

*Кадрик К. А., студентка,
Мкртычев О. В., ст. преп.,
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,
филиал в г.Новороссийске*

К ДИНАМИКЕ И КИНЕМАТИКЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С СИСТЕМОЙ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ИЛИ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СРЕД

oleg214@ya.ru

В статье рассматриваются некоторые стороны энергетического взаимодействия с системой плоскопараллельных и концентрических сред (на примере светового излучения в рамках геометрической оптики). Полученная математическая модель описывается рекуррентными соотношениями типа треугольника Паскаля и даёт простой и наглядный алгоритм определения временных флуктуаций энергии при таком взаимодействии, связанных с геометрией взаимодействующих элементов.

Ключевые слова: плоскопараллельные среды, концентрические среды, рекуррентные уравнения

Задачи взаимодействия излучения с многослойными системами представляют и теоретический, и практический интерес [1-4]. К ним относятся задачи распространения тепла в конструкциях и элементах оптики в приборостроении, и процессы распространения светового излучения, где возникают вопросы, связанные с технологией получения тонкоплёночных покрытий с заданными геометрикооптическими и теплофизическими характеристиками.

Далее мы рассматриваем идеальный световой луч, падающий на идеальную плоскую границу раздела двух полубесконечных однородных и изотропных сред. Цель работы описать процесс взаимодействия светового луча в динамике и определить временные флуктуации излучения, возникающие только из-за геометрической структуры строения прослойки, состоящей из плоскопараллельных или концентрических сред. В точке падения луч падающий разбивается на луч преломлённый и отражённый, каждый из которых продолжает движение в соответ-

ственной среде. Предположим теперь, что между двумя полубесконечными средами находится система плоскопараллельных однородных и изотропных сред с идеально плоскими границами. Каждый луч, отражённый и преломлённый на какой-либо границе внутри прослойки, будет испытывать многократные отражения и преломления от прилегающих к этой границе верхней и нижней границ прослойки. Попытаемся определить число вновь возникающих точек взаимодействия светового луча на каждой границе.

Из одной полубесконечной среды (среда падения-отражения) свет преломляется во вторую полубесконечную среду (среда преломления) через систему плоскопараллельных слоёв (прослойка). Пренебрегая временными различиями, т.е. считая время прохождения светом пути от одной границы до другой в каждой среде прослойки одинаковым (шаг по времени), попытаемся определить число точек взаимодействия на каждом шаге по времени.

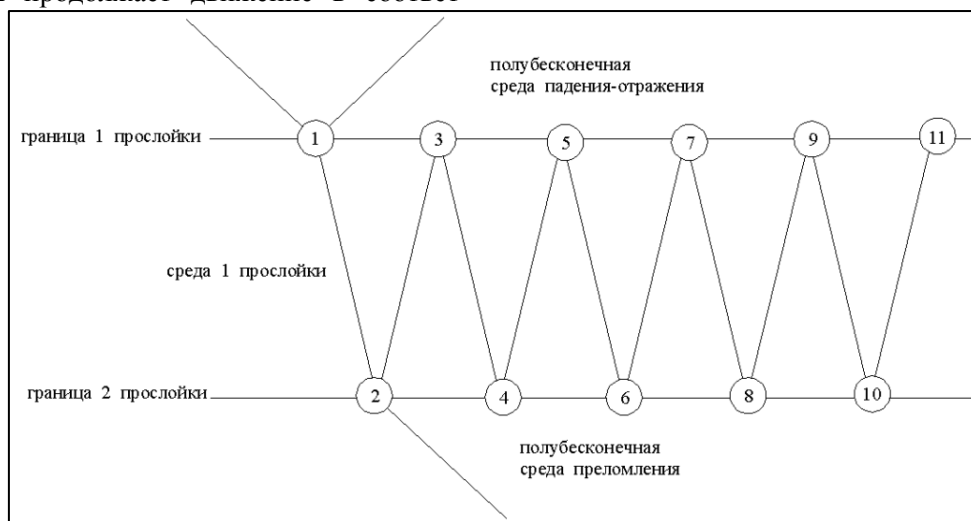


Рис. 1. Точки, образующиеся на верхней и нижней границах прослойки из одной среды, на каждом шаге по времени
Шаг по времени выделен кружком.

