

Бушув Д. А., аспирант, ст. преп.,
Воробьев Н. Д., канд. техн. наук, доц.,
Рубанов В. Г., д-р техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ПОДШИПНИКАХ ПОМОЛЬНО-СМЕСИТЕЛЬНОГО АГРЕГАТА КАК ОБЪЕКТА АВТОМАТИЗАЦИИ

dmbushuev@gmail.com

В статье рассчитываются динамические реакции подшипников помольно-смесительного агрегата при его уравнивании двумя и одним противовесами. Для конкретного численного примера определяются оптимальные значения их положений. Приводится сравнительный анализ полученных численных результатов динамических реакций.

Ключевые слова: помольный агрегат, динамические нагрузки, уравнивание, плечо противовеса, оптимизация.

Энергоэффективным средством для получения высокодисперсных порошков является центробежный помольно-смесительный агрегат (ЦПСА) [1,2], в котором задание траектории движения рабочих камер осуществляется посредством кинематической цепи кривошипно-ползунного механизма. Однако при движении его звеньев с переменными скоростями, за счет изменения сил инерции возникают периодические динамические нагрузки, которые являются источником нежелательных колебаний отдельных звеньев механизма и уравниваются соответствующими реакциями. Эти колебания передаются узлам и деталям агрегата (например, опорным стойкам) и вызывают усталостные явления, тем самым снижая их остаточный ресурс и в целом надежность агрегата. Для снижения этих динамических реакций в агрегате [1] используется противовесы, которые жестко фиксируются перед началом помола. Существуют также поисковые системы автоматической балансировки [3,4], демпфирующие вибрации данного агрегата за счет управления уравнивающим воздействием – величиной плеча противовеса. В результате такого управления осуществляется компенсация влияния изменяющегося положения центра масс в процессе помола или изменения коэффициента загрузки [5]. Однако все существующие методы уравнивания ЦПСА базируются на способе частичного уравнивания кривошипно-ползунного механизма одним противовесом. Но известен способ полного уравнивания кривошипно-ползунного механизма с помощью двух противовесов [6], который для уравнивания данных агрегатов еще не рассматривался. Кроме того, не проводились теоретические

исследования для определения оптимальных значений плеч противовесов и степени их влияния на динамические реакции.

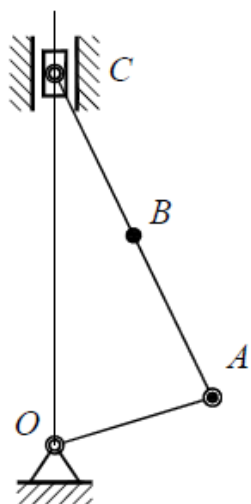
Этим вопросам и будет посвящен анализ динамических реакций в подшипниках центробежного помольно-смесительного агрегата при различных способах его уравнивания. Для проведения данного анализа сначала определим аналитические выражения соответствующих реакций.

Конструкцию ЦПСА можно условно изобразить на рис. 1, а способ уравнивания динамических реакций с помощью противовесов E и D , рис 1, б. На рис. 1 A, B и C – помольные камеры помольно-смесительного агрегата. Следует заметить, что расположение противовеса D с плечом CD отличается от приведенного в работе [6], в которой плечом противовеса является звено AD' (см. рис.1), но при последующем расчете можно получить значения реакций и для известного варианта уравнивания путем отсчета плеча в обратном направлении относительно точки C , учитывая длину шатуна CA .

Для расчета динамических реакций применим принцип Даламбера: если к активным силам и реакциям связи, приложенным к точкам механической системы, добавить силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной.

Активными силами являются силы тяжести помольных камер \bar{G}_A , \bar{G}_B и \bar{G}_C , силы тяжести противовесов \bar{G}_D и \bar{G}_E , вращающий момент M , приложенный к звену OA , рис.2. Весами звеньев EOA и ACD , в силу их малости по сравнению с весами помольных камер и противовесов, пренебрегаем.

