова думка. 1982. 632 с.
14. Dinh T.D., Vishnevsky V., Larionov A., Vybornova A., Kirichek R. Structures and Deployments of a Flying Network Using Tethered Multicopters for Emergencies // *Distributed Computer and Communication Networks: 23rd International Conference, DCCN 2020, Moscow, Russia, September 14–18, 2020, Revised Selected Papers*. Springer Nature, 2021. Vol. 12563. Pp. 28–38.
15. Zaid A.A., Belmekki B.E.Y., Alouini M.S. Aerial-Aided mmWave VANETs Using NOMA: Performance Analysis, Comparison, and Insights // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2023. DOI: 10.48550/arXiv.2110.08830.
16. Микони С.В., Полтавский А.В., Семёнов С.С. Методология проектирования модели многомерного оценивания привязных высотных платформ на базе мультикоптеров // *Надёжность*. 2022. Т. 22. № 2. С. 55–63. DOI: 10.21683/1729-2646-2022-2-55-63.
17. Vishnevsky V.M., Mikhailov E.A., Tumchenok D.A., Shirvanyan A.M. Mathematical Model of the Operation of a Tethered Unmanned Platform un-

der Wind Loading // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2020. Vol. 12. Pp. 492–502. DOI: 10.1134/S2070048220040201.

18. Saberi A., Stoorvogel A.A., Sannuti P. Exact, almost and optimal input decoupled (delayed) observers // *International Journal of Control*, 2000. Vol. 73(7). Pp. 552–581.

19. Kovač U., Košir A. Fast estimation of the non-stationary amplitude of a harmonically distorted signal using a Kalman filter // *Metrology and Measurement Systems*. 2013. Vol. 20(1). Pp. 27–42.

Информация об авторах

Яцун Сергей Федорович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика, мехатроника и робототехника». E-mail: teormeh@inbox.ru. Юго-Западный государственный университет. Россия, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94.

Безмен Петр Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Механика, мехатроника и робототехника». E-mail: pbezmen@yahoo.com. Юго-Западный государственный университет. Россия, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94.

Емельянова Оксана Викторовна, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Механика, мехатроника и робототехника». E-mail: oks-emelyanova@yandex.ru. Юго-Западный государственный университет. Россия, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94.

Поступила 23.09.2024 г.

© Яцун С.Ф., Безмен П.А., Емельянова О.В., 2024

Jatsun S.F., *Bezmen P.A., Emelyanova O.V.

Southwest State University

**E-mail: pbezmen@yahoo.com*

STUDY OF A TETHERED PLATFORM STABILIZATION PROBLEM IN THE VERTICAL PLANE

Abstract. *In modern realities, the use of tethered unmanned aerial platforms that allow monitoring the environment, providing communications and performing a number of other tasks for a long time make tethered multi-copters a good tool for video surveillance. The power supply of such platforms, as well as the transmission of information from the equipment installed on board, is carried out through a cable. A platform is equipped with various communication loads, such as wireless network communication, mobile communication, and so on, providing communication between various operators within a radius of tens kilometers. The presence of a cable imposes restrictions on the working space and the dynamics of the platform, due to the need to control the tension and hold the aircraft with a payload. The purpose of the study is to develop a model of controlled cable stabilization of tethered platforms, taking into account external random disturbances and a limited radius of deviation in the horizontal (vertical) plane. Stabilization of a tethered platform at a certain height is a critical problem related to compensation of disturbing static and dynamic effects from wind flow. The model of stabilization of the tethered platform position proposed in the paper can be used to create tools for designing tethered flying platforms.*

Research methods. To solve the problem the methods of classical mechanics, the motion stability theory, and the optimal control theory were used.

Research results. The results of mathematical modeling of automated parking (hovering) of the platform by means of a cable with a fixed propulsion force of the propellers are presented. The problem of ensuring the positioning accuracy of the copter in a given area was solved. Computational experiments showed that external disturbances have a strong effect on the behavior of the flying platform, especially during stabilization.

Keywords: *tethered platform, copter, stabilization, mathematical model, Kalman filter*

REFERENCES

1. Belmekki B.E.Y., Alouini M.S. Unleashing the potential of networked tethered flying platforms:

Prospects, challenges, and applications. *IEEE Open Journal of Vehicular Technology*. 2022. Vol. 3. Pp. 278–320. DOI: 10.1109/OJVT.2022.3177946.

