Полунин А.И., канд. техн. наук, доц.,
Смышляева Л.Г., инж.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ КОЛЬЦА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЯ ЕГО КОЛЕБАНИЙ ПРИ ВРАЩЕНИИ НА ДВУХ ОПОРНЫХ РОЛИКАХ*

polynin@intbel.ru

В статье представлены результаты исследований характеристик точности оценки ширины кольца по результатам измерений его радиальных колебаний при вращении на двух опорных роликах. Идентификация осуществляется методом максимального правдоподобия. Приведены уравнения динамики вращающегося на опорах кольца, расчетные алгоритмы, результаты расчетов.

Ключевые слова: *мобильная технология обработки крупногабаритных колец, идентификация параметров кольца, уравнения динамики вращающегося на опорах кольца, среднеквадратическая погрешность оценки параметров кольца, метод максимального правдоподобия.*

Введение. Одним из современных методов повышения производительности труда в промышленности при обработке и исправлении формы поверхности крупногабаритных (диаметром до нескольких метров) тел вращения – оболочек, колец, является использование мобильной (в некоторой литературе безрамной) технологии. В этом случае обрабатываемое тело ставят в вертикальной плоскости на два параллельных опорных ролика (рис. 1), приводят во вращение с помощью электропривода и обрабатывают приставным станочным модулем.

Рис. 1. Обработка бандажа цементной печи по мобильной технологии

Основной задачей, решаемой в процессе такой обработки, является процесс формообразования обрабатываемого тела с заданной точностью. Величина ошибки формообразования в этом случае зависит от разных факторов. Одним из способов уменьшения их влияния является управление колебаниями кольца в процессе его обработки, используя уравнения его динамики. При использовании такого подхода необходимо знать геометрические и прочностные характеристики кольца, используемые в управляющих алгоритмах.

Методология. Рассмотрим один из методов решения задачи идентификации этих характеристик, основанный на обработке информации о установившихся колебаниях кольца, при его вращении на опорах с постоянной скоростью, с использованием метода максимального правдоподобия [1].

Будем рассматривать задачу оценки, в связанной с кольцом системе координат θ, какой – либо функции $P(\theta)$ – характеризующей реальные параметры кольца – модуль упругости, ширина, радиус, толщина. Для решения этой задачи с использованием метода максимального правдоподобия необходимо задать неизвестную нам функцию $P(\theta)$, которой мы аппроксимируем реальный параметр. Тут возможны два подхода. Первый – заменяем задачу определения неизвестной функции $P(\theta)$ на задачу определения ее значений в заданных узловых точках θ_i. Значение функции между этими узловыми точками, необходимое для получения уравнений, определяем с помощью интерполяционных формул. Недостатком такого подхода является большое число неизвестных – значений неизвестных параметров в узловых точках, что плохо сказывается на сходимости итерационного процесса их оценки.

Другим, более удобным подходом, является задание $P(\theta)$ в виде ряда Фурье на интервале от нуля до 2π. В этом случае решение задачи сводится к определению коэффициентов ряда Фурье по данным измерения. Для получения действительных значений параметров надо задавать разные варианты $P(\theta)$ – с разным числом слагаемых ряда Фурье, осуществлять оценки коэффициентов и выбирать лучший вариант. Достоинством такого подхода является меньшее число оцениваемых параметров, возможность получения аналитических зависимостей для дифференциальных уравнений поведения кольца. Кроме того, этот подход позволяет исследовать влияние погрешностей измерений и скорости вращения кольца на точность получаемых оценок.

Рассмотрим этот подход более подробно на примере оценки действительной ширины кольца.

Основная часть. Для оценки характеристик непараллельности сторон кольца необходимо провести эксперимент по измерению параметров колебаний, зависящих от этих характеристик. В нашем случае это значения отклонений в некоторой неподвижной системе координат в заданные моменты времени точек вращающего кольца, координаты которых известны. Для проведения эксперимента необходимо задать некоторую точку на кольце, нуль, и относительно нее определять угловое положение точек, перемещение которых измеряем в эксперименте при установившихся колебаниях вращающегося кольца. Это можно сделать, при постоянной скорости его вращения. Обозначим вектор этих измерений R, размерность его И.

