

DOI: 10.12737/article_59a93b1034d283.57113820

Гольцов Ю.А., ст. преп.,
Кижук А.С., канд. техн. наук, доц.,
Рубанов В.Г., д-р техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ*

umin@mail.ru

Исследуются динамические режимы и бифуркации в импульсной системе управления нагревательной установкой, состояние которой описывается дифференциальными уравнениями с разрывными правыми частями. Показано, что рассматриваемая система может демонстрировать чрезвычайно большое многообразие нелинейных явлений и бифуркационных переходов, таких как, квазипериодичность, мультистабильное поведение, хаотизация колебаний через классический каскад бифуркаций удвоения периода и бифуркации граничного столкновения.

Ключевые слова: нагревательная установка, тепловой объект, теплопроводность, тигель, дробный порядок, закон управления, полевой транзистор, широтно-импульсная модуляция, бифуркация.

Введение. Технология выращивания монокристаллов представляет собой процесс управляемой кристаллизации, при котором качество растущего кристалла определяется точностью управления условиями фазовых переходов [1]. При выращивании кристалла синтетического сапфира необходимо обеспечить закон изменения температуры в тигле от 25 °С до 2050 °С с определённой степенью наращивания и спада температуры, что предполагает применение автоматической системы управления с возможностью программного задания изменения температуры в тигле с заданной точностью.

Теплотехнический объект, нагревательная установка, состоит из следующих зон: внутреннего печного пространства 1, заполненного воздухом или газом; нихромового электронагревателя 2, равномерно распределённого во внутреннем слое футеровки 3, состоящей из магнезитового кирпича и внешнего слоя футеровки 4 из минеральной ваты в цилиндрическом стакане из оцинкованной стали (рис. 1). Геометрическая форма печи – ограниченный цилиндр, сверху и снизу которого располагается футеровка.

Для решения задачи синтеза закона управления классическим методом аппроксимации с использованием свободно распространяемой библиотеки FOMCON по экспериментальной кривой разгона теплового объекта определена передаточная функция нагревательной установки следующего вида:

$$W(s) = \frac{K}{(T_1 \cdot s + 1)(T_2 \cdot s + 1)}, \quad (1)$$

где K – коэффициент передачи объекта, T_1, T_2 – постоянные времени объекта [2, 3].

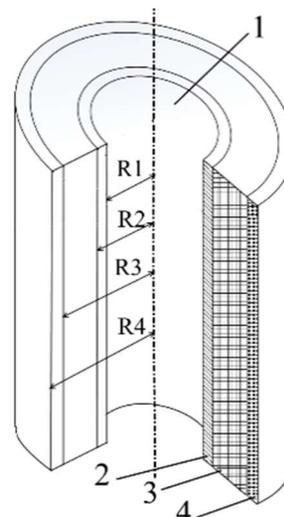


Рис. 1. Нагревательная установка

Используемые в настоящее время регуляторы температуры с тиристорными преобразователями существенно искажают форму кривой тока, потребляемого из сети, приводя к возникновению в питающей сети несинусоидальных режимов.

Для устранения указанных недостатков на базе патента авторов [4] разработана и реализована система управления нагревателем высокой мощности, построенная на основе высокочастотного преобразователя электрической энергии с широтно-импульсным регулированием. Повышение энергетических показателей с упрощением управления технологическим объектом достигается за счет использования в качестве ключевых элементов преобразователя полевых тран-

зисторов с применением дробных законов управления широтно-импульсной модуляцией, улучшающих качество системы [5–7].

Однако в нелинейных импульсных системах при вариации параметров объекта управления, а также воздействии внешних возмущений возможно возникновение сложных нелинейных явлений, включая колебания на пониженных частотах, кратных частоте модуляции, квазипериодические и хаотические режимы [8, 9].

Следствием этого является многократное увеличение амплитуды колебаний температуры нагревательной установки, снижение точности регулирования и нарушение хода технологического процесса.

Целью данной работы является численное исследование бифуркационных явлений в динамике импульсной системы управления нагревательной установкой.

