

Жидков В. В., аспирант
 Богданов В. С., д-р техн. наук, проф.,
 Семикопенко И. А., канд. техн. наук, доц.,
 Логачев И. Н., д-р техн. наук, проф.,
 Дмитриенко В. Г., канд. техн. наук, доц.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ПОРОШКА В ЗОНЕ СЕПАРАЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ КЛАССИФИКАТОРА ЦЕНТРОБЕЖНОГО ТИПА*

V_dmitrienko@mail.ru

Рассмотрено движение частиц различного диаметра в зоне сепарации цилиндрической формы в зависимости от силы тяжести, аэродинамической силы, пульсации расхода воздуха, неоднородности физико-механических параметров частицы, пульсации скорости вращения диска, расхода порошка. Показано перемещение падающих частиц различной крупности в зависимости от расхода воздуха. Получено соотношение для расчёта граничного размера порошка в зависимости от радиуса равновесной траектории и высоты зоны сепарации.

Ключевые слова: классификатор, зона сепарации, цилиндрическая форма, радиальная и тангенциальная скорость, эквивалентный диаметр частицы, плотность.

Подготовленный благодаря рациональному сбросу с диска однородный поток порошкообразного материала поступает в зону сепарации [1, 2, 3], где осуществляется разделение частиц по крупности путем тангенциальной подачи воздуха через цилиндрическую решетку из пластин, установленную под углом β к касательной окружности радиусом R_p . При этом динамика частиц происходит в аэродинамическом поле циклонного типа. Описание поля скоростей воздушного потока можно описать путем суперпозиции вихресточка в горизонтальной плоскости и поступательного перемещения воздуха в вертикальной плоскости.

В настоящей статье будем рассматривать течение воздуха и траекторию частиц в неподвижной системе цилиндрических координат x, φ, z с началом в точке 0, совпадающей с центром диска. Ось Oz этой системы направлена вниз по оси сепаратора, а ось Ox – по радиусу в сторону его возрастания. Угол φ возрастает в направлении вращения диска (по часовой стрелке). Комплексный потенциал вихресточка можем представить как сумму комплексного потенциала стока [4]:

$$W_c = -\frac{q}{2\pi} \ln(xe^{-i\varphi}),$$

и циркуляционного течения (направленного по часовой стрелке)

$$W_u = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln(xe^{-i\varphi}),$$

где $q = L/H$ – мощность стока, m^2/c ; L – объемный расход воздуха, поступающего через решетку в цилиндрический канал сепаратора, m^3/c ; H – высота цилиндрического канала, м; Γ – циркуляция вихря, равного в нашем случае

$$\Gamma = 2\pi R_p u_c = \frac{q}{\operatorname{tg}\beta}; u_c \text{ – тангенциальная со-}$$

ставляющая скорости воздуха поступающего через решетку, м/с. Таким образом, комплексный потенциал вихресточка в нашем случае равен

$$W = \frac{q}{2\pi} \left(\frac{i}{\operatorname{tg}\beta} - 1 \right) (\ln x - i\varphi). \quad (1)$$

Выделяя действительную часть из этого выражения, найдем потенциал скорости

$$\Phi = \operatorname{Re} W = -\frac{q}{2\pi} \ln x + \frac{q}{2\pi \operatorname{tg}\beta} \varphi,$$

откуда найдем составляющие скорости вихресточка в выбранной цилиндрической системе координат:

для радиальной составляющей

$$u_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{q}{2\pi x}, \quad (2)$$

для тангенциальной составляющей

$$u_\varphi = \frac{\partial \Phi}{x \partial \varphi} = -\frac{q}{2\pi x \operatorname{tg}\beta} = -\frac{u_x}{\operatorname{tg}\beta}. \quad (3)$$