Для получения математической модели этого вектора измерений используем математическую модель динамики вращающегося на опорах кольца с непараллельными сторонами [2]. Ширину кольца зададим формулой

$$Ш = a_0 + \sum_{I=1}^{H}(a_i COS(i\theta) + b_i SIN(i\theta)), \quad (1)$$

где H - число учитываемых гармоник; a_0, a_i, b_i $(i = 1, \dots, H)$- оцениваемые коэффициенты. Обозначим их вектором P, размерность его $M = 2H + 1$.

Математическую модель вектора измерений, зависящую от оцениваемых параметров P, обозначим вектором Z, он имеет тот же размер, что и R. Эта модель зависит от решения системы дифференциальных уравнений динамики вращающегося на опорах кольца, ширина которого задана формулой (1). Используем ее для вычисления значений перемещений заданных точек кольца в заданные моменты времени в точке нахождения измерительного элемента.

Числовые значения элементов вектора P оцениваемых параметров находим из условия максимума функции условной плотности вероятности

$$f(R/P) = \frac{1}{\sqrt{2\pi^{И}|K_w|}} e^{-\frac{1}{2}[R-Z(P)]^T K_w^{-1}[R-Z(P)]},$$

где K_w - корреляционная матрица ошибок измерений.

Используя необходимое условие минимума, получим, в общем случае, нелинейную систему уравнений, называемую уравнением правдоподобия,

$$L_p K_w^{-1}[R - Z(P)] = 0,$$

где

$$L_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial Z_1}{\partial P_1} & \frac{\partial Z_2}{\partial P_1} & \cdots & \frac{\partial Z_И}{\partial P_1} \\ \frac{\partial Z_1}{\partial P_2} & \frac{\partial Z_2}{\partial P_2} & \cdots & \frac{\partial Z_И}{\partial P_2} \\ \cdots & & & \\ \frac{\partial Z_1}{\partial P_M} & \frac{\partial Z_2}{\partial P_M} & \cdots & \frac{\partial Z_И}{\partial P_M} \end{bmatrix}.$$

Решение этого уравнения обычно осуществляют методом Ньютона, осуществляя линеаризацию нелинейной зависимости $Z(P)$. Окончательно формула для вычисления подшагивания при получении оценки вектора $\hat{P}$- коэффициентов функции непараллельности сторон кольца, имеет вид

$$\Delta P = (L_P K_w^{-1} L_P^T)^{-1} L_P K_w^{-1}[R - Z(\hat{P}_i)],$$

а новое значение оценки

$$\hat{P}_{i+1} = \hat{P}_i + \Delta P.$$

Для вычисления вектора $Z(\hat{P}_i)$ и матрицы L_P используем уравнения динамики кольца. Корреляционная матрица погрешностей оценки требуемых параметров имеет вид

$$K_P = (L_P K_w^{-1} L_P^T)^{-1}.$$

При проведении исследований использовались уравнения динамики вращающегося на опорах кольца с нерастяжимой средней линией, имеющие вид

$$\frac{(-1)^{j+1} 2\cos(j\alpha)}{\cos(\pi - \alpha)}\ddot{a}_{u1} + C_j \ddot{a}_{uj} + \nu K_T n_j^2 \dot{a}_{uj} + 2m_j \Omega \dot{b}_{uj} + (\nu n_j^2 - \Omega^2 m_j^2) a_{uj} +$$

$$+\nu K_T j n_j^2 \Omega b_{uj} = \frac{(-1)^j \cos(j\alpha)}{\cos(\pi - \alpha)} \nu_p \Omega^2 r \Phi_1 \sin(\Omega t - \gamma_1) + \nu_p \Omega^2 r \Phi_j \sin(\gamma_j - j\Omega t),$$

