

Зинькова В.А., ст. преп.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ОПТИМИЗАЦИЯ ТОПОЛОГИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ФЕРМ

vikzinkova@mail.ru

Исследованы рациональное расположение узлов и способ их соединения между собой в однопролетной шарнирной ферме с заданной нагрузкой. В качестве примера рассмотрим шестипанельную ферму с горизонтальным нижним поясом, нагруженную по верхнему поясу. Кроме семи его директивных узлов, задан также восьмой узел на оси симметрии, определяющий высоту фермы. Вариацию топологии ограничиваем 22 узлами, расположенными на вертикальных линиях, служащих границами панелей. В каждой панели предполагаем наличие одного восходящего (нисходящего) раскоса. Оптимизация ведется на основе вариационного принципа структурного синтеза. В случае однородного линейно-упругого материала упомянутый критерий оптимальности идентичен минимуму потенциальной энергии деформации и объему затраченного материала на ферму. По результатам исследования прослеживается тенденция сосредоточения материала в нагруженных узлах и выявлена конструкция, которая в пределах оговоренных требований эффективно выполняет свое функциональное назначение.

Ключевые слова: топология конструкции, однопролетная шарнирная ферма, критерий оптимальности.

Введение. Структурный синтез означает создание конструкции, которая в пределах оговоренных требований эффективно выполняет функциональное назначение. Проектирование конфигурации конструкции включает определение ее топологии, геометрии и параметров элементов. Под топологией понимают предопределение узлов и способ их соединения между собой для образования геометрически неизменяемой конструкции. Если расположение узлов конструкции на этапе задания топологии может быть выбрано неопределенное, но в дальнейшем они должны занять конкретное положение и обусловить позиции элементов, то есть составить геометрию конструкции. Определение параметров элементов включает установление размеров их сечений. Самым низким уровнем постановки проектной задачи можно считать определение параметров элементов при заданной геометрии конструкции, а самым высоким – проектирование при неизвестной топологии.

К постановке такого рода проектных задач инженеры и ученые обратились лишь в последние десятилетия. К. Мажид [1] привел формулировки и доказательства трех теорем о структурных изменениях и применение их к оптимизации топологии шарнирных конструкций по массе. Принятый критерий, как известно, в лучшем случае, обеспечивает лишь локальный экстремум (минимум) в решении оптимизационной задачи.

Проектирование 25-стержневой пространственной фермы при неизвестной топологии с использованием эволюционной стратегии оптимизации рассмотрено в работе [2]. Задача рассмотрена опять-таки в рамках весовой оптимизации и имеет локальное решение.

Универсальный критерий отвечает вариационному принципу структурного синтеза профессора А.Г. Юрьева [3]: потенциальная энергия системы в положении устойчивого равновесия достигает абсолютного минимума по перемещениям в функциональном пространстве, расширенном за счет полей функций конфигурации и (или) модулей упругости материала.

Этот критерий удачно использован при оптимизации топологии одноэтажных рам [4]. Уменьшение изгибающих моментов балочных элементах рамы достигалось двумя способами: а) введением шарниров по длине элемента, б) введением стержней, создающих дополнительные опорные точки. Предрасположенность стоек к потере устойчивости снижается при уменьшении приведенной длины.

Процесс «обволакивания» материей силового поля в природных конструкциях нацеливает на аналогию с техническими системами [5]. На примере плоской двухпанельной консольной фермы показано «устремление» двух раскосов соседних панелей фермы к нагруженному узлу.

Основная часть. В настоящей работе оптимизация топологии металлических ферм проводится в рамках существующих рекомендаций их использования в промышленном и гражданском строительстве.

В качестве примера рассмотрим шестипанельную ферму (пролетом $l=6d=18m$) с горизонтальным нижним поясом. Кроме семи его директивных узлов, задан также 8-й узел на оси симметрии, определяющий высоту фермы $h=2m$. Вариацию топологии ограничиваем 22 узлами, расположенными на вертикальных линиях, служащих границами панелей. В каждой панели

предполагаем наличие одного раскоса, который может быть восходящим или нисходящим.

В результате получаем 12 типов ферм, расположенных в диапазоне от треугольной фермы до фермы с параллельными поясами (рис. 1). Четыре промежуточные фермы, по принятой терминологии, считаются фермами с полигональным верхним поясом. Нагрузка приложена в узлах верхнего пояса.

В табл. 1 даны длины стержней l_i , внутренние усилия N_i , площади поперечных сечений A_i ,

минимальные радиусы инерции i_{min} . Обозначение стержней соответствует рис. 2. В целях исключения итерационного процесса при определении площадей сечений сжатых стержней коэффициент ϕ уменьшения расчетного сопротивления R для стали принимался равным 0,75. При этом учитывалось ограничение гибкости элементов пояса и решетки. Их площади поперечных сечений должны иметь соответствующие минимальные радиусы инерции.

