

Никулин А.И., канд. техн. наук, доц.,  
Аль-Хаваф А.Ф.К., аспирант

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## О ПОСТРОЕНИИ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ С МАЛЫМИ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТАМИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

nikulin137@yandex.ru

Для построения методики расчета прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов, не имеющих растянутой зоны бетона, используется модифицированный вариант деформационной модели силового сопротивления железобетона. Основу этой модели составляет энергетический подход к трансформированию эталонной диаграммы сжатия бетона в диаграмму неоднородного деформирования, соответствующую напряженно-деформированному состоянию (НДС) внецентренно сжатых конструкций. Представлены основные гипотезы и разрешающие уравнения, позволяющие найти искомые параметры применительно к рассматриваемой задаче. Приведены некоторые результаты численных исследований, выполненных с использованием разработанной авторами программы расчета для персонального компьютера.

**Ключевые слова:** внецентренное сжатие, железобетонная колонна, малый эксцентриситет, энергетический критерий разрушения бетона, диаграмма неоднородного сжатия бетона, несущая способность колонны, численный эксперимент.

В составе многих зданий и сооружений имеются железобетонные конструкции (колонны, элементы рамных систем), работающие в условиях внецентренного сжатия. Исследованию напряженно-деформированного состояния (НДС) таких конструкций посвящены многочисленные работы отечественных ученых [1, 3, 7, 16, 17]. Но подавляющее большинство из них изучает особенности деформирования внецентренно сжатых железобетонных элементов только при больших эксцентриситетах. Гораздо менее исследованным остается случай приложения к сжатому элементу продольной силы с малым эксцентриситетом [2, 5, 15].

При этом под внецентренным сжатием с малым эксцентриситетом будем подразумевать такое НДС в сечении железобетонного элемента, при котором в бетоне и арматуре не возникает растягивающих напряжений на всех этапах нагружения этого элемента вплоть до его разрушения. Центральное сжатие рассматривается как частный случай малых эксцентриситетов. При перемещении действующей силы от центра тяжести поперечного сечения элемента на небольшое расстояние  $e_0$  его напряженное состояние существенно изменяется. В частности, эпюра сжимающих напряжений переходит из прямоугольной (в случае центрального сжатия) в трапециевидную при неодинаковых по величине краевых напряжениях [15] (рис. 1, а), затем в криволинейную с нулевым значением на противоположной грани элемента [11] (рис. 1, б).

Для определения прочности коротких внецентренно сжатых железобетонных элементов

принят вариант деформационной расчетной модели, предложенной в работе [13]. В основу этой модели положен энергетический подход к трансформированию эталонной диаграммы кратковременного сжатия бетона в диаграмму его деформирования при неоднородном (внецентренном) сжатии (рис. 2).

В качестве эталонной диаграммы бетона при центральном сжатии принимаем нелинейную зависимость с начальным модулем упругости  $E_{b1}$ , проходящую через предельную точку с координатами  $R_b$  и  $\epsilon_{bR}$  (см. рис. 2, кривая 1). Для аналитического описания такой диаграммы используем дробно-рациональную функцию вида:

$$\sigma_b = \frac{E_{b1}\epsilon_b(1 + D_{b1}\epsilon_b)}{1 + C_{b1}\epsilon_b}, \quad (1)$$

где  $E_{b1}$  – начальный модуль упругости бетона при центральном сжатии;  $D_{b1}$ ,  $C_{b1}$  – параметры нелинейности деформирования центрально сжатого бетона;  $\sigma_b$ ,  $\epsilon_b$  – текущие значения напряжений и деформаций бетона при сжатии.

Для нахождения указанных параметров диаграмм центрального сжатия бетона ( $E_{b1}$ ,  $D_{b1}$ ,  $C_{b1}$ ) используются как экспериментальные данные, так и общепринятые теоретические предположения, подробно представленные в работе [13].