$$\frac{(-1)^j 2\sin(j\alpha)}{\sin(\pi - \alpha)}\ddot{b}_{u1} + C_j \ddot{b}_{uj} - 2m_j \Omega \dot{a}_{uj} + \nu K_T n_j^2 \dot{b}_{uj} - \nu K_T j n_j^2 \Omega a_{uj} +$$

$$+(\nu n_j^2 - \Omega^2 m_j^2) b_{uj} = \frac{(-1)^{j+1} \sin(j\alpha)}{\sin(\pi - \alpha)} \nu_p \Omega^2 r \Phi_1 \cos(\Omega t - \gamma_1) +$$

$$+\nu_p \Omega^2 r \Phi_j \cos(\gamma_j - j\Omega t), (j = 2, 3, \dots, N - 1),$$

$$\frac{(-1)^{N+1} 2\cos(N\alpha)}{\cos(\pi - \alpha)}\ddot{a}_{u1} + \sum_{i=1}^{N-1} C_N P_{1i} \ddot{a}_{ui} + \sum_{i=1}^{N-1} C_N R_{1i} \ddot{b}_{ui} +$$

$$+\sum_{i=1}^{N-1}(\nu K_T n_N^2 P_{1i} + 2m_N \Omega P_{2i})\dot{a}_{ui} + \sum_{i=1}^{N-1}(\nu K_T n_N^2 R_{1i} + 2m_N \Omega R_{2i})\dot{b}_{ui} +$$

$$+\sum_{i=1}^{N-1}[(\nu n_N^2-\Omega^2 m_N^2)P_{1i}+\nu K_T N n_N^2 \Omega P_{2i}]\,a_{ui}+$$
$$+\sum_{i=1}^{N-1}[(\nu n_N^2-\Omega^2 m_N^2)R_{1i}+\nu K_T N n_N^2 \Omega R_{2i}]\,b_{ui}=$$
$$=\frac{(-1)^N cos(N\alpha)\,\nu_p \Omega^2 r\Phi_1}{cos(\pi-\alpha)}sin(\Omega t-\gamma_1)+\nu_p\Omega^2 r\Phi_N\,sin(\gamma_N-N\Omega t),$$
$$\sum_{i=1}^{N-1}C_N P_{2i}\ddot{a}_{ui}+\frac{(-1)^N 2\,sin(N\alpha)}{sin(\pi-\alpha)}\ddot{b}_{u1}+\sum_{i=1}^{N-1}C_N R_{2i}\ddot{b}_{ui}+$$
$$+\sum_{i=1}^{N-1}(\nu K_T n_N^2 P_{2i}-2m_N\Omega P_{1i})\dot{a}_{ui}+\sum_{i=1}^{N-1}(\nu K_T n_N^2 R_{2i}-2m_N\Omega R_{1i})\dot{b}_{ui}+$$
$$+\sum_{i=1}^{N-1}[(\nu n_N^2-\Omega^2 m_N^2)P_{2i}-\nu K_T N n_N^2 \Omega R_{1i}]\,a_{ui}+$$
$$+\sum_{i=1}^{N-1}[(\nu n_N^2-\Omega^2 m_N^2)R_{1i}-\nu K_T N n_N^2 \Omega R_{1i}]\,b_{ui}=$$
$$=\frac{(-1)^{N+1} sin(N\alpha)\,\nu_p \Omega^2 r\Phi_1}{sin(\pi-\alpha)}cos(\Omega t-\gamma_1)+\nu_p\Omega^2 r\Phi_N\,cos(\gamma_N-N\Omega t).$$

Здесь $a_{uj},\ b_{uj}$ *(j=1,2,…,N)* – обобщенные координаты, задающие радиальные колебания кольца; Ω – угловая скорость вращения кольца; $\nu=\mu/\chi,\mu=EJ/r^3,\chi=r\rho F,$

$$C_j=1+1/j^2,n_j=j^2-1,K_j=j+1/j,l_j=1+j^2,$$
$$m_j=j-1/j,\nu_p=a^{-1},\chi_p=r\rho b,\Phi_j=\sqrt{a_{Hj}^2+b_{Hj}^2},$$
$$\gamma_j=arctg\big(a_{Hj}/b_{Hj}\big),(j=1,2,\dots,H),$$

