DOI: 10.12737/article_5a27cb7ed07108.52925064

Кузнецова С.В., канд. техн. наук., доц.,
Ванькова Т.Е., ст. преп.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ОПТИМИЗАЦИЯ ОРТОТРОПНЫХ СТЕКЛОПЛАСТИКОВЫХ ОБОЛОЧЕК, ПОДКРЕПЛЕННЫХ ПОПЕРЕЧНЫМИ РЕБРАМИ

wladfed@mail.ru

В статье рассмотрена задача весовой оптимизации стеклопластиковой многослойной круговой цилиндрической оболочки, подкрепленной поперечными ребрами и нагруженной гидростатическим давлением. В качестве физических ограничений приняты условия прочности, устойчивости и расслаивания. Для решения задачи прочности и устойчивости построены разрешающие уравнения на основе частично уточненной (итерационной) теории С.А. Амбарцумяна. Результаты весовой оптимизации оболочек, удовлетворяющие указанным ограничениям слоистых оболочек в условиях гидростатического давления получены с использованием метода обхода узлов пространственной сетки.

Ключевые слова: *оптимизация, стеклопластиковые оболочки, прочность, устойчивость, уточненная теория построения уравнений.*

Введение. Важное место в различных областях техники занимают стеклопластики. Вопросы применения их в различных областях современной техники широко освещены в работе [1]. Их принципиальные возможности выше чем у традиционных материалов, благодаря специфическим качествам, прежде всего благодаря возможности варьировать свойства материала за счет различной структуры.

Однако, дороговизна компонентов, составляющих композицию, сдерживает широкое применение композиционных материалов. Поэтому актуальными являются вопросы оптимального проектирования конструкций из композитного материала. Обзор работ данного направления приведен в работах [2], [3], [4].

Постановка задачи оптимизации. Рассматривается задача весовой оптимизации стеклопластиковой многослойной круговой цилиндрической оболочки, подкрепленной поперечными ребрами, с некоторой погибью между ребрами, с клеевой прослойкой между ребром и оболочкой работающей в условиях внешнего давления и удовлетворяющей условиям прочности, устойчивости и расслаивания. В силу нелинейности функций ограничения она формулируется как задача нелинейного программирования.

В математической формулировке задача оптимального проектирования оболочки имеет вид:

$$G(x) \to min;$$

$$x \in c = \{x | \varphi(x) \geq 0;\ \chi(x) \geq 0;\ \psi_j(x) \geq 0;\ | j = 1,2 \dots . M\} \quad (1)$$

где $G(x)$ – целевая функция (вес оболочки); $\varphi(x)$ – обозначает совокупность всех геометрических ограничений; $\chi(x)$ – совокупность структурных ограничений; $\psi_j(x)$ – семейство физических ограничений (предельных ограничений); M – количество физических ограничений.

Целевая функция определяется выражением:

$$G(x) = 2\pi L \left(\sum_{i=1}^{k} h_i\, \rho_i R_i\right) + 2\pi\left(R - h - \frac{h_p}{2}\right) h_p\, b_p\, \rho_p\, N \quad (2)$$

где L – длина оболочки; k-количество однонаправленных слоев; h_i – толщина i-го слоя; ρ_i – плотность материала i-го слоя; R_i - радиус срединной поверхности i-го слоя; R – радиус наружной поверхности оболочки; h – высота ребра; b_p – ширина ребра; ρ_p – плотность материала ребра; N – количество поперечных ребер.

Вектор оптимизируемых параметров имеет вид:

$$\bar{x} = \{N, h_p, b_p, h_i, \beta_i, f_0\} \quad (3)$$

где β_i – угол намотки однонаправленного i-го слоя; f_0 – начальная погибь оболочки между ребрами.

Геометрические ограничения наложены на расстояние между ребрами из условия обеспечения местной устойчивости оболочки, на высоту, ширину ребра и начальную погибь, определяемые конструктивными и эксплуатационными требованиями.

Структурные ограничения установлены для углов армирования исходя из возможностей технологии намотки.

Физические ограничения учитывают предъявляемые к проекту требования прочности, устойчивости и расслаивания.

Для определения деформативных свойств композиционного материала используется микромеханический, детерминированный подход. При этом механические характеристики композиции армированной среды выражаются через механические характеристики связующего и армирующего элементов и через коэффициент армирования. Упругие характеристики ортотропного элементарного слоя определяем по известным формулам теории армирования, полученным В.В. Болотиным [5].