Скорость нисходящего потока воздуха в цилиндрическом канале, используя модель равномерного распределения вертикальной скорости воздушных масс в поперечном сечении канала, найдем на основании закона сплошности:

$$\pi R_p^3 u_z = qz,$$

откуда имеем вертикальную составляющую винтообразного воздушного течения в зоне сепарации:

$$u_z = \frac{q}{\pi R_p^2} z. \quad (4)$$

На частицу, вовлекаемую в движение рассмотренным воздушным потоком, действуют сила тяжести и сила аэродинамического сопро-

тивления. Уравнение динамики этой частицы в векторной форме имеет вид:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + 3\pi\mu d_p(\vec{u} - \vec{v}),$$

где $m = \frac{\pi d_p^3}{6} \rho_p$ – масса частицы, кг; d_p – эквивалентный диаметр частицы, м; ρ_p – плотность частицы, кг/м³; \vec{v} – вектор скорости частицы, м/с; \vec{g} – вектор ускорения силы тяжести, м/с²; μ – динамическая вязкость воздуха, Па·с; \vec{u} – вектор скорости воздуха, м/с.

Проектируя на координатные оси выбранной системы координат x, φ, z , можем записать следующую систему дифференциальных уравнений в безразмерном виде:

$$\frac{d\bar{x}}{d\tau} = \bar{v}_x; \quad \frac{d\varphi}{d\tau} = \varepsilon_\varphi; \quad \frac{d\bar{z}}{d\tau} = \bar{v}_z; \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{v}_x}{d\tau} = \bar{x}\varepsilon_\varphi^2 - K\left(\frac{a_q}{\bar{x}} + \bar{v}_x\right); \quad (6)$$

$$\frac{d\varepsilon_\varphi}{d\tau} = -2\bar{v}_x\varepsilon_\varphi/\bar{x} + K\left(\frac{a_r}{\bar{x}^2} - \varepsilon_\varphi\right); \quad (7)$$

$$\frac{d\bar{v}_z}{d\tau} = F + K(a_z\bar{z} - \bar{v}_z). \quad (8)$$

где $\bar{x} = x/R_d$; $\bar{z} = z/R_d$; $\bar{v}_x = v_x/\omega_e R_d$; $\bar{v}_z = v_z/\omega_e R_d$; $a_q = q/[2\pi R_d^2 \omega_e]$; $a_r = a_q/tg\beta$; $a_z = 2a_q/\bar{R}_p^2$; $\bar{R}_p = R_p/R_d$; R_p – радиус решетки пластины, м; ω_e – угловая скорость вращения диска, рад/с; $K = 18\mu/[\rho_p d_p^2 \omega_e]$; $F = g/[R_d \omega_e]$.

Начальные условия определяются условиями схода частиц с вращающегося по часовой стрелке диска, располагая радиальной скоростью \bar{v}_1 и угловой скоростью относительного движения ε_1 в момент схода частицы [3], легко найти начальное значение тангенциальной скорости падения частицы в неподвижной системе координат x, φ, z : $v_\varphi(0) = \omega_e R_d - \varepsilon_1 \omega_e R_d$, и начальной радиальной скорости в этой системе $v_x(0) = v_1 \omega_e R_d$. Для вертикальной скорости падения частицы, полагая диск плоским, $v_z(0) = 0$.

Что касается задания начальных координат падающей частицы, оно не вызывает особых трудностей $x(0) = R_d$; $\varphi(0) = \varphi_0 = 0$; $z(0) = 0$, и поэтому начальные условия для системы безразмерных уравнений (5) – (8) имеют вид:

$$\bar{x}(0) = 1; \quad \varphi(0) = 0; \quad \bar{z}(0) = 0; \quad (9)$$

$$v_x(0) = v_1; \quad \varepsilon_\varphi(0) = \frac{v_\varphi(0)}{x(0)\omega_e} = \frac{v_\varphi(0)}{R_d\omega_e} = 1 - \varepsilon_1; \quad \bar{v}_z(0) = 0. \quad (10)$$

При малых массовых силах (для тонкодисперсных частиц), когда

$$\frac{d\bar{v}_x}{d\tau} \approx 0 \quad \text{и} \quad \frac{d\varepsilon_\varphi}{d\tau} \approx 0,$$