E – модуль Юнга; j – момент инерции сечения кольца; r – радиус средней линии кольца; F – площадь поперечного сечения кольца; a – ширина кольца с параллельными сторонами, без учета непараллельности; b – толщина сечения кольца; P_{1i},P_{2i} – элементы матрицы $P=ZD$,

$$Z=\begin{bmatrix}cos\big(N(\pi-\alpha)\big) & sin\big(N(\pi-\alpha)\big)\\ cos\big(N(\pi+\alpha)\big) & sin\big(N(\pi+\alpha)\big)\end{bmatrix}^{-1},$$ 2α – угол между опорами;

элементы матрицы D равны

$$d_{1i}=-cos\big(i(\pi-\alpha)\big),d_{2i}=-cos\big(i(\pi+\alpha)\big),(i=1,2,\dots,N-1),$$

$R_{1i},\ R_{2i}$ - элементы матрицы $R=ZF$, элементы матрицы F равны

$$f_{1i}=-sin\big(i(\pi-\alpha)\big),f_{2i}=-sin\big(i(\pi+\alpha)\big),\quad(i=1,2,\dots,N-1).$$

Был проведен вычислительный эксперимент с целью исследования возможности и точности оценки по данным измерений геометрических характеристик кольца при его вращении на опорах. Рассматривалась оценка параметров, характеризующих изменение ширины кольца, по данным измерений радиального перемещения точки вращающегося на опорах кольца, находящейся под углом 90 градусов в неподвижной системе координат. Среднеквадратическая погрешность измерения радиального перемещения принималась равной 0,001 м. Исследования проводились для кольца радиуса 3 метра, угол между опорами 50 градусов. Ширина кольца задавалась формулой

$$A=a_0+a_1\cos(\theta)+b_1\sin(\theta).$$

Точные значения коэффициентов ряда Фурье, задающих ширину кольца, равны $a_0=1м$, $a_1=b_1=0{,}1м.$ Оценивались параметры a_0,a_1,b_1. В табл. 1 представлены результаты расчетов среднеквадратических погрешностей оценки этих параметров вследствие погрешностей измерений радиального перемещения в зависимости от толщины кольца и угловой скорости его вращения. Число замеров, по которым оценивались коэффициенты, равно 20, время между замерами 4с, среднеквадратическая погрешность измерения радиального перемещения 1мм.

Анализ полученных результатов показывает, что точность оценки очень сильно зависит от угловой скорости вращения кольца. Так, при скорости вращения 0,2 рад/с величина среднеквадратической погрешности σ_{a0} в зависимости от толщины кольца составляет от нескольких десятков до двух тысяч метров. Объясняется это малой величиной центробежных сил при такой скорости вращения и вследствие этого малой величиной амплитуды измеряемых колебаний. При увеличении скорости вращения с 0,2 до 4 рад/с, т.е. в 20 раз, среднеквадратическая погрешность уменьшается, в среднем, в 500 раз, но, при данных параметрах замеров, является все еще большой величиной. Величина среднеквадратической погрешности оценки параметров сильно зависит от толщины кольца. С увеличением ее от 0,1 м до 0,5 м величина погрешности увеличивается, примерно, в 40 раз. Так, среднеквадратическая погрешность σ_{a0} для кольца толщиной 0,1м равна 0,118 м, а для толщины 0,5м составляет 3,2 м.