На рис.1 показан ход луча в прослойке, состоящей из одной среды. Видно, что на каждом шаге времени на каждой границе, поочерёдно, образуется по одной новой точке взаимодействия светового луча с границей раздела сред. При этом на каждом нечётном шаге по времени образуется новая точка на верхней границе, а на чётном – на нижней границе.

На рис.2 показан ход луча в прослойке, состоящей из двух сред. В этом случае количество образующихся точек взаимодействия света с границей зависит от номера шага по времени. Например, для верхней границы на шаге 1 и 3 образуется одна точка, на шаге 5 образуется две новые точки, на шаге 7 – четыре. При этом на всех чётных шагах на верхней границе не обра-

зуется ни одной новой точки. Для нижней границы всё аналогично, за исключением первого шага по времени. Количество точек на промежуточной границе растёт таким же образом, но на чётных шагах по времени, а на нечётных шагах промежуточная граница «отдыхает». Видно, что количество вновь образующихся точек зависит от номера шага и от номера границы в прослойке.

Если провести подобные исследования для прослоек с несколькими средами, можно установить последовательность образования новых точек взаимодействия на каждой границе. Результаты исследования для прослоек из одной, двух, трёх и четырёх сред записаны в таблице 1.

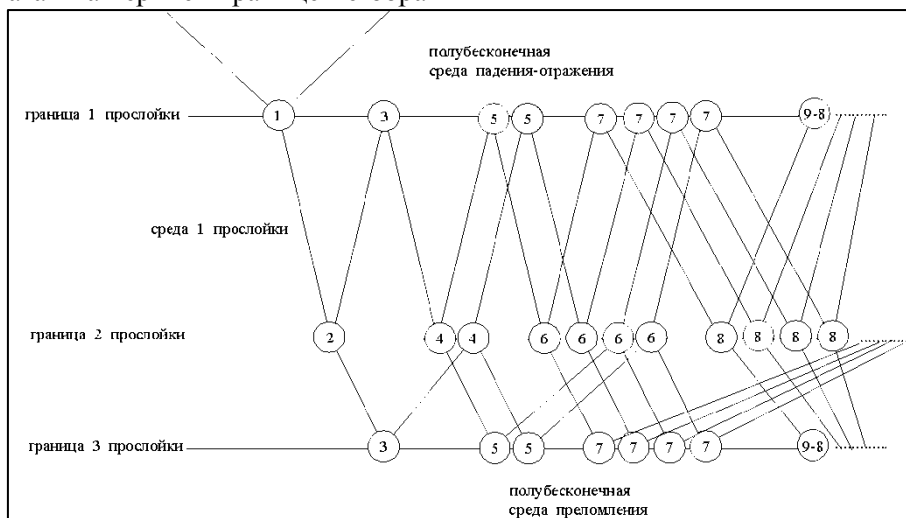


Рис. 2. Точки, образующиеся на верхней, нижней и промежуточной границах прослойки из двух сред, на каждом шаге по времени. Шаг по времени выделен кружком

Таблица 1
Количество образующихся точек взаимодействия в системе плоскопараллельных границ для первых 10 временных шагов

Шаг по времени	Количество сред в прослойке			
	1	2	3	4
	Количество границ в прослойке			
	2	3	4	5
1	(1,0)	(1,0,0)	(1,0,0,0)	(1,0,0,0,0)
2	(0,1)	(0,1,0)	(0,1,0,0)	(0,1,0,0,0)
3	(1,0)	(1,0,1)	(1,0,1,0)	(1,0,1,0,0)
4	(0,1)	(0,2,0)	(0,2,0,1)	(0,2,0,1,0)
5	(1,0)	(2,0,2)	(2,0,3,0)	(2,0,3,0,1)
6	(0,1)	(0,4,0)	(0,5,0,3)	(0,5,0,4,0)
7	(1,0)	(4,0,4)	(5,0,8,0)	(5,0,9,0,4)
8	(0,1)	(0,8,0)	(0,13,0,8)	(0,14,0,13,0)
9	(1,0)	(8,0,8)	(13,0,21,0)	(14,0,27,0,13)
10	(0,1)	(0,16,0)	(0,34,0,21)	(0,41,0,40,0)

