

Студент
Г.В. Федоров
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАРКОВИЦА К КРИПТОВАЛЮТНОМУ ПОРТФЕЛЮ

Аннотация. В статье рассматривается портфельная теория Марковица и ее применение к инвестициям в криптовалютные активы. Описываются основные принципы теории и ее математическая модель, используемая для определения оптимального соотношения между активами в инвестиционном портфеле. Далее приводится пример использования теории на пяти криптовалютных активах, показывая, как определить оптимальное соотношение между ними, минимизируя риск и максимизируя доходность портфеля. Статья может быть полезна для инвесторов, которые ищут методы оптимизации своих инвестиционных портфелей, включая портфели с криптовалютными активами.

Ключевые слова: криптовалюта, портфель Марковица, портфельная теория Марковица, инвестиции.

Портфельная теория Марковица – это теория оптимального портфеля, разработанная Гарри Марковицем в 1952 году и опубликованная в журнале «Journal of Finance» [1]. В дальнейшем теория была подробно описана и расширена в работах [2, 3]. Эта теория предполагает, что инвесторы могут оптимизировать доходность своего портфеля, выбирая соответствующие комбинации активов, которые минимизируют риск портфеля при различных условиях (например, заданная доходность). Согласно теории, вложения в несколько активов могут дать более высокий доход при меньшем риске, чем вложения в один актив. Теория оптимального портфеля предлагает набор математических методов, которые помогают инвесторам определить оптимальное соотношение между активами, чтобы минимизировать риск и максимизировать доходность портфеля.

Теория Марковица имеет широкое применение в финансовой индустрии и используется для оптимизации инвестиционных портфелей. В частности, она используется для выбора оптимального соотношения между акциями, облигациями и другими активами в инвестиционном портфеле. Кроме того, теория Марковица может быть применена к криптовалютам и другим новым формам активов, чтобы помочь инвесторам опреде-

лить оптимальное соотношение между различными криптоактивами, минимизировать риск и максимизировать доходность портфеля.

Теория Марковица использует понятие границы эффективности портфеля, которая является кривой, представляющей различные комбинации активов, обеспечивающих различные уровни доходности и риска при различных условиях. Эта кривая позволяет инвесторам выбирать оптимальный портфель, который находится на границе эффективности портфеля.

Рассмотрим применение математической модели к криптовалютным активам. Портфель π задается как вектор относительных весов каждого актива в его начальной цене

$$\pi = \{x_1, \dots, x_n\}, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i = \frac{k_i S_i(0)}{S_\pi(0)}, \quad (1)$$

где k_i – количество активов i в портфеле,

$S_i(T)$ $S_\pi(T)$ – цена актива i и портфеля π в момент времени T .

Доходность портфеля за период T задается выражением

$$R_\pi = \frac{S_\pi(T) - S_\pi(0)}{S_\pi(0)}, \quad R_\pi = \sum_{i=1}^n x_i R_i. \quad (2)$$

Ожидаемая доходность портфеля (математическое ожидание)

$$m_\pi = M[R_\pi] = \sum_{i=1}^n x_i m_i. \quad (3)$$

Риск портфеля (дисперсия)

$$\sigma_\pi^2 = D[R_\pi] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{var}(R_i, R_j) x_i x_j. \quad (4)$$

Поставим две задачи. Задача минимизации риска при нижней границе на доходность имеет вид

$$\begin{cases} \sigma_\pi^2 \rightarrow \min, \\ R_\pi \geq R_{req}, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, i \in \{1, \dots, n\}. \end{cases} \quad (5)$$

Задача максимизации доходности при верхней границе на риск имеет вид

$$\begin{cases} R_{\pi} \rightarrow \max, \\ \sigma_{\pi}^2 \geq \sigma_{req}^2, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\ x_i \geq 0, i \in \{1, \dots, n\}. \end{cases} \quad (6)$$

Приведем результаты применения теории. Для эксперимента было выбрано пять монет, которые лидируют по капитализации (по данным сервиса CoinGecko [4]), не считая стейблкоины: Bitcoin (BTC), Ethereum (ETH), Binance coin (BNB), XRP (XRP) и Cardano (ADA). В результате решения задач оптимизации, имеем результаты, которые представлены на рисунках 1 и 2.

На рисунке 1 представлен результат решения задачи (5), т. е. задачи минимизации риска.