Для оценки прочности каждого слоя принят критерий Мизеса-Хилла [6] для ортотропного слоя. Разрушение слоев не допускается. Условие прочности имеет вид:

$$1 - \left[\frac{\sigma_1^2}{F_1^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{F_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{F_2^2} + \frac{\tau_{12}^2}{F_{12}^2}\right] \geq 0 \qquad (4)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$ – компоненты напряжений в осях слоя; F_1, F_2, F_{12} – соответствующие пределы прочности.

Для решения задачи используется статический критерий устойчивости.

Ограничение по устойчивости принято в виде:

$$q_{кр}/q - 1 \geq 0 \qquad (5)$$

где $q_{кр}$, q – критическая и эксплуатационная нагрузки.

Разрушение композита от расслаивания происходит от максимальных касательных напряжений, действующих в плоскости, перпендикулярной плоскости армирования вследствие разрушения связующего. Для последнего принимается условие прочности П.П. Баландина [7].

$$\sqrt{\frac{F_c^{св}\,F_р^{св}}{3}}\ /\tau_{\alpha\beta} - 1 \geq 0 \qquad (6)$$

где $F_c^{св}$ $F_р^{св}$– пределы прочности связующего на сжатие и растяжение; $\tau_{\alpha\beta}$ – касательные напряжения в поперечном сечении.

Напряжённое состояние круговых цилиндрических оболочек, равномерно подкреплённых ребрами и нагруженных гидростатическим давлением. Рассматривается многослойная цилиндрическая оболочка кругового очертания, постоянной общей толщины h, собранная из произвольного числа ортотропных слоев h_i, различных по толщине в пакете слоев с модулями упругости E_α, E_β соответственно в продольном и кольцевом направлениях. Исследования напряженно-деформированного состояния слоистых оболочек выполнены в работах [8], [9]. Вопросам расчета подкрепленных оболочек посвящены работы [10], [11]. В нашем случае оболочка равномерно подкреплена поперечными ребрами прямоугольного сечения с модулями упругости E_p и имеет погибь f_0. Задача решается на основе частично уточненной (итерационной) теории С.А. Амбарцумяна [12]. Модуль сдвига для пакета в целом определяется следующим соотношением:

$$G\alpha r = \frac{\sum G_{\alpha r}^i * h_i}{h} \qquad (7)$$

где $G_{\alpha r}^i$, h_i – модуль поперечного сдвига и толщина слоя соответственно.

Деформация поперечного сдвига для пакета в целом определяется такой зависимостью:

$$e_{\alpha r} = \frac{1}{2G_{\alpha r}}\left(\frac{h^2}{4} - \gamma^2\right)\varphi \qquad (8)$$

где φ – функция поперечного сдвига.

Для конструктивного прогиба оболочки между ребрами принято следующее выражение:

$$\omega_0 = -\frac{4\alpha * f_0}{d^2}(d - \alpha) \qquad (9)$$

где d – расстояние между ребрами, f_0 – стрела подъема.

Синтезирующее уравнение осесимметричной деформации приводится к виду:

$$A\frac{d^4\omega}{d\alpha^4} + B\frac{d^2\omega}{d\alpha^2} + C\omega = D \qquad (10)$$

где A, B, C, D – постоянные коэффициенты.

Коэффициент D включает начальную погибь f_0.

Общий интеграл синтезирующего уравнения включает в себя четыре произвольные постоянные, для определения которых используются граничные условия опирания оболочки на ребро в середине оболочки. Здесь можно считать, что все участки оболочки между ребрами находятся в одинаковых условиях. Поэтому, для одного участка оболочки получаем такие условия опирания ребра:

$$\text{при } \alpha = 0;\ \frac{d\omega}{d\alpha} = 0;\ \omega_{об} = \omega_\rho \qquad (11)$$

$$\text{при } \alpha = \alpha/2;\ \frac{d\omega}{d\alpha} = 0;\ Q_{\alpha r} = 0.$$

После определения произвольных постоянных, находим ω. В дальнейшем определяем напряжения σ_α и σ_β.