а



б

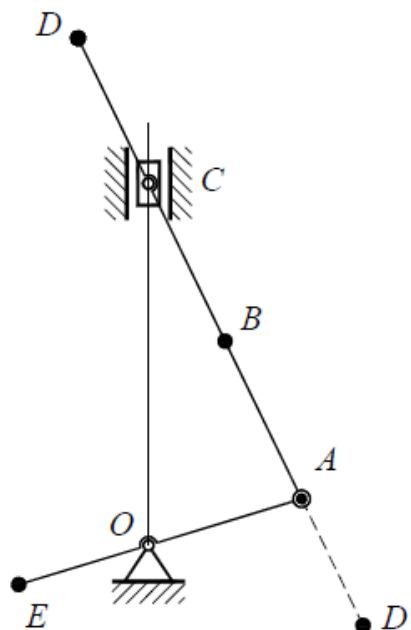


Рис. 1. Кинематическая схема помольно-смесительного агрегата (а) и схема с уравновешивающими грузами E и D (б)

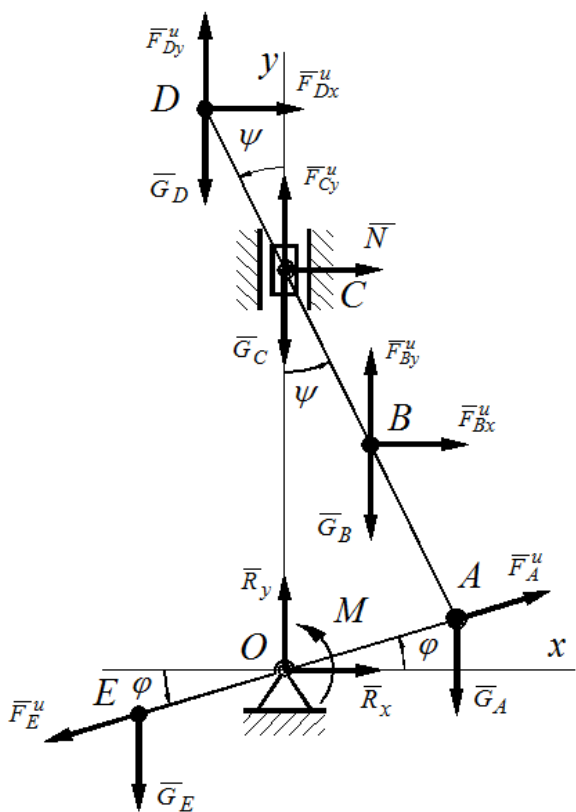


Рис. 2. Активные силы, реакции связей и силы инерции

Реакции связи приложены к звену EA в подшипнике O и, со стороны направляющих, к ползуну C. Реакцию связи в подшипнике O представим в виде двух составляющих – \bar{R}_x и \bar{R}_y , рис. 2. В ползуне C – в виде силы нормального давления \bar{N} , силой трения пренебрегаем в связи с ее малостью, так как в

направляющих применяется специальная смазка.

Силы инерции помольной камеры A и противовеса E, поскольку звено EA совершает равномерное вращательное движение, определяются только нормальными составляющими их ускорений, направленными вдоль звена EA, таким образом,

$$F_A^u = m_A \omega^2 l_A, \quad (1)$$

$$F_E^u = m_E \omega^2 l_E, \quad (2)$$

где m_A и m_E – массы, соответственно, камеры A и противовеса E, ω – угловая скорость вращения звена OA, l_A и l_E – длины звеньев OA и OE.

Направления сил инерции показаны на рис. 2.

Для вычисления сил инерции остальных камер и противовеса определим их ускорения.

Введем декартову систему координат xOy, рис. 2. Положение механизма будем задавать углом φ . Обозначим угол $\angle OCA$ через ψ , тригонометрические функции угла ψ могут быть определены следующим образом:

$$\sin \psi = \lambda_A \cos \varphi, \quad (3)$$

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi},$$

где $\lambda_A = l_A / l$, а через l обозначена длина звена AC.

Координаты помольной камеры B запишутся следующим образом:

$$x_B = \frac{l_A}{2} \cos \varphi, \tag{4}$$

$$y_B = l_A \sin \varphi + \frac{l}{2} \cos \psi.$$

$$\ddot{x}_B = a_{Bx} = -\frac{\omega^2 l_A}{2} \cos \varphi, \tag{5}$$

$$\ddot{y}_B = a_{By} = -\left(\omega^2 l_A \sin \varphi + \frac{l}{2} (\dot{\psi}^2 \cos \psi + \ddot{\psi} \sin \psi) \right).$$