2. Belmekki B.E.Y., Alouini M.S. On the Usage of Networked Tethered Flying Platforms for Massive Events-Case Study: Hajj Pilgrimage. arXiv preprint arXiv:2111.00900. 2021. DOI: 10.48550/arXiv.2111.00900.
3. Airship. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Airship> (date of treatment: 20.09.2024).
4. Aerostat. [Aerostat]. (rus) URL: <https://bi-genc.ru/c/aerostat-506fbc/?v=6976302>. (date of treatment: 20.09.2024).
5. Application areas of air balloons. [Oblasti primeneniya vozdushnykh sharov]. (rus) URL: <https://kosmogid.ru/oblasti-primeneniya-vozdushnyh-sharov> (date of treatment: 20.09.2024).
6. Vishnevsky V.M. Methods and algorithms for the design and implementation of tethered high-altitude unmanned telecommunication platforms. [Metody i algoritmy proyektirovaniya i realizatsii privyaznykh vysotnykh bespilotnykh telekommunikatsionnykh platform]. XIII All-Russian meeting on problems of VSPU management-2019. Proceedings of the XIII All-Russian Meeting on the problems of VSPU management-2019. V.A. Trapeznikov Institute of Management Problems of the Russian Academy of Sciences, 2019. Pp. 40–42. (rus)
7. Kiribayashi S., Yakushigawa K., Nagatani K. Design and development of tether-powered multicopter micro unmanned aerial vehicle system for remote-controlled construction machine. Field and Service Robotics: Results of the 11th International Conference. – Springer International Publishing, 2018. Pp. 637–648. DOI: 10.1007/978-3-319-67361-5_41.
8. SkySapience. URL: <https://www.skysapience.com> (date of treatment: 20.09.2024).
9. Xu Z. Application research of tethered UAV platform in marine emergency communication network. Journal of Web Engineering. 2021. No. 20(2). Pp. 491–511. DOI: 10.13052/jwe1540-9589.20212.
10. Vishnevsky V.M., Kozyrev D.V., Rykov V.V., Nguyen Z.F. Modeling the reliability of an unmanned high-altitude module of a tethered telecommunications platform. [Modelirovaniye nadozhnosti bespilotnogo vysotnogo modulya privyaznoy telekommunikatsionnoy platformy]. Information technologies and computing systems. 2020. No. 4. Pp. 26–38. DOI: 10.14357/20718632200403. (rus)
11. Pavlovsky M.A., Akinfieva L.Yu., Boychuk O.F. Theoretical mechanics: Dynamics. [Teoreticheskaya mekhanika: Dinamika]. Vyshcha shkola, 1990, p. 480. (rus)
12. Bezmen P., Emelyanova O., Jatsun S. Mathematical Modeling of Tethered Platform Vertical Flight. International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon). IEEE. 2024. Pp. 460–465. DOI: 10.1109/SmartIndustry-Con61328.2024.10515405.
13. Lyapunov A.M. Lectures on theoretical mechanics. [Lektsii po teoreticheskoy mekhanike]. Kiev: Naukova dumka, 1982, p. 632. (rus)
14. Dinh T.D., Vishnevsky V., Larionov A., Vybornova A., Kirichek R. Structures and Deployments of a Flying Network Using Tethered Multicopters for Emergencies. Distributed Computer and Communication Networks: 23rd International Conference, DCCN 2020, Moscow, Russia, September 14–18, 2020, Revised Selected Papers. Springer Nature. 2021. Vol. 12563. Pp. 28–38.
15. Zaid A.A., Belmekki B.E.Y., Alouini M.S. Aerial-Aided mmWave VANETs Using NOMA: Performance Analysis, Comparison, and Insights. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023. DOI: 10.48550/arXiv.2110.08830.
16. Mikoni S.V., Poltavsky A.V., Semionov S.S. Methodology for designing the model of multidimensional estimation of tethered high-altitude multicopter-based platforms [Metodologiya proyektirovaniya modeli mnogomernogo otsenivaniya privyaznykh vysotnykh platform na baze multikopterov]. Dependability, 2022. Vol. 22(2). Pp. 55–63. (rus) DOI: 10.21683/1729-2646-2022-22-2-55-63.
17. Vishnevsky V.M., Mikhailov E.A., Tumchenok D.A., Shirvanyan A.M. Mathematical Model of the Operation of a Tethered Unmanned Platform under Wind Loading. Mathematical Models and Computer Simulations. 2020. Vol. 12. Pp. 492–502. DOI: 10.1134/S2070048220040201.
18. Saberi A., Stoorvogel A.A., Sannuti P. Exact, almost and optimal input decoupled (delayed) observers. International Journal of Control. 2000. Vol. 73(7). Pp. 552–581.
19. Kovač U., Košir A. Fast estimation of the non-stationary amplitude of a harmonically distorted signal using a Kalman filter. Metrology and Measurement Systems. 2013. Vol. 20(1). Pp. 27–42.
20. Bezmen P.A. Investigation of the operation of the extended Kalman filter supplemented by an adaptive digital filter for integrating data from a mobile robot control system. [Issledovaniye raboty rasshirenogo fil'tra Kalmana, dopolnennogo adaptivnym tsifrovym fil'trom, dlya kompleksirovaniya dannykh sistemy upravleniya mobil'nym robotom]. Proceedings of the Southwest State University. 2020. Vol. 24(6). Pp. 68–89. DOI: 10.21869/2223-1560-2020-24-1-68-89. (rus)

Information about the authors

Jatsun, Sergey F. DSc, Professor. E-mail: teormeh@inbox.ru. Southwest State University. Russia, 305040, Kursk, st. 50 let Oktyabrya, 94.

Bezmen, Petr A. PhD, Assistant professor. E-mail: pbezmen@yahoo.com. Southwest State University. Russia, 305040, Kursk, st. 50 let Oktyabrya, 94.

Emelyanova, Oksana V. PhD, Assistant professor. E-mail: oks-emelyanova@yandex.ru. Southwest State University. Russia, 305040, Kursk, st. 50 let Oktyabrya, 94.

Received 23.09.2024

Для цитирования:

Яцун С.Ф., Безмен П.А., Емельянова О.В. Исследование задачи стабилизации привязной платформы в вертикальной плоскости // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2025. № 2. С. 96–105. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-10-2-96-105

For citation:

Jatsun S.F., Bezmen P.A., Emelyanova O.V. Study of a tethered platform stabilization problem in the vertical plane. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2025. No. 2. Pp. 96–105. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-10-2-86-105