Диаграмму деформирования бетона при внецентренном сжатии с малым эксцентриситетом (см. рис. 2, кривая 2) получим путем трансформирования исходной (эталонной) диаграммы на основе использования энергетического критерия [15]. Для аналитического описания иско-

мой диаграммы принимается функция, аналогичная (1) с учетом замены индексов принадлежности (вместо  $b1$  подставляем  $b2$ ):

$$\sigma_b = \frac{E_{b2}\varepsilon_b(1 + D_{b2}\varepsilon_b)}{1 + C_{b2}\varepsilon_b} \quad (2)$$

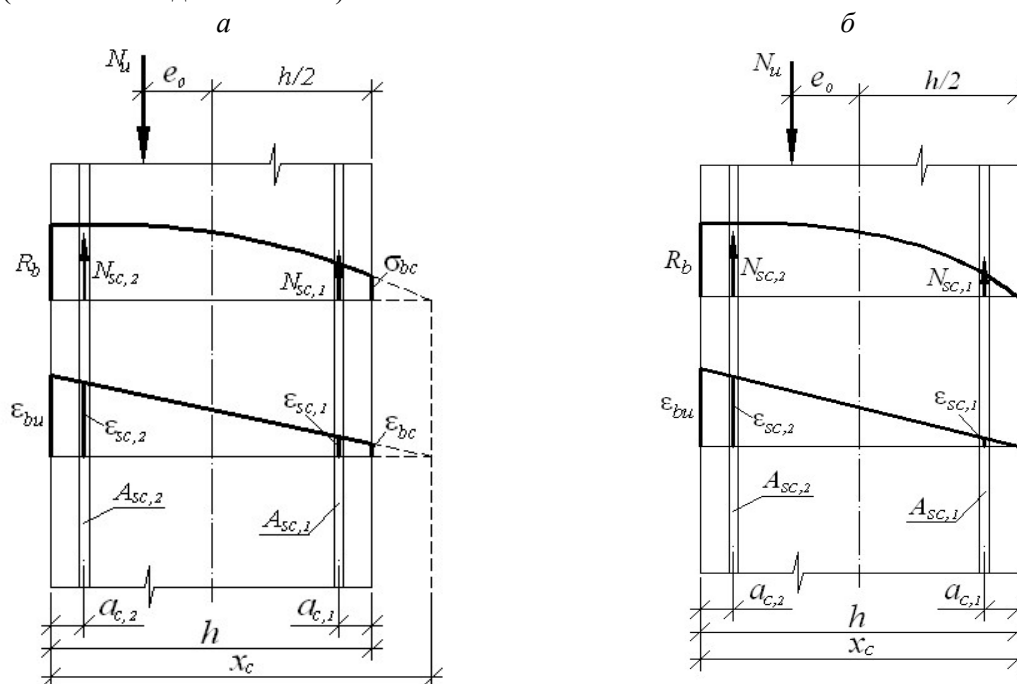


Рис. 1. Схема распределения деформаций, напряжений и усилий в сечении прямоугольного внецентренно сжатого железобетонного элемента на стадии исчерпания его прочности: *a* – в случае малых эксцентриситетов приложения продольной силы; *б* – в случае граничного эксцентриситета

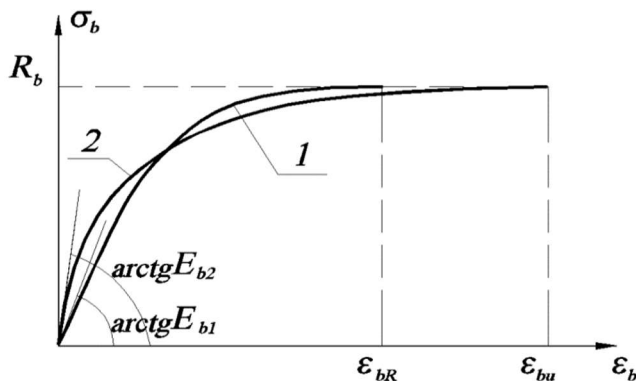


Рис. 2. Диаграммы деформирования бетона при центральном (кривая 1) и неоднородном сжатии (кривая 2)