При выводе формул (5) было учтено, что $\dot{\varphi} = \omega$ и $\ddot{\varphi} = 0$, а $\dot{\psi}$ и $\ddot{\psi}$ вычисляются по формулам, полученным из (3):

$$\dot{\psi} = -\omega \lambda_A \frac{\sin \varphi}{\cos \psi}, \tag{6}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\dot{\psi}^2 \sin \psi - \lambda_A \omega^2 \cos \varphi}{\cos \psi}.$$

Таким образом, сила инерции, которая должна быть добавлена к помольной камере B , имеет проекции на оси координат:

$$\ddot{y}_C = a_{Cy} = -l_A \omega^2 \sin \varphi - l (\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi), \tag{9}$$

$$F_{Cy}^u = -m_C a_{Cy}. \tag{10}$$

Наконец, для противовеса D имеем:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_D = a_{Dx} &= l_D (\dot{\psi}^2 \sin \psi - \ddot{\psi} \cos \psi), \\ \ddot{y}_D = a_{Dy} &= -\omega^2 l_A \sin \varphi - (l + l_D) (\dot{\psi}^2 \cos \psi + \ddot{\psi} \sin \psi), \end{aligned} \tag{12}$$

и

$$\begin{aligned} F_{Dx}^u &= -m_D a_{Dx}, \\ F_{Dy}^u &= -m_D a_{Dy}. \end{aligned} \tag{13}$$

Дифференцируя дважды полученные уравнения по времени, найдем:

$$F_{Bx}^u = -m_B a_{Bx}, \tag{7}$$

$$F_{By}^u = -m_B a_{By}.$$

Аналогично, для помольной камеры C имеем

$$y_C = l_A \sin \varphi + l \cos \psi \tag{8}$$

(координата $x_C = \text{const} = 0$) и, соответственно,

$$\begin{aligned} x_D &= -l_D \sin \psi, \\ y_D &= l_A \sin \varphi + (l + l_D) \cos \psi, \end{aligned} \tag{11}$$

где l_D – длина звена CD ,

Условия эквивалентности нулю рассматриваемой системы сил запишутся следующим образом:

– в проекции на ось Ox :

$$R_x + F_A^u \cos \varphi + F_{Bx}^u + N + F_{Dx}^u - F_E^u \cos \varphi = 0; \tag{14}$$

– в проекции на ось Oy :

$$R_y - G_A + F_A^u \sin \varphi - G_B + F_{By}^u - G_C + F_{Cy}^u - G_D + F_{Dy}^u - F_E^u \sin \varphi = 0; \tag{15}$$

– сумма моментов относительно точки O :

$$-G_A l_A \cos \varphi + G_E l_E \cos \varphi - G_B x_B - N y_C - G_D x_D + m_O (\bar{F}_B^u) + m_O (\bar{F}_D^u) + M = 0. \tag{16}$$

Моменты сил инерции \bar{F}_B^u и \bar{F}_D^u вычисляются по известным формулам

$$m_O (\bar{F}) = x F_y - y F_x, \tag{17}$$

а моменты сил инерции \bar{F}_A^u и \bar{F}_E^u относительно точки O равны нулю.

В трех уравнениях (14) – (16) содержатся 4 неизвестных: R_x, R_y, N и M . Четвертое уравнение можно получить, применив теорему об изменении кинетической энергии:

$$T - T_0 = \sum A_i \tag{18}$$

За начальный момент примем положение механизма, соответствующее нулевому значению угла φ . В этот момент времени мгновенный центр скоростей звена AD находится на бесконечности. Следовательно, скорости камер A, B, C и противовеса D в начальный момент времени одинаковы и равны ωl_A , а скорость противовеса E в этот же момент времени равна ωl_E . Модули скоростей камеры A и противовеса E постоянны и равны

начальным значениям. Вычисление скоростей камер B, C и противовеса D для произвольного значения угла φ не представляет сложности, они могут быть вычислены по

$$T - T_0 = \frac{m_B v_B^2}{2} + \frac{m_C v_C^2}{2} + \frac{m_D v_D^2}{2} - (m_B + m_C + m_D) \frac{(\omega l_A)^2}{2}. \quad (19)$$

Далее, определим работу сил. При этом, учтем, во-первых, что реакции связей работы не совершают – точка O приложения реакций \bar{R}_x и \bar{R}_y неподвижна, а реакция \bar{N} перпендикулярна перемещению ползуна C ; во-вторых, сила тяжести является силой потенциальной, поэтому ее работа может быть вычислена по формуле

$$A_{GK} = -m_K g (y_K - y_{K0}), \quad (20)$$

где K обозначает одно из тел A, B, C, D или E , $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения, y_K, y_{K0} – координаты

известным зависимостям их координат от угла φ , формулы (4), (8) и (11).