1. Постановка и аналитическое решение задачи

Уравнение движения системы управления нагревательной установкой, непрерывная линейная которой описывается передаточной функцией (1), имеет вид

$$T_1 T_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dx}{dt} + x = K \varphi(\varepsilon), \quad (2)$$

где x – температура в нагревательной установке; ε , $\varphi(\varepsilon)$ – сигналы на входе и выходе широтно-импульсного модулятора, соответственно; K – коэффициент передачи непрерывной линейной части системы; T_1 , T_2 – постоянные времени.

Введем $x = x_1$, $\frac{dx}{dt} = x_2$ и перепишем уравнение движения (2) в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{1}{T_1 T_2} x_1 - \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} x_2 + \frac{K}{T_1 T_2} \varphi(\varepsilon). \end{aligned} \quad (3)$$

Выходной сигнал модулятора $\varphi(\varepsilon)$

$$\varphi(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & k \cdot T_0 < t < k \cdot T_0 + \tau_k; \\ 0, & k \cdot T_0 + \tau_k < t < (k+1) \cdot T_0; \end{cases} \quad (4)$$

$$k \in N;$$

где T_0 – период модуляции, τ_k – ширина импульса, определяемая видом импульсной модуляции. В работе рассматривается система с широтно-импульсной модуляцией первого рода (ШИМ-1) и пропорциональным корректирующим звеном в цепи обратной связи. Тогда входной сигнал модулятора определяется выражением

$$\varepsilon = \alpha(V_{ref} - \beta x_1(kT_0))$$

Здесь V_{ref} – сигнал задания температуры нагревательной установки, β – коэффициент передачи датчика температуры, α – коэффициент усиления.

При ШИМ-1 величина τ_k находится как:

$$\tau_k = \begin{cases} 0, & \varepsilon < 0; \\ T_0, & \varepsilon > V_s; \\ \frac{T_0 \varepsilon}{V_s}, & 0 \leq \varepsilon \leq V_s, \end{cases}$$

где V_s – опорный сигнал модулятора.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1 T_2} & -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{T_1 T_2} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения движения (3) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= A \cdot X + B \cdot \varphi(\varepsilon); \\ \frac{dX}{dt} &= \begin{cases} A \cdot X + B, & \text{если } \varepsilon > 0, \\ A \cdot X, & \text{если } \varepsilon < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Исследование динамической системы (6) можно свести к изучению свойств двумерного кусочно-гладкого отображения:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F(X_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad X_k = X(kT_0), \\ F(X_k) &= \exp(AT_0)[X_k + D] - \exp(A(T_0 - \tau_k))D, \\ D &= A^{-1}B. \end{aligned}$$

Здесь ширина импульса τ_k согласно (5) определяется

$$\begin{aligned} \tau_k &= \begin{cases} 0, & \varepsilon_k < 0; \\ T_0, & \varepsilon_k > V_s; \\ \frac{T_0 \varepsilon_k}{V_s}, & 0 \leq \varepsilon_k \leq V_s, \end{cases} \\ \varepsilon_k &= \alpha(V_{ref} - CX_k), \end{aligned}$$

где $C = (\beta, 0)$ – матрица - строка.

В исследованиях были выбраны следующие значения параметров модели:

$T_1 T_2 = 10240 \text{ с}^2$; $T_1 + T_2 = 352 \text{ с}$; $T_0 = 10 \text{ с}$; $K = 327.8 \text{ }^\circ\text{C}/(\text{В} \cdot \text{с})$; $U_0 = 24 \text{ В}$ – напряжение питания; $\beta = 0.01 \text{ В}/^\circ\text{C}$; $V_s = 5 \text{ В}$; $\alpha > 0$; $V_{ref} = 5 \text{ В}$.

Период T периодического движения динамической системы (6) в общем случае является кратным периоду внешнего воздействия T_0 : $T = mT_0$, $m = 1, 2, \dots$. Движение с таким периодом

будем называть m -циклом или циклом периода m .