В таблице 1 наборы чисел в скобках означают следующее. Общее количество чисел в скобках равно числу границ в прослойке. На первом месте в скобках стоит число вновь образовавшихся точек на первой границе прослой-

ке(считая от среды падения-отражения) на данном шаге по времени. На втором месте – число точек, образовавшихся на второй границе и так далее. Например, в строке шага по времени равного четырём в крайнем правом столбце стоит скобка (0,2,0,1,0). В скобке стоит пять чисел – это означает, что прослойка имеет пять границ. При этом на четвёртом шаге по времени на первой, третьей и пятой границе не образуется новых точек, на второй образуется две новые точки и на четвёртой – одна новая точка взаимодействия светового луча с этой границей.

Обозначим количество точек n , образующихся на k -ом шаге по времени на l -ой границе, $n=n(k,l)$. Общая формула проглядывает достаточно очевидно

$$n(k, l) = n(k - 1, l - 1) + n(k - 1, l + 1), \quad (1)$$

где $l=1,2,\dots,L$ (L – число границ в прослойке), с первыми членами вида

$$\begin{cases} n(1,1) = 1, \\ n(1,j) = 0, \quad j = 2,3, \dots, L, \end{cases} \quad (2)$$

и краевыми членами

$$\begin{cases} n(k, 0) = 0, \\ n(k, L + 1) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

n(1,0)	n(2,0)	n(k-1,0)	n(k,0)
n(1,1)	n(2,1)	n(k-1,1)	n(k,1)
n(1,2)	n(2,2)	n(k-1,2)	n(k,2)
.....
n(1,l-1)	n(2,l-1)	n(k-1,l-1)	n(k,l-1)
n(1,l)	n(2,l)	n(k-1,l)	n(k,l)
n(1,l)	n(2,l+1)	n(k-1,l+1)	n(k,l+1)
.....
n(1,L)	n(1,L)	n(k-1,L)	n(k,L)
n(1,L+1)	n(2,L+1)	n(k-1,L+1)	n(k,L+1)

Рис. 3. Прямоугольная таблица по формулам 1-3

Крайний левый столбец – столбец начальных точек, в котором значение с индексом (1,1) равно единице, все остальные равны нулю.

Верхняя и нижняя строки таблицы (отделённые горизонтальными прямыми) состоят из нулей и введены для удобства математической записи

Данные соотношения позволяют вычислить двумерную прямоугольную таблицу чисел, показанную на рис.3.

Подобное исследование можно провести и для прослойки, состоящей из системы концентрических окружностей. Результаты исследования для прослоек из одной, двух, трёх и четырёх сред записаны в таблице 2. Смысл величин, входящих в таблицу 2, аналогичен смыслу величин в таблице 1.

Таблица 2

Количество образующихся точек взаимодействия в системе концентрических границ для первых 10 временных шагов

Шаг по времени	Количество сред в прослойке			
	1	2	3	4
	Количество границ в прослойке			
	2	3	4	5
1	(1,0)	(1,0,0)	(1,0,0,0)	(1,0,0,0,0)
2	(0,1)	(0,1,0)	(0,1,0,0)	(0,1,0,0,0)
3	(1,1)	(1,0,1)	(1,0,1,0)	(1,0,1,0,0)
4	(1,2)	(0,2,1)	(0,2,0,1)	(0,2,0,1,0)
5	(2,3)	(2,1,3)	(2,0,3,1)	(2,0,3,0,1)
6	(3,5)	(1,5,4)	(0,5,1,4)	(0,5,0,4,1)
7	(5,8)	(5,5,9)	(5,1,9,5)	(5,0,9,1,5)
8	(8,13)	(5,14,14)	(1,14,6,14)	(0,14,1,14,6)
9	(13,21)	(14,19,28)	(14,7,28,20)	(14,1,28,7,20)
10	(21,34)	(19,42,47)	(7,42,27, 28)	(1,42,8,48,27)