Таким образом,

тела при некотором значении угла φ и $\varphi = 0$, соответственно.

Наконец, работа момента M , приложенного к звену OA и обеспечивающего равномерное вращение звена с угловой скоростью ω , вычисляется по формуле

$$A_M = \int_0^\varphi M d\varphi. \quad (21)$$

С учетом изложенного выше, формулу (18) можно записать в следующем виде:

$$T - T_0 = \sum_{K=A, \dots, E} A_{GK} + \int_0^\varphi M d\varphi, \quad (22)$$

откуда получаем

$$M = \frac{dT}{d\varphi} \left(T - T_0 - \sum_{K=A, \dots, E} A_{GK} \right) = \frac{dT}{d\varphi} - \frac{d}{d\varphi} \left(\sum_{K=A, \dots, E} A_{GK} \right) \quad (23)$$

Первое слагаемое формулы (23) можно преобразовать, используя соотношение:

$$\frac{d}{d\varphi} \frac{mv^2}{2} = mv \frac{dv}{d\varphi} = mv \frac{dv}{dt} \frac{dt}{d\varphi} = \frac{mv}{\omega} a_\tau = \frac{mv}{\omega} \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v} = \frac{m}{\omega} (v_x a_x + v_y a_y), \quad (24)$$

так что

$$\frac{dT}{d\varphi} = \frac{1}{\omega} \sum_{K=B, C, D} m_K (v_{Kx} a_{Kx} + v_{Ky} a_{Ky}). \quad (25)$$

Второе слагаемое, с учетом преобразований

$$\frac{d}{d\varphi} mg(y - y_0) = mg \frac{dy}{d\varphi} = mg \frac{dy}{dt} \frac{dt}{d\varphi} = \frac{mg}{\omega} v_y, \quad (26)$$

запишется следующим образом:

$$-\frac{d}{d\varphi} \left(\sum_{K=A, \dots, E} A_{GK} \right) = \frac{g}{\omega} \sum_{K=A, \dots, E} m_K v_{Ky}. \quad (27)$$

Формула (23), таким образом, примет окончательный вид:

$$M = \frac{1}{\omega} \sum_{K=B, C, D} m_K (v_{Kx} a_{Kx} + v_{Ky} (a_{Ky} + g)) + g \cos \varphi (m_A l_y - m_E l_E). \quad (28)$$

Затем из уравнений (16), (14) и (15) можно найти значения \bar{N} , \bar{R}_x и \bar{R}_y , соответственно.

В качестве примера для расчета был выбран ЦПСА со следующими значениями исходных параметров: $m_A = m_B = m_C = 15 \text{ кг}$, $l_A = 0,02 \text{ м}$, $l = 0,7 \text{ м}$, $AB = BC$, $\omega = 40 \text{ рад/с}$ (382 об/мин).

).

Функции \bar{N} , \bar{R}_x и \bar{R}_y являются нелинейными периодическими функциями, зависящими от $\varphi, m_e, m_d, h_e, h_d$. Исследование этих функций показало, что уменьшая массу противовесов, можно уменьшить динамические реакции, но при этом необходимо существенно увеличивать соответствующие плечи, что может

быть трудно реализуемо в плане изменения конструкции агрегата. Поэтому при дальнейшем поиске оптимальных положений противовесов массы были зафиксированы на уровне $m_e = m_d = 15 \text{ кг}$.

$$I = \sqrt{\frac{\int_0^{2\pi} [k_{Rx} R_x^2(\varphi, h_e, h_d) + k_{Ry} R_y^2(\varphi, h_e, h_d) + k_N N^2(\varphi, h_e, h_d)]^2 d\varphi}{2\pi}} \rightarrow \min_{h_e, h_d} / \begin{cases} 0 \leq h_e \leq 3 \text{ [М]} \\ -3 \leq h_d \leq 3 \text{ [М]} \end{cases}, (29)$$

где $k_{Rx} = 10$, $k_{Ry} = 1$, $k_N = 10$ - коэффициенты влияния.