2. Бифуркационный анализ

При проведении бифуркационного анализа в качестве варьируемых параметров были выбраны напряжение питания U_0 и коэффициент усиления α . На рис. 2 приведены однопараметрические бифуркационные диаграммы, рассчитанные для разных значений U_0 при изменении коэффициента усиления α .

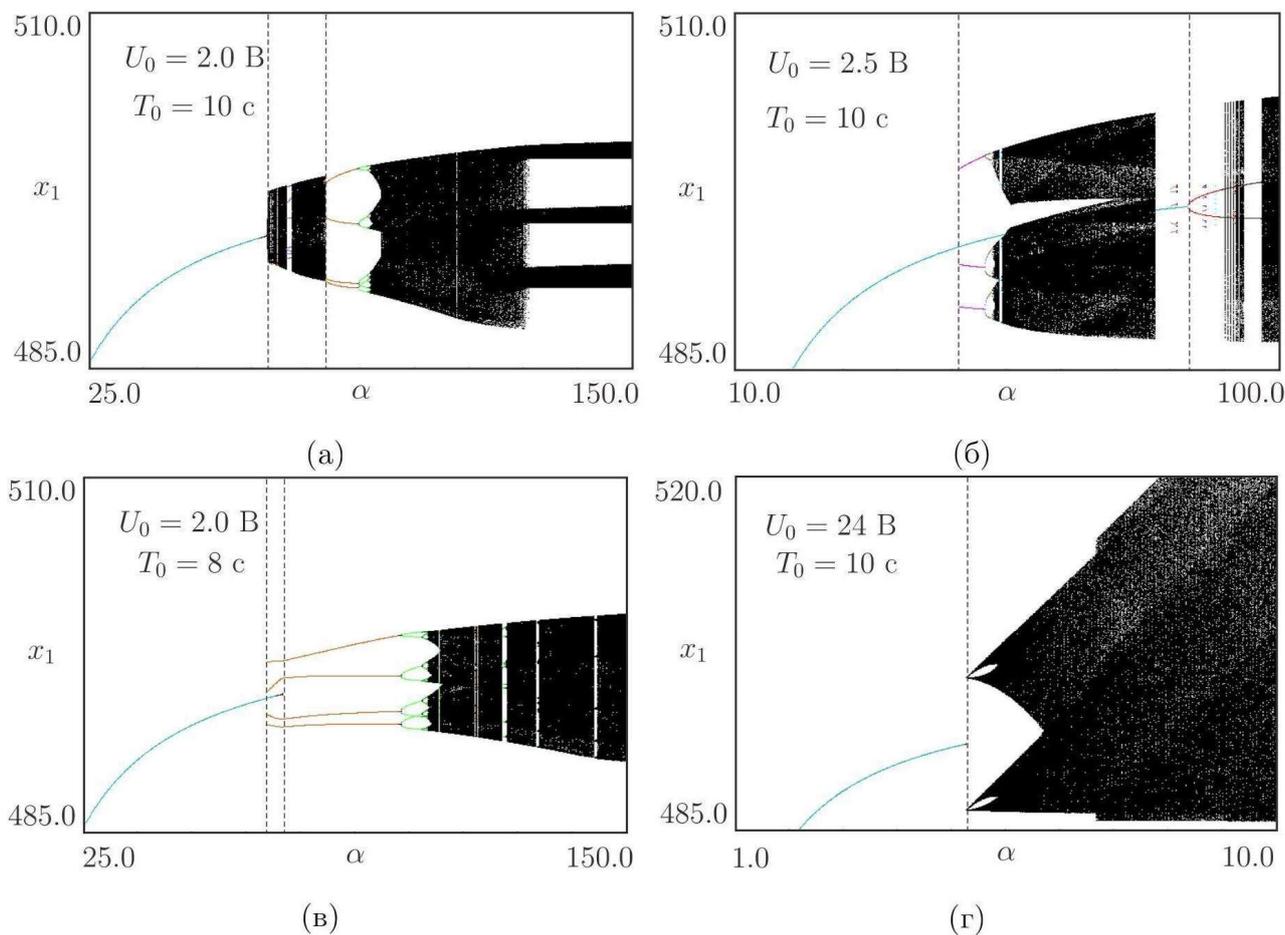


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы при различных параметрах U_0 и T_0 , $V_s = 5$ В, $V_{ref} = 5$ В (соответствует уставке 500 °С)