Для определения неизвестных параметров диаграммы деформирования бетона при внецентренном сжатии ( $E_{b2}$ ,  $D_{b2}$ ,  $C_{b2}$ ) и соответствующей величины предельной относительной деформации ( $\varepsilon_{bu}$ ) приняты следующие гипотезы и допущения:

- для предельной стадии деформирования бетона при внецентренном сжатии с малым эксцентриситетом деформация волокна, проходящего через центр тяжести эпюры сжимающих напряжений, равна предельной деформации бетона при центральном сжатии  $\varepsilon_{bR}$ ;

- исчерпание прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента происходит при достижении наиболее напряженным фибровым волокном в сечении этого элемента пре-

дельной величины относительной деформации  $\varepsilon_{bu}$  с одновременным исчерпанием сопротивления бетона сжатию  $R_b$ ;

- для внецентренно сжатого с малым эксцентриситетом железобетонного элемента предельная деформативность бетона  $\varepsilon_{bu}$  не является константой и в основном [3, 8, 15, 17] зависит от параметров армирования сечения и относительного эксцентриситета приложения продольной силы  $e_0/h$ ;

- предельное значение удельной энергии деформирования бетона при неоднородном сжатии равно удельной энергии, накапливаемой в сечении центрально сжатого бетонного образца непосредственно перед его разрушением;

– зависимость, описывающая диаграмму неоднородного сжатия бетона, имеет экстремум в точке с координатами  $\sigma_b = R_b$  и  $\varepsilon_b = \varepsilon_{bu}$ .

Принятые гипотезы позволяют перейти к построению расчетной модели для определения прочности короткого внецентренно сжатого с малым эксцентриситетом железобетонного элемента прямоугольного сечения (см. рис. 1, а).

$$N_u e_0 = R_b b h \omega_c (0,5h - \gamma_c h) + N_{sc,2} (0,5h - a_{c,2}) + N_{sc,1} (0,5h - a_{c,1}), \quad (4)$$

где  $N_u$  – искомое продольное усилие, соответствующее исчерпанию прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента;  $e_0$  – эксцентриситет продольного усилия относительно оси симметрии прямоугольного сечения;  $b$ ,  $h$  – размеры поперечного сечения элемента;  $N_{sc,2}$ ,  $N_{sc,1}$  – величины усилий, соответственно, в наиболее сжатой и менее сжатой арматуре, для определения которых используются зависимости (5) и (6);  $\omega_c$ ,  $\gamma_c$  – интегральные геометрические характеристики эпюры напряжений в сжатой зоне бетона.

Зависимости для определения усилий в арматуре находятся по следующим формулам:

$$N_{sc,1} = \sigma_{sc,1} A_{sc,1}, \quad (5)$$

$$N_{sc,2} = \sigma_{sc,2} A_{sc,2}, \quad (6)$$

где  $\sigma_{sc,2}$ ,  $\sigma_{sc,1}$  – величины напряжений, соответственно, в наиболее сжатой и менее сжатой арматуре;  $A_{sc,2}$ ,  $A_{sc,1}$  – площади, соответственно, более сжатой и менее сжатой арматуры.

Коэффициент полноты эпюры напряжений в бетоне ( $\omega_c$ ) и относительное расстояние от центра тяжести этой же эпюры до наиболее напряженного волокна ( $\gamma_c$ ) находятся с использованием интегральных зависимостей [15]:

$$\omega_c = \frac{1}{h R_b} \int_0^h \sigma_{bz} dz, \quad (7)$$

$$\gamma_c = \frac{\int_0^h \sigma_{bz} z dz}{h \int_0^h \sigma_{bz} dz}. \quad (8)$$

С учетом гипотезы плоских сечений для рассматриваемого железобетонного элемента записываются следующие условия совместности деформаций:

$$\frac{\varepsilon_{bu}}{x_c} = \frac{\varepsilon_{sc,2}}{x_c - a_{c,2}}, \quad (9)$$

$$\frac{\varepsilon_{bu}}{x_c} = \frac{\varepsilon_{sc,1}}{x_c - h + a_{c,1}}, \quad (10)$$

Для её аналитического отображения наряду с выше перечисленными принимаем гипотезы и допущения, которые являются традиционными для деформационной расчетной модели [4, 6, 9, 10, 14].