Таблица 1

Геометрические характеристики и внутренние усилия стержней фермы

№ фермы		1				2				3			
стержни	№ стержня	$l, м$	$N, кН$	$A, см^2$	$i_{min}, см$	$l, м$	$N, кН$	$A, см$	$i_{min}, см$	$l, м$	$N, кН$	$A, см$	$i_{min}, см$
	2-3	3	635.5	26.5		3	529.6	22.1		3	485.6	20.2	
	3-4	3	476.6	19.9		3	476.6	19.9		3	476.6	19.9	
стойки	1-8					0.8	-35.3	1.96	1.11	0.8	-35.3	1.96	1.11
	2-10	0.67	-70.6	0.0	0.9	1.2	47.1	1.96		1.50	77.1	3.21	
	3-11	1.33	-105.9	5.9	1.8	1.6	-35.3	1.96	2.22	1.75	-6.0	0.33	2.43
	4-12	2	0.0	0.0		2	0.0			2	0.0		
раскосы	1-10					3.23	-475.3	26.4	4.49	3.35	-394.7	21.9	4.65
	2-11	173.8	3.28	0.1		3.4	-100.0	5.56	4.72	3.47	-153.3	8.52	4.82
	3-12	190.9	3.61	0.2		3.61	63.6	2.65		3.61	10.8	0.45	
в. пояс	8-10	3.07	-813.7	45.2	4.3	3.03	0.0			3.08	0.0		
	10-11	3.07	-813.7	45.2	4.3	3.03	-445.2	24.7	4.21	3.01	-354.2	19.7	4.18
	11-12	3.07	-651.0	36.2	4.3	3.03	-534.2	29.7	4.21	3.01	-487.3	27.1	4.18
№ фермы		4				5				6			
н. пояс	1-2	3	353.0	14.7		3	264.8	11		3	264.8	11	
	2-3	3	453.1	18.9		3	423.6	17.7		3	423.7	17.7	
	3-4	3	476.6	19.9		3	476.6	19.9		3	476.6	19.9	
стойки	1-8	0.8	-35.3	1.96	1.11	0.8	-35.3	1.96	1.11	2	-35.3	1.96	2.78
	2-10	1.5	62.4	2.6		2	105.9	4.41		2	105.9	4.41	
	3-11	1.87	15.7	0.65		2	35.3	1.47		2	35.30	1.47	
	4-12	2	0.0			2	0.0			2	0.0		
раскосы	1-10	3.35	-394.7	21.9	4.65	3.61	-318.2	17.7	5.01	3.61	-318	17.7	5.01
	2-11	3.56	-117.9	6.55	4.94	3.61	-190.9	10.6	5.01	3.61	-191	10.6	5.01
	3-12	3.61	-28.2	1.57	5.01	3.61	-63.6	3.54	5.01	3.61	-63.7	3.54	5.01
в. пояс	8-10	3.08	0			3.23	0.0			3	0.0		
	10-11	3.02	-355.7	19.8	4.19	3	-264.8	14.7	4.17	3	-264.8	14.7	4.17
	11-12	3	-453.5	25.2	4.17	3	-423.6	23.5	4.17	3	-424	23.5	4.17