При малых значениях U_0 система демонстрирует квазипериодическое поведение с ярко выраженной мультистабильностью. На рис. 2, а изображена бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая рождение замкнутой инвариантной кривой, отвечающей двухчастотному квазипериодическому режиму. Как следует из рис. 2, а, при увеличении коэффициента усиления α 1 – цикл теряет устойчивость через бифуркацию Неймарка – Саккера. Потеря устойчивости приводит к возникновению устойчивой замкнутой инвариантной кривой, при этом 1 – цикл продолжает существовать, но становится неустойчивым фокусом. Как известно, характер движения на замкнутой инвариантной кривой определяется числом вра-

щения, когда оно иррационально, точки отображения плотно заполняют инвариантную кривую и динамика становится квазипериодической.

При рациональном числе вращения на инвариантной кривой имеется четное число периодических орбит, половина из которых устойчивые, а половина – седловые, а сама инвариантная кривая образована замыканием неустойчивых многообразий седловых циклов. На рис. 2, а окно с периодической динамикой отвечает области устойчивости резонансного 4 – цикла (области существования замкнутой инвариантной кривой с числом вращения 1:4). При увеличении α резонансный 4 – цикл претерпевает каскад бифуркаций удвоения периода, завершающийся хаотиза-

цией колебаний, при этом замкнутая инвариантная кривая разрушается. Численные эксперименты показали, что с увеличением U_0 область устойчивости 1 – цикла уменьшается.

Бифуркационная диаграмма, изображенная на рис. 2, б, иллюстрирует типичный сценарий рождения сосуществующих аттракторов. При изменении коэффициента усиления α жестко возникает устойчивый 3 – цикл. При дальнейшем увеличении α реализуется бесконечный каскад бифуркаций удвоения периода, завершающийся хаотизацией колебаний. По этой причине в широком диапазоне изменения параметров наряду с устойчивым 1 – циклом существуют либо устойчивые периодические колебания, либо хаотические режимы. То есть в зависимости от начальных условий может устанавливаться или периодическое, или хаотическое движение.

На рис. 2, в показан случай субкритического учетверения периода 1 – цикла через так называемую бифуркацию граничного столкновения («border - collision bifurcation», см., например, [8–15]). На рис. 2, г представлен пример рождения 4-х полосного хаотического аттрактора (four-band chaotic attractor) через border-collision flip bifurcation [8, 15].

Заключение. В статье представлены результаты бифуркационного анализа широтно-импульсной системы управления нагревательной установкой.

Выявлено, что при малых значениях напряжения питания системы демонстрирует квазипериодическое поведение с ярко выраженной мультистабильностью [11], но при этом система имеет достаточно большой запас устойчивости по коэффициенту усиления.

Однако, при увеличении напряжения питания область устойчивости 1 – цикла (рабочего режима) сужается, и потеря устойчивости происходит через бифуркацию граничного столкновения, приводящая к внезапной хаотизации колебаний.

**Работа выполнена в рамках Программы развития опорного университета на базе БГТУ им. В.Г. Шухова.*

Авторы выражают благодарность проф. Жусубалиеву Ж.Т. за обсуждение результатов исследований и полезные комментарии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лодиз Р., Паркер Р. Рост монокристаллов. М.: Мир, 1974. 540 с.

2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.

3. Fractional-order Modeling and Control. [Электронный ресурс]. URL: <http://fomcon.net/> (дата обращения: 20.07.2017).

4. Пат. № 2612311 Российская Федерация, МПК G05D 23/22. Устройство регулирования температуры электронагрева / Гольцов Ю. А., Жусубалиев Ж. Т., Кижук А. С., Коленченко В. В., Рубанов В. Г., заявитель и патентообладатель БГТУ им. В.Г.Шухова. – № 2016113209, заявл. 06.04.2016, опубл. 06.03.2017. Бюл. № 7. 5 с.