В данной работе выполнены исследования влияния на напряженно-деформированное состояние и прочность оболочки учёта поперечного сдвига и членов порядка *h/R* по сравнению с единицей. Определена структура пакета слоев, обеспечивающая максимум прочности по критерию Мизеса-Хилла. Проведены исследования влияния конструктивного прогиба между ребрами на напряженно-деформированное состояние и прочность оболочки. Расчеты проведены для подкрепленных одно-, двух- и трехслойных оболочек со следующими характеристиками:

- длина оболочки L = 3000 мм;
- радиус R = 400 мм;
- толщина стенки оболочки h= 18 мм;
- число ребер N= 4;
- высота ребра h_p= 40 мм;
- ширина ребра b_p= 10 мм.

Как отмечено выше, для определения деформативных свойств композиционного материала используется микромеханический, детерминированный подход. Физические характеристики компонентов композиции, материала ребра и коэффициент армирования приняты следующие:

-модуль упругости стекловолокна E'= 70000 МПа;

-модуль упругости связующего E'' = 4000 МПа;

-коэффициент Пуассона стекловолокна ν' = 0,2;

-коэффициент Пуассона связующего ν'' = 0,4;

-модуль сдвига стекловолокна G' = 30000 МПа;

-модуль сдвига связующего G'' = 15000 МПа;

-объемный коэффициент армирования μ = 0,7.

Характеристики материала ребра приняты следующие:

-модуль упругости E_p = 35000 МПа;

-модуль сдвига G_p = 6000 МПа.

Прочностные характеристики материала слоя взяты следующие:

-пределы прочности $F_1 = 200$ Мпа, $F_2 = 150$ Мпа, F_{12}= 70 МПа.

Модули поперечного сдвига приняты G_{13} =G_{23}= 5000 МПа.

Исследования показали, что учет в расчетах членов порядка *h/R* практически не сказывается на напряжениях, но отличия в напряжениях для уточненной и классической теорий значительны. Так отдельных случаях напряжения, подсчитанные по классической теории на 29 % ниже полученных по частично уточненной теории. Учет сдвига приводит к повышению напряжений σ_α на 12 %.

Исследования напряжений σ_β и перемещений ω показали, что они практически не меняются при учете членовпорядка *h/R.* Также не сказывается на величинах σ_β и ω учет поперечного сдвига по частично уточненной теории. Что касается значений критерия прочности по Мизесу-Хиллу, то они меняются в основном за счет напряжений σ_α.

Исследование структуры пакета слоев оболочки, обеспечивающего максимум прочности по критерию Мизеса-Хилла, проводилось для подкрепленных одно-, двух- и трехслойных оболочек, полученных косой перекрестной намоткой. В исследованиях сохранялись общими длина оболочки L, радиус R , толщина пакета слоев h, величина гидростатического давления q, механические характеристики компонентов, составляющих композицию, коэффициент армирования слоев. Варьировалось число слоев, углы ориентации арматуры в слоях. Комбинации армирования слоев выполнялись для углов армирования от 0º до 90º с шагом 15º. Кольцевому армированию соответствовало 0º, продольному 90º. Наивысшая прочность оболочки достигается при углах армирования 0º–9º.Однако, использование этих углов нецелесообразно, т.к. изделие, полученное кольцевой или близкой к ней намоткой может разрушиться от растрескивания связующего вследствие эффекта Пуассона. Поэтому, при проектировании слоистых оболочек, слои с кольцевым армированием следует располагать с внутренней стороны оболочки, а наружные слои выполнять перекрестной намоткой.

Рассмотрены участки оболочки, примыкающие к ребрам и расположенные между ними. Наиболее нагруженными являются участки между ребрами. Здесь значение критерия прочности на 20 %–30 % выше чем в месте примыкания к ребру. Во всех случаях прочность определяется участком оболочки, расположенным посредине между ребрами. Это обстоятельство вызывает необходимость конструирования круговых цилиндрических оболочек с некоторой погибью между ребрами. Исследования показали, что использование конструктивной погиби дает существенные, до 20 % дополнительные резервы прочности.

Устойчивость стеклопластиковых оболочек, подкрепленных поперечными ребрами с учетом клеевой прослойки между ребром и оболочкой. Рассматривается задача статической устойчивости цилиндрической, ортотропной, многослойной стеклопластиковой оболочки, подкрепленной поперечными ребрами, с клеевой прослойкой между ребрами и оболочкой и работающей в условиях внешнего давления. Вопросам устойчивости слоистых оболочек, подкрепленных ребрами посвящены работы [13], [14, [15].