Таблица 1

Среднеквадратическая погрешность оценки параметров ширины кольца в зависимости от скорости его вращения

Толщина кольца, м	Среднекв. отклонен.σ,м	Скорость вращения кольца, рад/с			
		0,2	1	2	4
0,1	σ_{a0}	53,16	2,60	0,147	0,118
	σ_{a1}	5,42	0,25	0,045	0,012
	σ_{b1}	5,48	0,26	0,048	0,011
0,2	σ_{a0}	178,3	5,62	1,27	0,50
	σ_{a1}	24,05	0,70	0,15	0,053
	σ_{b1}	20,27	0,59	0,13	0,053
. 0,3	σ_{a0}	1698,3	53,8	13,6	2,63
	σ_{a1}	175,9	5,63	1,40	0,27
	σ_{b1}	175,2	5,53	1,42	0,28
0,4	σ_{a0}	1270,3	52,95	12,63	2,65
	σ_{a1}	128,6	5,22	1,25	0,26
	σ_{b1}	134,1	5,71	1,35	0,28
0,5	σ_{a0}	1905,1	62,53	27,2	3,2
	σ_{a1}	186,0	6,1	2,1	0,31
	σ_{b1}	207,1	6,8	3,8	0,31

В таблицах 2, 3 представлены результаты расчетов по влиянию числа измерений на величину среднеквадратической погрешности оценки указанных параметров. Скорость вращения кольца принималась равной 1 рад/с и 4 рад/с, время между замерами 4 с, среднеквадратическая погрешность измерения расстояния 1мм. По результатам видно, что увеличение числа замеров позволяет повысить точность оценок.

Так, при Ω=1 рад/с увеличение числа замеров в 5 раз, с 20 до 100, погрешность оценки a_0 для кольца толщиной 0,1м уменьшается, примерно, в 3 раза, а для толщины 0,5м, примерно, в 200 раз. Отсюда следует, что повышение точности оценки можно осуществлять путем увеличения числа измерений. Увеличение скорости вращения кольца позволяет существенно повысить точность оценки. Так, увеличение ее в 4 раза дает уменьшение среднеквадратической погрешности оценки, примерно, в 15…20 раз.

Представленные в предыдущих таблицах результаты расчетов по определению среднеквадратической погрешности оценки ширины кольца получены при среднеквадратической погрешности измерения расстояния до кольца 1мм. В тоже время, имеющиеся лазерные датчики позволяют измерять расстояние со среднеквадратической погрешностью, примерно, 0,01мм.

В табл. 4, 5 представлены результаты расчетов по исследованию влияния среднеквадратической погрешности измерения расстояния, заданной в миллиметрах, на величину среднеквадратической погрешности оценки параметров ширины кольца в миллиметрах при разных скоростях вращения кольца и толщины h. Число замеров 100, время между замерами 4 сек.

Таблица 2

Среднеквадратическая погрешность оценки параметров ширины кольца в мм в зависимости от числа замеров при Ω =1р/с

h, м	Среднекв отклон, мм	Число замеров				
		20	40	60	80	100
0,1	σ_{a0}	2604	1244	980	883	846
	σ_{a1}	256	118	93	84	81
	σ_{b1}	264	126	98	88	84
0,2	σ_{a0}	5626	3438	2753	2315	1679
	σ_{a1}	702	423	327	275	209
	σ_{b1}	592	383	303	256	202
0,3	σ_{a0}	53870	7655	2100	876	411
	σ_{a1}	5631	842	291	189	154
	σ_{b1}	5534	871	319	202	158
0,4	σ_{a0}	52950	6167	1811	728	273
	σ_{a1}	5224	707	374	313	266
	σ_{b1}	5718	883	424	309	262
0,5	σ_{a0}	62530	5956	1624	529	232
	σ_{a1}	6112	938	600	479	412
	σ_{b1}	6814	969	583	469	400