И в случае концентрических границ, формула вычисления аналогична формуле (1), с те-

ми же первыми членами вида (2), но с другими крайними членами

$$\begin{cases} n(k, 0) = 0, \\ n(k, L + 1) = 0, & k = 1, 2 \dots L - 1, \\ n(k, L + 1) = n(k, L), & k = L, L + 1, \dots \end{cases} \quad (4)$$

Теперь будем учитывать различие скорости света в каждой среде. Обозначим время прохождения лучом света пространства от первой границе ко второй через t_1 , от второй к третьей – t_2 и т.д.

Вернёмся к прослойке, состоящей из одной среды с плоской границей раздела (рис.1). Видно, что на верхней границе время возникновения каждой точки взаимодействия светового луча составляет следующую последовательность значений – $0, 2t_1, 4t_1, 6t_1, \dots$. А на нижней границе – $t_1, 3t_1, 5t_1, 7t_1, \dots$

Если рассмотреть эти же последовательности времён для прослойки состоящей из двух сред (рис.2), то можно легко составить для точек на верхней границе (табл.3) и для точек на нижней границе (табл.4) последовательность «последовательностей» значений. Следует помнить, что в один и тот же момент времени может образовываться несколько новых точек отражения и преломления.

Аналогично возникают точки отражения и преломления и в случае произвольного количества сред в прослойке. Видно, что эти временные интервалы представляют собой наборы всех чётных (для верхней границы) и всех нечётных (для нижней границы) сочетаний числа t_1 для случая одной среды. Для случая двух сред к этим числам добавляются суммы пар чисел ($n_1t_1,$

n_2t_2), где n_1, n_2 натуральные числа, принимающие значения независимо друг от друга, с соблюдением условия чётности и нечётности значений этих чисел на верхней и нижней границах,

соответственно. Для трёх сред, соответственно, добавятся суммы триад чисел (n_1t_1, n_2t_2, n_3t_3) и т.д.

Таблица 3

Время образования новых точек отражения на первой границе

0	$2t_1$	$4t_1$	$6t_1$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=0$ с периодом $2t_1$
	$2t_1+2t_2$	$4t_1+2t_2$	$6t_1+2t_2$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=2t_2$ с периодом $2t_1$
	$2t_1+4t_2$	$4t_1+4t_2$	$6t_1+4t_2$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=4t_2$ с периодом $2t_1$
	⋮	⋮	⋮	⋮	
	Последовательность возникающая в момент времени $t=2t_1$ с периодом $2t_2$	Последовательность возникающая в момент времени $t=4t_1$ с периодом $2t_2$	Последовательность возникающая в момент времени $t=6t_1$ с периодом $2t_2$		

Таблица 4

Время образования новых точек отражения на последней границе

t_1+t_2	$3t_2+t_1$	$5t_2+t_1$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=t_1+t_2$ с периодом $2t_2$
t_2+3t_1	$3t_2+3t_1$	$5t_2+3t_1$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=t_2+3t_1$ с периодом $2t_2$
t_2+5t_1	$3t_2+5t_1$	$5t_2+5t_1$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=t_2+5t_1$ с периодом $2t_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	
Последовательность возникающая в момент времени $t=t_1+t_2$ с периодом $2t_1$	Последовательность возникающая в момент времени $t=3t_2+t_1$ с периодом $2t_1$	Последовательность возникающая в момент времени $t=5t_2+t_1$ с периодом $2t_1$		

Рассмотрим две среды с границей раздела в виде окружности. Видно, что на этой границе время возникновения каждой точки взаимодействия светового луча составляет следующую последовательность значений $-0, t_1, 2t_1, 3t_1, 4t_1, 5t_1, 6t_1, \dots$

Если рассмотреть эту же последовательность времён для системы, состоящей из двух

концентрических окружностей, то к этой последовательности значений добавится последовательность «последовательностей» значений, показанная в табл.5.