Для решения задачи устойчивости использовались уравнения, построенные на базе уточненной теории слоистых оболочек С.А. Амбарцумяна [12], но при этом учитывалась деформация сдвига в поперечном направлении и дополнительная работа ребер при потере устойчивости.

1. В месте соединения оболочки с ребром возникают касательные напряжения τ_1 и τ_2, действующие в продольном и поперечном направлениях соответственно. Величины этих напряжений зависят не только от общих размеров оболочки и ребра, но и от толщины и сдвиговой жесткости слоя, соединяющего ребро с оболочкой. Касательные напряжения τ_2 играют основную роль, т. к. действуют в направлении основной работы ребер при потере устойчивости.

С учетом действия τ_2 деформации в поперечном сечении представим зависимостями:

а) в оболочке:

- в пределах ребра

$$e_{yz} = \tau_2\left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{h}\right)\frac{1}{G_{23}} + \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - \gamma^2\right)\Phi_2(\alpha,\beta) \quad (12)$$

-вне ребра

$$e_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - \gamma^2\right)\Phi_2(\alpha,\beta) \quad (13)$$

$$e_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{4} - \gamma^2\right)\Phi_1(\alpha,\beta) \quad (14)$$

б) в ребре:

$$e_{yz} = \tau_2\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma_p}{h_p}\right)\frac{1}{G_p} + \frac{1}{2}\left(\frac{h_p^2}{4} - \gamma_p^2\right)\Phi_2^p(\beta) \quad (15)$$

где G_{23} – приведенный модуль сдвига в поперечном направлении для всего пакета в целом; $G_\text{р}$ – модуль сдвига ребра; γ, γ_p – координаты оболочки и ребра, отсчитываемые соответственно от срединной поверхности оболочки и радиуса ребра; $h, h\ p$ – толщина оболочки, высота ребра; Φ_1, Φ_2 – функции, подлежащие определению.

Для определения τ_2 воспользуемся соотношением между интенсивностью сдвига и деформация-ми оболочки и ребра, установленными А.Р. Ржаницыным [16]:

$$\Delta \cdot \frac{d\tau}{d\beta} \cdot \frac{1}{G_c} = e_{\beta,c} \quad R_c - e_{\beta,c}^p \cdot R_c \quad (16)$$

где Δ-толщина прослойки связующего между ребром и оболочкой; R_c – радиус стыка; G_c – модуль сдвига прослойки.

Используя выражение для перемещений в оболочке в пределах ребра, выражение для перемещений ребра с учетом неразрывности перемещений между ребром и оболочкой, зависимость (16) и соотношения для деформаций оболочки в пределах ребра и деформаций ребра получим выражение для τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{\Pi_1}{R} \cdot \frac{\partial\omega}{\partial\beta} + \frac{\Pi_2 h^2}{8} \cdot \Phi_2(\alpha,\beta) \quad (17)$$

где Π_1 , Π_2 – коэффициенты, учитывающие влияние прослойки между ребром и оболочкой.

2. Выражения деформаций получим из соотношений теории упругости в криволинейных координатах между деформациями и перемещениями.

Для оболочки в пределах ребра они учитывают коэффициенты Π_1 и Π_2 , вне ребра при $\Pi_1 = \Pi_2$= 0 они совпадают с выражениями, приведенными в работе С.А. Амбарцумяна [12].

Деформации кольца записаны с учетом сдвига и касательных напряжений в месте стыка, при $\Pi_1 = \Pi_2 = \Phi_2 = 0$ они переходят в обычные зависимости для кругового кольца.

3. Напряжения в произвольном слое i находим с помощью обобщенного закона Гука для ортотропного тела:

$$\sigma_\alpha^i = B_{11}^i e_\alpha + B_{12}^i e_\beta; \tau^{\ i}_{\alpha\beta} = B_{66}^i e_{\alpha\beta;} \tau_{\beta\gamma}^i G_{23} e_{\beta\gamma} + \tau_2\left[\frac{1}{2} - \frac{\gamma_p}{h_p}\right] \quad (18)$$

$$\sigma_\beta^i = B_{12}^i e_\alpha + B_{22}^i e_\beta; \tau_{\alpha\gamma}^i = G_{13}^i e_{\alpha\gamma};\ \tau_{\beta\gamma}^i = G_p e_{\beta\gamma}^p + \tau_2\left[\frac{1}{2} - \frac{\gamma_p}{h_p}\right] \quad (19)$$