Уравнения равновесия имеют вид:

$$N_u = R_b b h \omega_c + N_{sc,2} + N_{sc,1}, \quad (3)$$

где  $x_c$  – условная высота сжатой зоны бетона (см. рис. 1, а); остальные обозначения представлены на рис. 1, а.

Физические уравнения для бетона включают зависимости, полученные из условий прохождения диаграммы неоднородного деформирования бетона, соответственно, через нулевую точку с начальным модулем упругости  $E_{b2}$  и через экстремальную точку с координатами  $R_b$ ,  $\varepsilon_{bu}$ :

$$D_{b2} = -\frac{R_b}{E_{b2} \varepsilon_{bu}^2}, \quad (11)$$

$$C_{b2} = \frac{E_{b2}}{R_b} - \frac{2}{\varepsilon_{bu}}. \quad (12)$$

Соотношение, полученное на основе гипотезы о деформации "среднего" волокна эпюры напряжений бетона, имеет следующий вид:

$$\frac{\varepsilon_{bR}}{\varepsilon_{bu}} = 1 - \gamma_c \frac{h}{x_c}, \quad (13)$$

Из гипотезы о равенстве удельных энергий деформирования бетона при центральном и внецентренном сжатии получаем уравнение:

$$\int_0^{\varepsilon_{bR}} \sigma_b d\varepsilon = \frac{1}{h} \int_0^h \int_0^{\varepsilon_{bz}} \sigma_b d\varepsilon dz. \quad (14)$$

Напряжения в арматуре  $\sigma_{sc,2}$ ,  $\sigma_{sc,1}$  находятся с помощью кусочной функции, рекомендуемой в работе [12].

В результате решения полученной системы уравнений определяются искомые характеристики диаграммы неоднородного сжатия бетона ( $E_{b2}$ ,  $C_{b2}$ ,  $D_{b2}$ ,  $\varepsilon_{bu}$ ) и параметры НДС внецентренно сжатого железобетонного элемента, в том числе продольное усилие  $N_u$ , соответствующее исчерпанию прочности этого элемента.

Для проведения качественной и количественной оценки результатов, получаемых в рамках предлагаемого варианта деформационной расчетной модели, были разработаны общий алгоритм и программа расчета "Column\_1" для персонального компьютера.

В качестве исследуемого образца был принят короткий ( $l = 1200$  мм) шарнирно закрепленный железобетонный элемент с размерами

поперечного сечения  $b \times h = 300 \times 300$  мм. В ходе численного эксперимента варьировали следующими исходными данными: классом бетона (В15; В30; В60), относительным эксцентриситетом приложения продольной силы, процентным содержанием (0 %; 0,35 %; 1,40 %; 2,74 %) сжатой симметрично расположенной в поперечном сечении элемента арматуры класса А400. В итоге общий объем рассчитываемых элементов составил 48.

Выполненные расчеты позволили выявить влияние различных факторов на НДС внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами железобетонных элементов для стадии исчерпания прочности и установить при этом следующие закономерности:

- граничные значения эксцентриситетов приложения продольной силы  $e_0 = e_{гр.}$  для неармированных элементов составили для варьированных классов бетона, соответственно, 13,8 мм, 15,5 мм и 18,2 мм, что значительно меньше величины ядрового расстояния, рассчитываемого по теории сопротивления материалов,  $e_{гр.} = h/6 = 50$  мм. При этом с ростом прочности бетона граничный эксцентриситет увеличивается, что объясняется более слабым проявлением пластических свойств у высокопрочных бетонов по сравнению с низкопрочными. Аналогичные данные были получены Э.П. Брыжатым [2] при проведении экспериментов на бетонных призмах средней прочности и Б.А. Лукьянковым [7], обобщившим результаты собственных и чужих исследований по внецентренному сжатию применительно к элементам из высокопрочных бетонов;