При решении данной нелинейной оптимизационной задачи в системе Matlab, с

В качестве критерия оптимальности был выбран минимум СКЗ сумм квадратов всех реакций или на формализованном языке:

помощью метода внутренних точек (Interior-Point Method) и последующем анализе реакций были получены следующие результаты (Табл. 1) для различных вариантов уравнивания.

Таблица 1

Сравнительный анализ различных вариантов уравнивания

№ п/п	R_x^{\max} , Н	R_y^{\max} , Н	N^{\max} , Н	R_x^{\min} , Н	R_y^{\min} , Н	N^{\min} , Н	$I(h_e, h_d)$
1	Без противовесов						
	607,14	1860,8	115,03	-606,8	-1019	-115,02	$3,327 \cdot 10^6$
2	Один противовес, $h_e=3,1 \text{ см}$						
	142,5	1260,1	115,03	-142,5	-124,2	-115,02	$9,3 \cdot 10^5$
3	Два противовеса, $h_e=6,6 \text{ см}$, $h_d=-95,4 \text{ см}$ ($AD'=25,4 \text{ см}$)						
	83,2	1060,7	123,3	-83,2	380	-124,2	$7,9 \cdot 10^5$

Как видно из табл.1 уравнивание одним противовесом дает уменьшение динамических реакций: R_x^{\max} и R_x^{\min} – на 76,5%, R_y^{\max} – на 32,3 %, R_y^{\min} – на 87,8 %, при неизменном N . Уравнивание двумя противовесами при небольшом увеличении N (на 7%): R_x^{\max} и R_x^{\min} – на 86,3%, R_y^{\max} – на 43%, а значение R_y^{\min} – стало положительным, см. рис.3,а. Таким образом, уравнивание двумя противовесами обеспечивает получение

наименьших динамических реакций в подшипниках ЦПСА. Следует отметить, что целевая функция (29) имеет два минимума (рис 3,б), расположенных симметрично относительно нуля по оси изменения плеча h_d . Один минимум находится в точке, где $h_d=95,4 \text{ см}$, что соответствует $CD=95,4 \text{ см}$ и конструктивно сложно осуществимо, а другой в точке $h_d=-95,4 \text{ см}$, что соответствует $AD'=25,4 \text{ см}$ (см рис.1,б). Следовательно, противовес необходимо располагать в точке D' .

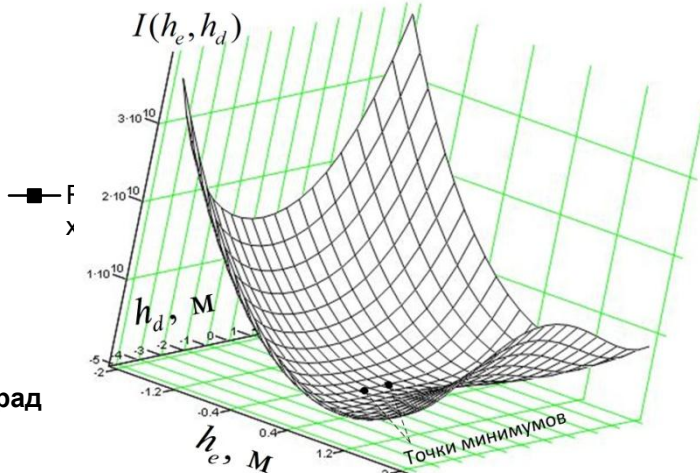
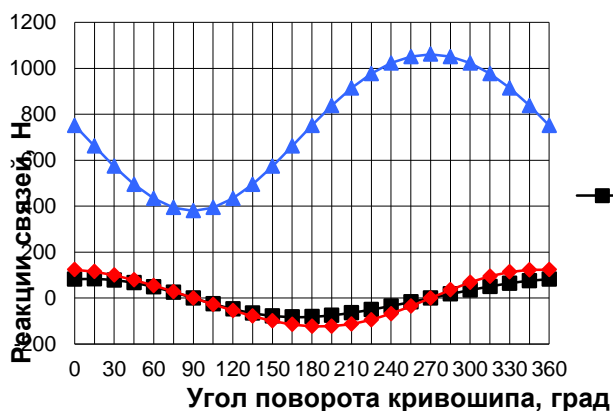


Рис.3. Динамические реакции (а) и вид целевой функции (б) при уравнивании ЦПСА двумя оптимально расположенными противовесами

Уравнивание двумя противовесами также уменьшает вращающий момент M (рис.4)

и выравнивает его форму. Это приводит к снижению момента нагрузки на валу

приводного двигателя и как следствие к уменьшению энергопотребления.