где

$$B_{11}^i = \frac{E_1^i}{1-\nu_1^i\nu_2^i}; B_{12}^i = \frac{E_1^i\nu_2^i}{1-\nu_1^i\nu_2^i} = \frac{E_2^i\nu_1^i}{1-\nu_1^i\nu_2^i} \quad (20)$$

$$B_{22}^i = \frac{E_2^i}{1-\nu_1^i\nu_2^i}; B_{66}^i = G_{12}^i \quad (21)$$

4. Внутренние усилия и моменты в оболочке и ребре имеют вид:

$$N_1 = \frac{1}{B}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_\alpha \cdot H_2\ d\,\gamma \quad (22)$$

$$N_2 = \frac{1}{B}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_\beta \cdot H_1\ d\,\gamma + \frac{1}{A^P}\int \sigma_\beta^P H_1^p\ d\,\gamma_p \cdot \frac{1}{a} \quad (23)$$

$$S_{12} = \frac{1}{B}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{\alpha\beta} \cdot H_2 \, d\,\gamma;\ S_{21} = \frac{1}{A}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{\alpha\beta} \cdot H_1 \, d\,\gamma \qquad (24)$$

$$H_{21} = \frac{1}{A}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{\alpha\beta} \cdot \gamma \, H_1 \, d\,\gamma;\ M_1 = \frac{1}{B}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha} \cdot H_2 \, d\,\gamma \qquad (25)$$

$$M_2 = \frac{1}{A}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\beta} \cdot \gamma H_1 \, d\,\gamma + \frac{1}{aA_p}\int_{F_p} \sigma_{\beta}^{p} H_1^{p} \, d\,\gamma - \frac{N_p}{2}(h + h_p)\frac{1}{a} \qquad (26)$$

$$Q_1 = \frac{1}{A}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{\beta\gamma} H_1 \, d\,\gamma + \frac{1}{A}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\tau_2}{G_{23}}\left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{h}\right) G_{23}^{i} H_1 \, d\,\gamma \cdot \frac{b_p}{a} + \frac{1}{A_p}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma_p^{i}}{h_p}\right) H_1^{p} d\gamma_p \frac{b_p}{a} \qquad (27)$$

$$H_{12} = \frac{1}{B}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{a\beta} \, \gamma \, H_2 \, d\,\gamma; Q_1 = \frac{1}{B}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{a\gamma} H_2 \, d\,\gamma \qquad (28)$$

После интегрирования в выражениях дляN_2, S_{12}, M_2, H_{21} слагаемые, связанные с Π_1 и Π_2 следует умножить на коэффициент $\frac{b_p}{a}$. При составлении уравнений равновесия моментностью докритического состояния пренебрегаем, учитываем лишь мембранные усилия. Уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial N}{\partial \alpha} + \frac{\partial S_{21}}{\partial \beta} - q\left[\frac{\partial^2 U}{\partial \beta^2} - \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha^2}\right] = 0 \qquad (29)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial \beta} + \frac{\partial S_{12}}{\partial \alpha} - Q_2 - q\left[\frac{\partial^2 v}{\partial \beta^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial \omega}{\partial \beta}\right] = 0 \qquad (30)$$

$$\left[\frac{\partial Q_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial Q_2}{\partial \beta}\right] + N_2 + q\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial U}{\partial \alpha} - \frac{\partial v}{\partial \beta} + \omega\right] = 0 \qquad (31)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial H_{21}}{\partial \beta} = RQ_1 \qquad (32)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \beta} + \frac{\partial H_{12}}{\partial \beta} = RQ_2 \qquad (33)$$

К полученным уравнениям добавляются граничные условия.

5. Для определения критической нагрузки следует положить:

$$\omega = \omega(\alpha) cos\, n\beta; u = u(\alpha) cos\, n\beta;\ v = v(\alpha) \sin\ n\beta \qquad (34)$$

$$\Phi_1 = \Phi_1(\alpha)\, cos\, n\beta;\ \Phi_2 = \Phi_2(\alpha)\, sin\, n\beta \qquad (35)$$

При шарнирном опирании оболочки:

$$\omega(\alpha) = C \cdot sin\frac{\pi R}{4}\alpha;\ u(\alpha) = A \cdot cos\frac{\pi R}{4}\alpha; v(\alpha) = B \cdot sin\frac{\pi R}{4}\alpha \qquad (36)$$

$$\Phi_1(\alpha) = \Phi_1 \cdot cos\frac{\pi R}{4}\alpha; \Phi_2(\alpha) = \Phi_2 \cdot sin\frac{\pi R}{4}\alpha \qquad (37)$$

Получаем систему алгебраических уравнений. Критическая нагрузка определяется как наименьшая из обращающих в нуль определитель системы.