Здесь при добавлении очередной границы новые последовательности значений не добавляются к предыдущим, а заменяют их. При этом образуются суммы пар чисел (n_1t_1, n_2t_2) , где $n_1,$

n_2 натуральные числа, принимающие значения независимо друг от друга. При этом в промежуточном кольце числа n_1 принимают только чётные значения, а во внутреннем круге числа n_2 принимают все значения натурального ряда. Для

трёх concentрических окружностей, соответственно, возникнут суммы триад чисел (n_1t_1, n_2t_2, n_3t_3) , где n_1, n_2 натуральные числа, принимающие только чётные значения, а n_3 – натуральное число, принимающее все значения и т.д.

Таблица 5

Время образования новых точек отражения на внешней concentрической окружности

0	$2t_1$	$4t_1$	$6t_1$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=0$ с периодом $2t_1$
	$2t_1+t_2$	$4t_1+t_2$	$6t_1+t_2$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=t_2$ с периодом $2t_1$
	$2t_1+2t_2$	$4t_1+2t_2$	$6t_1+2t_2$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=2t_2$ с периодом $2t_1$
	$2t_1+3t_2$	$4t_1+3t_2$	$6t_1+3t_2$...	Последовательность возникающая в момент времени $t=3t_2$ с периодом $2t_1$
	⋮	⋮	⋮	⋮	
	Последовательность возникающая в момент времени $t=2t_1$ с периодом t_2	Последовательность возникающая в момент времени $t=4t_1$ с периодом t_2	Последовательность возникающая в момент времени $t=6t_1$ с периодом t_2		

При этом прохождение света в каждой среде сопровождается процессом экстинкции светового луча, что будет характеризоваться соответственным коэффициентом экстинкции излучения в среде, а переход света через границу каждый раз сопровождается разбиением энергии падающего луча на энергию луча отражённого и преломлённого, что связано с квадратом относительного показателя преломления двух граничащих сред [3,4]. Используя современные вычислительные средства, например Mathematica™ или Matlab™ [5], можно легко провести вычисления с заданной степенью точности. Интересны будут также и аналитические обобщения подобных сумм в теоретическом плане.

Рассмотренные в статье идеальные процессы взаимодействия светового излучения с системой плоскопараллельных и concentрических сред, переносятся на взаимодействие любого энергетического поля. При этом прохождение энергии в каждой среде сопровождается процессом диссипации энергии, что будет характеризоваться соответственным коэффициентом поглощения/ослабления энергии, а переход энергии через границу двух сред каждый раз сопровождается разбиением энергии падающего луча на энергию луча отражённого и преломлённого, с выполнением закона сохранения энергии [4].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Mkrtychev O.V., Shemanin V.G. Moment method in laser ablation thermal model / Physics of extreme states of matter. XXVIII International Conference of Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter // March 1-6, 2013. Elbrus, Kabardino-Balkaria, Russia. Ed. by Fortov V.E. Moscow. 2013. P.47-49.
2. Аткарская А.Б., Мкртычев О.В., Шеманин В.Г. Изменение показателя преломления наноразмерных плёнок при модифицировании стеклянных подложек // Известия высших учебных заведений. Физика. 2012. №8/2. С.238-239.
3. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах // М. Наука. 1973. 343 с.
4. Мкртычев О.В. Аналитическое исследование энергетических коэффициентов отражения и преломления света // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. 2012. №4. С.36-37.
5. Мкртычев О. В. Компьютерное моделирование при кинематическом анализе плоских механизмов // ТММ СПбГТУ, №1, 2012. – С. 46-53.