Таблица 3

Среднеквадратическая погрешность оценки параметров ширины кольца в мм в зависимости от числа замеров при Ω =4 р/с

h	Среднекв откл. мм	Число замеров				
		20	40	60	80	100
0,1	σ_{a0}	118	64	52	46	44
	σ_{a1}	12	6,5	5,1	4,6	4,4
	σ_{b1}	11	6,1	4,8	4,4	4,4
0,2	σ_{a0}	506	308	289	184	137
	σ_{a1}	53	31	30	20	16
	σ_{b1}	53	31	30	20	16
0,3	σ_{a0}	2679	430	130	51	25
	σ_{a1}	275	47	18	12	10
	σ_{b1}	281	50	20	11	9,5
0,4	σ_{a0}	2655	408	109	38	17
	σ_{a1}	268	48	24	18	15
	σ_{b1}	281	51	22	16	14
0,5	σ_{a0}	3243	371	94	31	14
	σ_{a1}	314	57	36	30	25
	σ_{b1}	314	60	34	28	25

Таблица 4

Среднеквадратическая погрешность оценки параметров ширины кольца в мм в зависимости от погрешности измерений при Ω = 1 р/с

h, м	Среднекв. откл. мм	Среднеквадратич. погрешн. измерений, мм				
		0,1	0,3	0,5	0,7	1
0,1	σ_{a0}	84	252	423	592	846
	σ_{a1}	8,1	24	40	57	81
	σ_{b1}	8,4	24	41	59	84
0,3	σ_{a0}	40	123	205	288	412
	σ_{a1}	15	45	78	109	155
	σ_{b1}	15	46	78	110	157
0,5	σ_{a0}	23	70	117	161	232
	σ_{a1}	41	124	207	291	416
	σ_{b1}	40	122	202	284	407

Таблица 5

Среднеквадратическая погрешность оценки параметров ширины кольца в мм в зависимости от погрешности измерений при Ω = 4 р/с

h, м	Среднекв. откл. мм	Среднеквадратич. погрешн. измерений, мм				
		0,1	0,3	0,5	0,7	1
0,1	σ_{a0}	4.51	13,4	22	31	44
	σ_{a1}	0,44	1,33	2,22	3,11	4,44
	σ_{b1}	0,42	1,27	2,12	2,97	4,24
0,3	σ_{a0}	2,52	7,57	12	17	25
	σ_{a1}	1,01	3,05	5,08	7,12	10
	σ_{b1}	0,95	2,86	4,76	6,67	9,54
0,5	σ_{a0}	1,45	4,35	7,27	10	14
	σ_{a1}	2,57	7,47	12,6	17	25
	σ_{b1}	2,52	7,56	12,6	17	25

Из результатов видно, что среднеквадратическая погрешность оценки параметров линейно зависит от среднеквадратической погрешности измерений и нелинейно от угловой скорости вращения кольца. С увеличением скорости вращения кольца в четыре раза погрешность уменьшается, примерно, в двадцать раз. Объясняется это нелинейной зависимостью центробежных сил, ведущих к возникновению колебаний, от скорости вращения.

В таблице 6, 7 представлены результаты исследований по оценке влияния времени между замерами на среднеквадратическую погрешность оценки параметров при разных значениях скорости вращения. Из них следует, что временной интервал между замерами, дающий наименьшую погрешность, зависит от характеристик кольца, в частности, от его толщины. Отсюда следует, что его нужно выбирать в зависимости от геометрических и физических параметров кольца и скорости его вращения.

В табл. 8 показаны результаты расчетов по исследованию влияния местоположения датчика измерения колебаний кольца на среднеквадратическую погрешность оценки параметров его ширины. Характеристики кольца брались такие же, как и в предыдущих исследованиях., Угловая скорость вращения кольца 4 рад/с. Среднеквадратическая погрешность измерения радиального перемещения кольца 1мм, число замеров 100, толщина кольца 0,5 м. Угол установки датчика отсчитывался от вертикали, направленной из центра кольца вверх. Из результатов расчетов видно, что среднеквадратические погрешности оценки коэффициентов a_0, a_1, b_1 сильно зависят от угла установки датчика.

При приближении угла установки датчика к углу установки опоры величина среднеквадратической погрешности сильно возрастает. Из полученных результатов следует, что существуют углы установки измерительного датчика, при которых величина среднеквадратической погрешности оценки параметров ширины кольца минимальна.