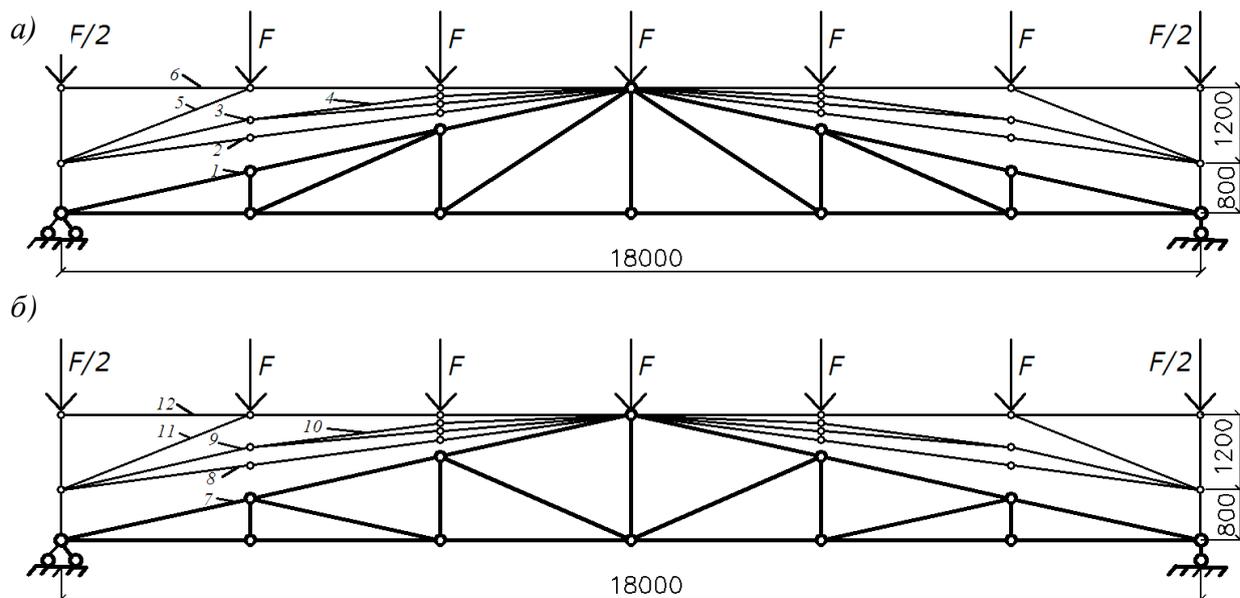


Рис.1. Варианты фермы при вариации топологии: а – с восходящими раскосами, б – с нисходящими раскосами

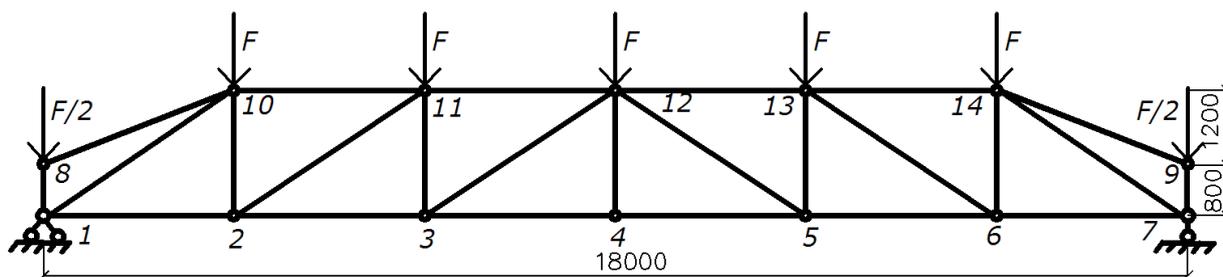


Рис. 2. Нумерация узлов, распространяющаяся на все варианты ферм (в треугольной ферме 4 стержня отсутствуют)

В случае однородного линейно-упругого материала упомянутый критерий оптимальности идентичен минимуму потенциальной энергии деформации

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 \ell_i}{2E\varphi_i^2 A_i}, \quad (1)$$

где n – число стержней, имеющих длину ℓ_i , E – модуль продольной упругости.

Объем материала (без учета узловых соединений):

$$V = \sum_{i=1}^n A_i \ell_i \quad (2)$$

В табл. 2 представлены значения J и V для рассмотренных ферм. Они превышают показатели для соответствующих ферм с восходящими раскосами. По приведенным показателям преимущество имеют фермы с восходящими раскосами, за исключением фермы 1, по сравнению с

которой ферма 7 имеет преимущество в пределах 1,7%.

Таблица 2

Потенциальная энергия и объем материала

№ фермы	J , Дж	V , м ³	№ фермы	J , Дж	V , м ³
1	389.8	0.137	7	383.4	0.136
2	263.7	0.093	8	272.9	0.095
3	235.9	0.083	9	238.6	0.084
4	228.7	0.081	10	231.6	0.082
5	219.6	0.078	11	222.6	0.079
6	220.9	0.078	12	240.3	0.079

Выводы. При нагрузке по верхнему поясу экономическое преимущество имеют фермы с восходящими раскосами. Из них наиболее экономичной является ферма 5. С точки зрения статики это явилось результатом расположения большинства стержней верхнего пояса на уровне высоты фермы. Помимо этого, вариант 6 проиг-

рывает в отношении устойчивости сжатых стержней 1-8 (7-9), примыкающих к опорному узлу.

Незначительное изменение величин J и V для рассмотренных ферм за счет конструктивного обеспечения «нулевых» стержней, а также их узловых соединений не меняет представленных выводов.

Оптимизация топологии металлических ферм была бы относительной без совершенствования компоновки узловых соединений, о чем говорится в работе [6].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мажид К.И. Оптимальное проектирование конструкций / К.И. Мажид. М.: Высшая школа, 1979. 238 с.
2. Grill H. Ein objektorientiertes Programmiersystem zur diskret-kontinuierlichen Strukturoptimierung mit verteilten Evolutionsstrategien // Fortschr. – Ber. VDI Reihe 10. Dusseldorf: VDI Verlag, 1998. - № 529. 179 S.
3. Юрьев А.Г. Строительная механика: синтез конструкций. М.: изд. МИСИ, 1982. 100с.
4. Юрьев А.Г., Нужный С.Н. Оптимизация топологии однопролетных одноэтажных рам // Фундаментальные исследования. 2013. № 10. С 742-746.
5. Юрьев А.Г. Естественный фактор оптимизации топологии конструкций // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2013. №5. С. 46-48.
6. Зинькова В.А. Методика экспериментальных исследований узловых соединений трубчатых элементов фермы // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2012. № 1. С. 50-52.