Выполнена численная реализация данной задачи.

В работе проведено исследование структуры пакета слоев, обеспечивающего максимум критической нагрузки. Исследования производились на примере одно-, двух- трехслойных оболочек. Общая толщина во всех исследованиях сохранялась равной h. Размеры оболочек и физические характеристики компонентов композиции, материала ребра и коэффициент армирования приняты, как и для оболочек, рассмотренных при исследовании напряжённо-деформированного состояния круговых цилиндрических оболочек, равномерно подкреплённых ребрами и нагруженных гидростатическим давлением. Для однослойных оболочек углы армирования менялись от 0º до 90º с шагом 15º. Для двухслойных оболочек рассматривались всевозможные комбинации армирования слоев с шагом 15º. Для трехслойных рассматривались симметричные структуры с одинаковыми углами армирования в верхних и нижних слоях с шагом изменения угла 15º. Исследовалось влияние на $q_{кр}$ различных комбинаций армирования слоев от 0º до 90º. Кольцевому армированию соответствовало 0º, продольному 90º. В случае однослойных оболочек максимальная критическая нагрузка достигается при углах армирования от 0º до 15º (т.е. при армировании близком к кольцевому). Для двухслойных оболочек максимальная критическая нагрузка достигается при углах армирования верхнего слоя 15º (близко к кольцевому армированию) и нижнего слоя 0º. Исследования трехслойных оболочек показали, что максимальная критическая нагрузка достигается при кольцевом армировании нижнего слоя и косом армировании других слоев оболочки (близких к кольцевому). Некоторые результаты исследований приведены в [17].

Разрушение композита от расслаивания. Ввиду того, что касательные напряжения τ_{13} были значительно меньше напряжений σ_1 и σ_2 разрушения слоев оболочки от расслаивания по критерию П.П. Баландина [7] не происходило.

Весовая оптимизация оболочек. Для решения весовой оптимизации оболочки применялся метод покоординатного спуска. Отмечено, что уже при двух-трех внешних итерациях метод сходился, но решение являлось локальным. Для улучшения решения выполнялось несколько попыток при различных исходных векторах. Из полученных решений выбиралось наилучшее решение.

Для решения этой задачи также применен метод обхода узлов пространственной сетки [18]. Этот метод более прост в реализации и позволяет найти решение с точностью, вполне достаточной для решения практических задач. В этом методе область изменения варьируемых параметров (углы армирования оболочки, размеры ребер, количество ребер и т. д.) разбивается сеткой с заданным шагом по каждому параметру. Обход узлов начинается из точки, соответствующей нижним границам переменных. С учетом быстродействия современных вычислительных машин перебор всех узлов пространственной сетки не занимает много времени. При таком подходе к оптимизации получены наилучшие результаты.

Выводы. В работе получены разрешающие уравнения слоистых круговых цилиндрических оболочек на основе частично уточненной (итерационной) теории С.А. Амбарцумяна [12]. Уравнения построены с учетом поперечных сдвигов, членов порядка *h/R,* и учитывают конструктивную погибь между ребрами оболочки. Исследовано влияние поперечных сдвигов, членов *h/R,* конструктивной погиби на напряженно-деформированное состояние оболочки в условиях гидростатического давления. Определена структура пакета слоев, обеспечивающая максимальную прочность оболочки по критерию Мизеса-Хилла.

Получены уравнения устойчивости слоистых круговых цилиндрических оболочек на основе частично уточненной (итерационной) теории С.А. Амбарцумяна [12]. Уравнения учитывают сдвиги в поперечном направлении, дополнительную работу ребер при потере устойчивости и члены порядка *h/R.* На основе этих уравнений определена структура пакета слоев, обеспечивающая максимальную критическую нагрузку при внешнем гидростатическом давлении.