5. Gol'tsov Yu.A., Kizhuk A.S., Rubanov V.G. Control of high power thermal object in the class of fractional order regulators // International Journal of Pharmacy & Technology. 2016. Т. 8. №.4. С. 24790–24800.

6. Рубанов В.Г., Кижук А.С., Гольцов Ю.А., Кариков Е.Б. Реализация алгоритма аппроксимации дробного интегродифференцирования с оценкой ошибки // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. № 2. С. 148–151.

7. Кижук А.С., Гольцов Ю.А. Микропроцессорная система автоматического управления тепловым режимом технологического процесса выращивания кристалла сапфира // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2014. №11. С. 42–49.

8. Мощный полевой транзистор IRF3205. Техническая документация. [Электронный ресурс]. URL: www.irf.com (дата обращения: 20.07.2017).

9. Zhusubaliyev Zh.T., Mosekilde E. Bifurcations and Chaos in Piecewise-Smooth Dynamical Systems. Singapore: World Scientific, 2003. pp: 363.

10. Banerjee S., Verghese G.C. Nonlinear Phenomena in Power Electronics. New York, USA: IEEE Press, 2001.

11. Bernardo Di.M., Feigin M. I., Hogan S. J., Homer M. E. Local Analysis of C -bifurcations in n-dimensional Piecewise-Smooth Dynamical Systems // Chaos, Solitons and Fractals. 1999. 10(1). Pp. 1881–1908.

12. Nusse H.E., Yorke J. A. Border-Collision Bifurcations Including “Period Two to Period Three” for Piecewise Smooth Systems // Physica D. 1992. 57. Pp. 39–57.

13. Banerjee S., Ranjan P., Grebogi C. Bifurcations in Two-Dimensional Piecewise Smooth Maps – Theory and Applications in Switching Circuits // IEEE Trans. Circ. Syst. I. 2000. 47(5). Pp. 633–643.

14. Zhusubaliyev Zh.T., Soukhoterlin E.A., Mosekilde E. Border-Collision Bifurcations and Chaotic Oscillations in a Piecewise-Smooth Dynamical System // Int. J. Bifurcation Chaos. 2001. 11(12). Pp. 1193–1231.

15. Bernardo Di.M., Budd C.J., Champneys A.R., Kowalczyk P. Piecewise-smooth Dynamical Systems: Theory and Applications, in: Applied

Mathematical Sciences. Springer. 2008. Vol. 163. Pp. 483.

Converter // Mathematics and Computers in Simulation.

16. Zhusubaliyev Zh.T., Mosekilde E. Multistability and Hidden Attractors in a Multilevel DC/DC

Goltsov Yu.A., Kizhuk A.S., Rubanov V.G.

NONLINEAR EFFECTS IN THE PULSE-WIDTH CONTROL SYSTEM FOR THERMOTECHNICAL OBJECT

This article introduces the research of dynamic modes and bifurcations in the pulse control system for heating unit, which state is described by differential equations with discontinuous right-hand sides. It is shown that the system can represent extremely high diversity of nonlinear effects and bifurcation transitions, such as quasi-periodicity, multistable behavior, chaotization of oscillations through the classic cascade of period doubling bifurcations and border-collision bifurcations.

Keywords: heating unit, thermal object, the thermal conductivity, the crucible, approximation, fractional order, control law, a field-effect transistor, pulse-width modulation, bifurcation.

Гольцов Юрий Александрович, старший преподаватель кафедры технической кибернетики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: umin@mail.ru

Кижук Александр Степанович, кандидат технических наук, профессор кафедры технической кибернетики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: kizhuka@mail.ru

Рубанов Василий Григорьевич, доктор технических наук, профессор кафедры технической кибернетики.

Адрес: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.