Таблица 6

Среднеквадратическая погрешность оценки параметров ширины кольца в мм в зависимости от времени между измерениями при Ω =1 р/с

h, м	Среднек отк. мм	Время между замерами, сек					
		1	2	3	4	5	6
0,1	σ_{a0}	852	771	806	848	921	1013
	σ_{a1}	82	74	76	81	89	96
	σ_{b1}	87	77	78	84	91	100
0,3	σ_{a0}	14820	2750	910	411	209	122
	σ_{a1}	1.54	327	178	154	151	141
	σ_{b1}	1,57	354	187	154	144	141
0,5	σ_{a0}	3870	200	581	232	161	126
	σ_{a1}	1280	480	434	415	907	417
	σ_{b1}	1450	497	419	406	834	414

Таблица 7

Среднеквадратическая погрешность оценки параметров ширины кольца в мм в зависимости от времени между измерениями при Ω =4 р/с

h, м	Среднек отк. мм	Время между замерами, сек					
		1	2	3	4	5	6
0,1	σ_{a0}	50	41	42	44	48	52
	σ_{a1}	5	4	4	4	5	5
	σ_{b1}	5	4	4	4	5	5
0,3	σ_{a0}	806	161	55	25	13	8
	σ_{a1}	84	19	11	10	10	9
	σ_{b1}	86	20	10	10	9	9
0,5	σ_{a0}	740	122	36	14	9	8
	σ_{a1}	76	30	27	25	25	26
	σ_{b1}	87	30	26	25	25	25

Таблица 8

Влияние углового положения измерительного датчика на среднеквадратическую погрешность оцениваемых параметров

Угол, град	σ_{a0}, мм	σ_{a1}, мм	σ_{b1}, мм
0	50	100	100
10	34	69	69
30	17	33	31
50	13	24	23
70	12	22	22
90	14	25	25
110	21	37	36
130	48	84	83
150	411	703	693
170	317	565	569
180	284	537	545

Выводы. Проведенные исследования показали, что возможно осуществлять оценку параметров вращающегося на опорах кольца при имеющихся в настоящее время измерительных средствах и математическом обеспечении. Для достижения хорошей точности оценки необходимо осуществлять подбор характеристик проведения измерительного эксперимента для кольца в соответствии с его параметрами.

Основной сложностью, при решении этой задачи, является определение для реального кольца математических моделей всех его действительных параметров - непостоянство по периметру толщины, ширины, кривизны средней линии, модуля упругости, используя один вектор измерений. Эти различные возмущающие факторы могут иметь одинаковые функции влияния на измеряемую величину – расстояние до кольца. Данное обстоятельство существенно усложняет разделение этих факторов. Для решения этой задачи в полном объеме требуются специальные исследования.

**Работа выполнена в рамках гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 14-41-08018.*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений. – М.: Главная редакция физико – математической литературы издательства “Наука”, 1976. 416 с.

2. Полунин А.И. Динамика прецессионного движения стоячей волны во вращающемся кольце с не параллельными сторонами // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ–22. Сборник трудов XXII Международной научной конференции. Т.5. Секция 5. Псков: Изд–во Псковского гос. политехн. ин–та. 2009. С. 64–66.

Polunin A.I., Smyshlyaeva L.G.

ABOUT THE ASSESSMENT OF ACCURACY PARAMETERS IDENTIFICATION RINGS BY RESULTS OF MEASUREMENT OF ITS OSCILLATIONS AT ROTATION ON TWO SUPPORT ROLLERS

The article presents the results of studies assessing the accuracy of the characteristics of the ring width from measurements of its radial oscillations in rotation on two support rollers. Identification is performed by maximum likelihood. The equations of the dynamics of the rotating ring on the supports, design algorithms, the results of calculations.

Key words: *mobile processing technology of large rings, parameter identification rings, dynamic equations on a rotating ring bearings, standard error estimates of the parameters of the ring, the maximum likelihood method.*