- использование симметричного армирования сечения сжатого элемента позволяет увеличить граничные эксцентриситеты. Наибольший рост их значений наблюдается у железобетонных элементов из бетона класса В15. Для варьированных процентов армирования сечения (0 %; 0,35 %; 1,40 %; 2,74 %) получены следующие граничные эксцентриситеты: 13,8 мм, 20,6 мм, 36,3 мм, 39,2 мм. Влияние армирования на величину граничного эксцентриситета было экспериментально выявлено в работе Д.Р. Маиляна [8];

- с увеличением эксцентриситета приложения продольной силы  $e_0$  от 0 (центральное сжатие) до значения граничного эксцентриситета предельные относительные деформации бетона при неоднородном сжатии ( $\varepsilon_{bu}$ ) увеличиваются от значения  $\varepsilon_{BR}$ , полученного при центральном сжатии, до максимального значения, соответствующего предельной величине сжимаемости бетона при изгибе. Так для неармированного элемента из бетона класса В30 при дей-

ствии продольной силы с эксцентриситетами 0 мм, 3 мм, 10 мм и 15,5 мм получены следующие значения предельных относительных деформаций бетона:  $1,535 \cdot 10^{-3}$ ;  $2,073 \cdot 10^{-3}$ ;  $2,646 \cdot 10^{-3}$ ;  $2,782 \cdot 10^{-3}$ . Аналогичные результаты представлены в работах В.В. Дегтерёва, Ю.А. Гагарина [3], Д.Р. Маиляна [8] и А.Б. Пирадова, В.И. Аробелидзе, Т.Г. Хуцишвили [17];

- выявлено незначительное (4...6 %) влияние симметричного армирования на предельную сжимаемость бетона ( $\varepsilon_{bu}$ ) при одном и том же ( $e_0 < e_{гр.}$ ) эксцентриситете приложения продольной силы. При этом максимальное значение этой характеристики бетона достигается при граничном эксцентриситете ( $e_0 = e_{гр.}$ ) и не зависит от армирования;

- максимальное снижение несущей способности бетонных элементов ( $N_u$ ) при малых эксцентриситетах происходит в относительно небольшом диапазоне для всех классов бетона (от 12 до 15 %);

- наличие симметричного армирования сечения приводит к росту несущей способности внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами элементов. Так, при содержании арматуры 0,35 % в сечении элемента из бетона класса В15 обеспечивается рост величины  $N_u$  на 7...9 %, а при армировании 2,74 % – на 63...81 %. Для элементов из более прочного бетона (В60) при тех же процентах армирования получены следующие диапазоны увеличения несущей способности, соответственно, 2,5...3,0 % и 22...24 %. Это свидетельствует о нецелесообразности применения больших процентов армирования для внецентренно нагруженных с малыми эксцентриситетами железобетонных элементов из высокопрочных бетонов.

В заключение уместно отметить, что использование представленного варианта расчетной модели в практике проектирования в виде инженерной методики определения несущей способности внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами железобетонных элементов должно также учитывать влияние их гибкости, условий закрепления, а также эффектов старения и ползучести бетона, что является предметом для последующих исследований авторов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аксенов В.Н., Маилян Д.Р. Работа железобетонных колонн из высокопрочного бетона // Бетон и железобетон. 2008. № 6. С. 5–8.
2. Брыжатый Э.П. Исследование трещиностойкости и некоторых вопросов прочности коротких внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами бетонных и железобетонных эле-

ментов: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.01. М.: НИИЖБ, 1969. 18 с.

3. Дегтерёв В.В., Гагарин Ю.А. О закономерностях изменения напряженного состояния высокопрочного бетона при внецентренном сжатии // Бетон и железобетон. 1979. № 3. С. 28–31.

4. Звездов А.И., Залесов А.С., Мухамедиев Т.А., Чистяков Е.А. Расчет прочности железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил по новым нормативным документам // Бетон и железобетон. 2002. № 2. С. 21–25.