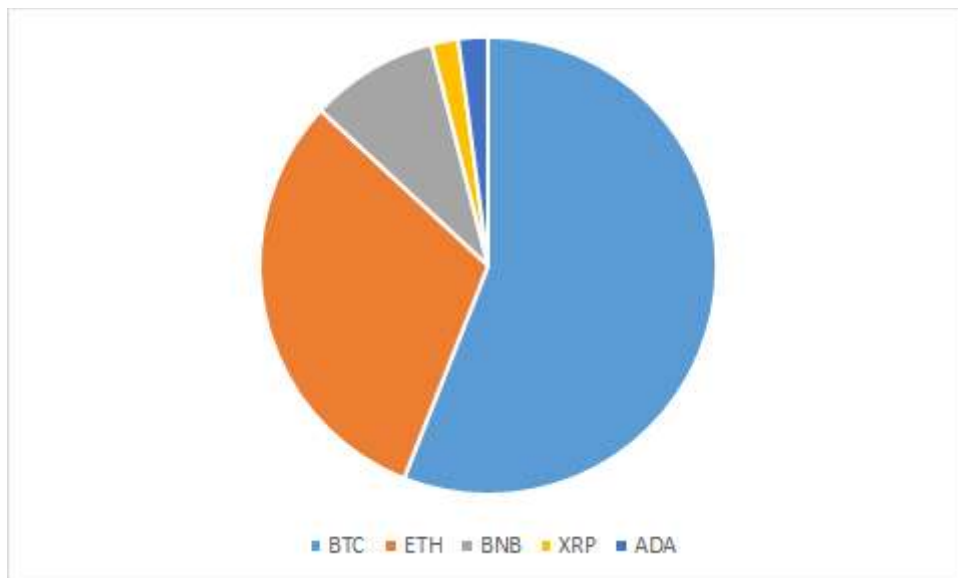


Рис. 1. Доли криптовалютных активов в портфеле при минимизации риска

В данном решении имеем следующие доли: BTC – 54 %, ETH – 31 %, BNB – 9 %, XRP – 2 %, ADA – 2 %. Ожидаемая общая доходность такого портфеля составляет 8 %, при общем уровне риска – 16 %.

На рисунке 2 представлен результат решения задачи (6), т. е. задачи максимизации доходности, при условии минимального размера доли каждого актива – не менее 1 %.

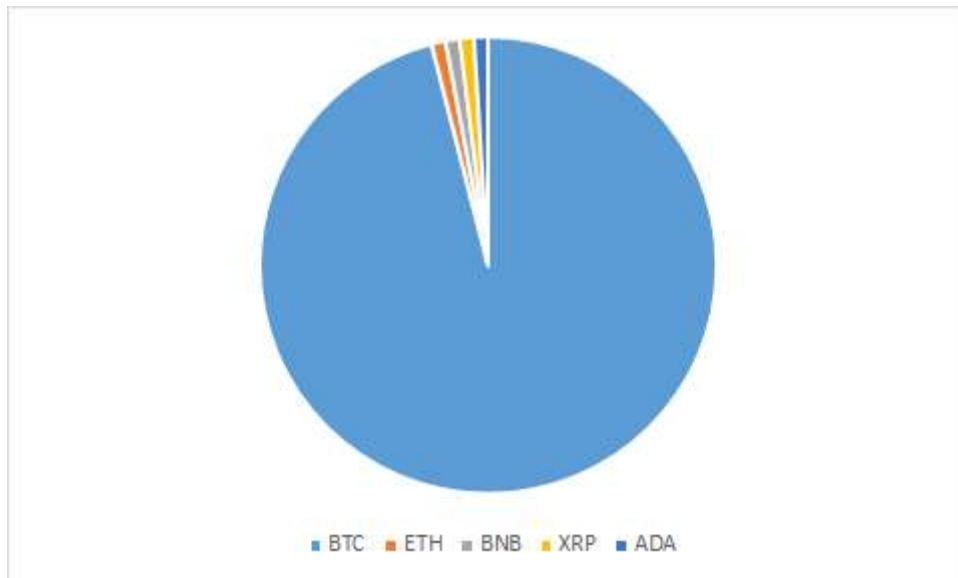


Рис. 2. Доли криптовалютных активов в портфеле при максимизации прибыли

В таком случае, имеем следующие доли: BTC – 96 %, ETH – 1 %, BNB – 1 %, XRP – 1 %, ADA – 1 %. Ожидаемая общая доходность такого портфеля составляет 10 %, при общем уровне риска – 20 %. Очевидно, что в случае отсутствия условий на минимальные размеры долей активов в портфеле, доля BTC будет составлять 100 %.

Исходя из этого, можно сделать вывод, что первый портфель обеспечивает ожидаемую доходность сопоставимую с доходностью второго портфеля, при этом риск первого портфеля на 4 % меньше. Первый портфель находится на границе эффективности портфеля и обеспечивает максимальную доходность при минимальном уровне риска.

Таким образом, портфельная теория Марковица может быть применена для оптимизации инвестиционных портфелей не только в традиционных активах, но и в криптовалютах. Для этого необходимо выбрать оптимальное соотношение между различными криптоактивами, чтобы минимизировать риск и максимизировать доходность портфеля. Стоит отметить, что на практике инвестиционные портфели могут состоять не только из криптовалют, а могут включать в себя традиционные инвестиционные инструменты, в том числе акции компаний, облигации, облигации федерального займа, банковские вклады, драгоценные металлы, недвижимость и многие другие. В целом портфельная теория Марковица представляет собой мощный инструмент для инвесторов, желающих оптимизировать свой инвестиционный портфель (опираясь на статистические данные) в различных классах активов, включая криптовалюты.

Библиографический список

1. Markowitz H. M. Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. Vol. 7. № 1. P. 71–91.
2. Markowitz H. M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment. New York: Wiley, 1959. 356 p.
3. Markowitz H. M. Mean Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. New York: Blackwell, 1990. 400 p.
4. Bazaraa M. S., Sherali H.D., Shetty C. M. Nonlinear Programming (2nd ed.). New York: Wiley & Sons, 1994. 853 p.
5. CoinGecko. Cryptocurrency Prices, Charts, and Crypto Market Cap [Электронный ресурс]. URL: <https://www.coingecko.com> (дата обращения 01.05.2023).