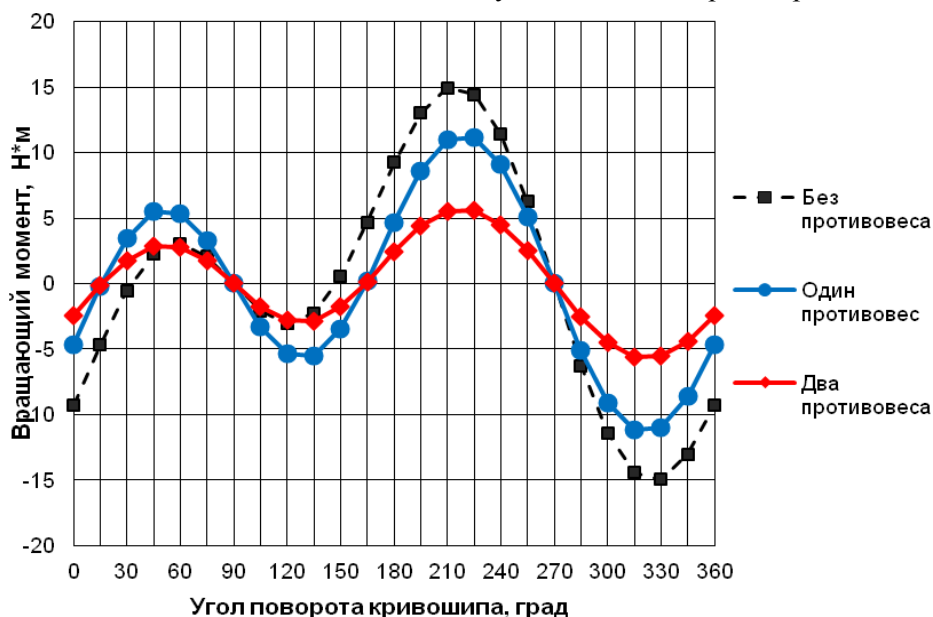


Рис. 4. Зависимость вращающего момента M от угла поворота φ при разных вариантах уравнивания

Найденные аналитические выражения для динамических реакций в подшипниках и оптимальные значения противовесов могут в дальнейшем быть использованы в системах автоматической балансировки, например, для определения начального положения противовесов, при определенном коэффициенте загрузки или для нахождения рационального диапазона изменения положения противовесов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Севостьянов В.С., Уральский В.И., Сеница Е.В. Центробежный помольно-смесительный агрегат // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова 2005. № 11. С. 215-217.

2. Энергосберегающие помольные комплексы для получения механоактивированных композиционных смесей / А.М. Гридчин, В.С. Севостьянов, В.С. Лесовик, В.И. Уральский, Е.В. Сеница, А.В. Уральский //

Известия вузов. Строительство. 2009. №5. С.68-79.

3. Пат. 114875 Российская Федерация, В 02С 17/00. Помольно-смесительный агрегат с автоматической балансировкой / Рубанов В.Г., Севостьянов В.С., Уральский В.И., Стативко А.А., Бушуев Д. А., Стативко С.А.; заявитель и патентообладатель БГТУ им. В.Г. Шухова; опубл. 20.04.12.Бюл. № 11.

4. Пат. 2494813Российская Федерация, В 02С 17/14. Помольно-смесительный агрегат с автоматической балансировкой / Глаголев С.Н., Рубанов В.Г., Севостьянов В.С., Уральский В.И., Стативко А.А., Стативко С.А., Бушуев Д. А.; заявитель и патентообладатель БГТУ им. В.Г. Шухова; опубл. 10.10.13.Бюл. № 13.

5. Стативко С.А., Бушуев Д.А., Уральский В.И. Повышение эффективности центробежных измельчителей с помощью модульных систем автоматической балансировки // Сборник трудов молодых ученых и специалистов Белгородской области. Белгород: Константа, 2012. С. 102-107.

6. Щепетильников В.А. Уравнивание механизмов. М.: Машиностроение, 1982. 256 с.