5. Изотов Ю.Л., Изотова Т.Ю. Расчет внецентренно сжатых элементов прямоугольного сечения при малых эксцентриситетах // Бетон и железобетон. 2006. № 1. С. 14–18.

6. Кодыш Э.Н., Никитин И.К., Трекин Н.Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжёлого бетона по прочности, трещиностойкости и по деформациям. М.: Изд-во АСВ, 2011. 352 с.

7. Лукьяненко Б.А. Работа внецентренно сжатых железобетонных элементов из высокопрочных материалов: Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.23.01. М.: ВЗИСИ, 1987. 24 с.

8. Маилян Д.Р. Зависимость предельной деформативности бетона от армирования и эксцентриситета сжимающего усилия // Бетон и железобетон. 1980. № 9. С. 11–12.

9. Мордовский С.С. Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением диаграмм деформирования // Бетон и железобетон. 2012. № 2. С. 11–15.

10. Немировский Ю.В., Болтаев А.И. Диаграммы деформирования бетонов и железобетонных // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. № 6. С. 125–129.

11. Никулин А.И. О разделении расчетов прочности внецентренно сжатых железобетон-

ных элементов на случаи малых и больших эксцентриситетов // Строительная механика и расчет сооружений. 2006. № 4. С. 16–20.

12. Никулин А.И. Универсальная зависимость для аналитического описания диаграмм растяжения арматурной стали // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2015. № 3. С. 157–162.

13. Никулин А.И. Энергетический подход к трансформированию эталонных диаграмм сжатия бетона // Бетон и железобетон. 2013. № 5. С. 12–14.

14. Никулин А.И., Блинников Е.А. О расчете прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов, имеющих растянутую зону бетона // Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения: Материалы междунауч. чтений. Курск: КурскГТУ, 2007. С. 117–123.

15. Никулин А.И., Блинников Е.А. Расчет прочности внецентренно сжатых с малыми эксцентриситетами коротких железобетонных элементов на основе энергетического подхода к трансформированию диаграмм сжатия бетона // Известия ОрелГТУ. Серия «Строительство и транспорт». 2005. № 3-4. С. 65–70.

16. Никулин А.И., Ломтев И.А., Никулина Ю.А. Прочность внецентренно сжатых железобетонных элементов с трещинами в растянутой зоне // Технические науки в мире: от теории к практике: Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции. Ростов-на-Дону, 2015. С. 58–61.

17. Пирадов А.Б., Аробелидзе В.И., Хуцишвили Т.Г. К расчету несущей способности внецентренно сжатых элементов // Бетон и железобетон. 1986. № 1. С. 43–44.

---

**Nikulin A.I., Al-Havaff A.F.K.**

**ABOUT THE FORMATION OF THE STRENGTH CALCULATION METHOD OF THE ECCENTRICALLY LOADED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH SMALL EXCENTRICITY**

*For the formation of the strength calculation method of the eccentrically loaded reinforced concrete elements, which have no the stretched zone of concrete, the modified version of the deformation model of the reinforced concrete force resistance is used. This model is based on the energy approach to the transformation of the standard concrete compression diagram into the diagram of the inhomogeneous deformation, which corresponds to stress-strain state (NDS) of the eccentrically compressed constructions. The main hypotheses and resolving equations that allow us to find the required parameters for the problem under consideration are presented. Some results of numerical studies, which are performed with using the computer program developed by the authors for a personal computer, are shown.*

**Key words:** *the eccentric compression, the reinforced concrete column, the small eccentricity, energy criterion for destruction of concrete, the diagram of the inhomogeneous compression of the concrete, the bearing capacity of a column, the numerical experiment.*

---

**Никулин Александр Иванович**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: [nikulin137@yandex.ru](mailto:nikuln137@yandex.ru)

**Аль-Хаваф Али Фадиль Касим**, аспирант кафедры строительства и городского хозяйства.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

[alifadhel83@yahoo.com](mailto:alifadhel83@yahoo.com)