Выполнена весовая оптимизация оболочек, удовлетворяющая условиям прочности, устойчивости и расслаиванию слоистых оболочек в условиях гидростатического давления. Использован метод обхода узлов пространственной сетки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Применение композиционных материалов в технике. Т.3. Под ред. Б. Нотона. М.: Изд-во Машиностроение, 1978. 511 с.

2. Васильев В.В. Оптимальное проектирование пластин и оболочек // Труды УII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. М., 1969. С. 722–735.

3. Образцов И.Ф., Васильев В.В. Оптимальное проектирование пластин и оболочек из армированных пластмасс // Теория пластин и оболочек. М., 1971, С. 204–215.

4. Образцов И.Ф., Васильев В.В.А, Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. М.: Изд-во Машиностроение, 1977. 144 с.

5. Прочность, устойчивость, колебания. Т.2. Под общ. Ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. М.: Изд-во Машиностроение, 1968. 464 с.

6. Анализ и проектирование конструкций. Под ред. К. Чамиса. М.: Изд-во Машиностроение, 1978. 344 с.

7. Баландин П.П. К вопросу о гипотезах прочности. // Вестник инженеров и техников. 1937. № 1. С. 12–36.

8. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Изд-во Машиностроение, 1980. 375 с.

9. Малмайстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление полимерных и композиционных материалов. Рига: Изд-во Зинатне, 1980. 572 с.

10. Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Теория ребристых оболочек. Т.2 Киев: Изд-во Наукова думка, 1980. 368 с.

11. Schall W. Krafteinleitung in versteifte Kreiszylinder schalen. T.2, Z.: Flugwiss, 1957.

12. Амбарцумян С.А.Общая теория анизотропных оболочек. М.: Изд-во Наука, 1974. 448 с.

13. Ванин Г.А., Семенюк Н.П., Емельянов Р.Ф. Устойчивость оболочек из армированных материалов. Киев: Изд-во Наукова думка, 1978. 212 с.

14. Тимашев С.А. Устойчивость подкрепленных оболочек. М.: Изд-во Стройиздат, 1974. 256 с.

15. Lakshmikantham C., Tsui T. Dynamic buckling of ring stiffened cylindrical shells // AIAA Journal. 1975. Vol. 13. № 9. Pp. 1165–1170.

16. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. М.: Изд-во Стройиздат, 1986. 326 с.

17. Кузнецова С.В., Ванькова Т.Е., Федоровский В.И. Устойчивость стеклопластиковых оболочек, подкрепленных поперечными ребрами с учетом клеевой прослойки между ребром и оболочкой // Закономерности и тенденции развития науки в современном обществе. Сборник статей Международной научно-практической конференции 1 ноября 2016 г. Уфа. С. 65–69.

18. Кузнецова С.В., Ванькова Т.Е., Федоровский В.И. Оптимизация стеклопластиковых оболочек // Новые информационные технологии в науке. Сборник статей Международной научно-практической конференции 1 ноября 2015 г. Уфа. С. 33–36.

Информация об авторах
Кузнецова Светлана Васильевна, кандидат технических наук, доцент кафедры начертательной геометрии и графики.
E-mail: wladfed@mail.ru
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Ванькова Татьяна Ефимовна, старший преподаватель кафедры начертательной геометрии и графики.
E-mail: wladfed@mail.ru
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

Поступила в сентябре 2017 г.

Kuznetsova S.V., Vankova T.E.

OPTIMIZATION OF ORTHOTROPIC FIBER-GLASS TRAVERSE-RIBBED SHELLS

The article deals with the problem of weight optimization of a multilayered fiber-glass round cylindrical shell, reinforced with traverse ribs and loaded with hydrostatic pressure. As physical restrictions the strength, buckling and lamination conditions have been taken. To solve the problem of strength and buckling the resolving equations on the base of partially refined (iterational) theory by S.A. Ambartsumyan have been derived. The results of weight optimization of multilayered shells, meeting the above-mentioned restrictions in conditions of hydrostatic pressure have been obtained by using the spatial network nodes bypassing method.

Keywords: *optimization, fiber-glass shells, strength, buckling, refined theory of equations derivation.*

Information about the authors
Kuznetsova Svetlana Vasilyevna, Ph.D., Assistant professor.
E-mail: wladfed@mail.ru.
Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov.
Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Vankova Tatyana Efimovna, Assistant professor.
E-mail: wladfed@mail.ru.
Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov.
Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Received in September 2017