уравнения (6) и (7) примут простой вид

$$\bar{x}\varepsilon_\varphi^2 - K\left(\frac{a_q}{\bar{x}} + \bar{v}_x\right) = 0;$$

$$-\frac{2\bar{v}_x\varepsilon_\varphi}{\bar{x}} + K\left(\frac{a_r}{\bar{x}^2} - \varepsilon_\varphi\right) = 0,$$

решение которых можно представить так:

$$\bar{x} = \frac{\sqrt{K}a_r}{\left(K + 2\frac{\bar{v}_x}{\bar{x}}\right)\sqrt{\bar{v}_x\bar{x} + a_q}}; \quad (11)$$

$$\bar{x}\varepsilon_\varphi = \frac{a_r}{\bar{x} + 2\frac{\bar{v}_x}{\bar{x}}}. \quad (12)$$

Сопоставление расчетов по этим формулам (табл. 1) с результатом численного интегрирования системы «точных» уравнений (5) – (8), показало удовлетворительные совпадения.

Как видим из данных таблицы, скорости в большей степени согласующейся в области стабилизации – подальше от начальной точки ($\bar{x} > 1$), особенно для тангенциальной скорости. Худшие результаты обнаружены для радиальной составляющей, начальные значения которой намного превышает величины стабилизационного значения скорости ($\bar{v}_x \approx 0$).

Уравнение (8), описывающая перемещение частицы в вертикальной плоскости является независимой и сводится к неоднородному линейному уравнению второго порядка

$$\bar{z}'' + K\bar{z}' - Ka_z\bar{z} = F,$$

решение которой примет вид:

$$\bar{z} = \frac{C_1}{Ka_z} \exp\left(\frac{-K+\lambda}{2}\tau\right) + \frac{C_2}{Ka_z} \exp\left(\frac{-K-\lambda}{2}\tau\right) - \frac{F}{Ka_z}. \quad (13)$$

Учитывая однородные начальные условия константы уравнения равны

$$C_1 = \frac{F}{2}\left(1 + \frac{K}{\lambda}\right) = \frac{F}{\lambda}\left(\frac{K+\lambda}{2}\right);$$

$$C_2 = \frac{F}{2}\left(1 - \frac{K}{\lambda}\right) = \frac{F}{\lambda}\left(\frac{K-\lambda}{2}\right),$$

$$\lambda = \sqrt{K^2 + 4Ka_z}.$$

Скорость падения частицы определяется уравнением

$$\bar{v}_z = \frac{d\bar{z}}{d\tau} = \frac{F}{\lambda} \left[\exp\left(\frac{-K+\lambda}{2}\tau\right) - \exp\left(\frac{-K-\lambda}{2}\tau\right) \right]. \quad (14)$$

Таблица 1

Сопоставление величин радиальной (\bar{v}_x) и тангенциальной (\bar{v}_φ) скоростей частиц, найденных численным интегрированием ($\bar{v}_{x11}, \bar{v}_{\varphi11}$) и расчётами по формулам

(11) - (\bar{v}_{x11}) и (12) - $\bar{v}_{\varphi11}$ (при $a_q = 0,1785$; $\beta = 15^\circ$)

\bar{x}	\bar{v}_{x11}	\bar{v}_{x11}	$\Delta_{v_x}, \%$	$\bar{v}_{\varphi11}$	$\bar{v}_{\varphi11}$	$\Delta_{v_\varphi}, \%$
$d_p = 20 \text{ мкм}; K = 3,884$						
0,8003	-0,0002	-0,00014	30	0,8324	0,8324	-0,00
0,8012	-0,0008	-0,0005	37,5	0,8314	0,8317	-0,04
0,8099	-0,0063	-0,0042	33,3	0,8225	0,8247	-0,30
0,8300	-0,0176	-0,0122	30,7	0,8025	0,8087	-0,80
0,8955	-0,0437	-0,0339	22,4	0,7438	0,7586	-2,00
0,9817	-0,0621	-0,0539	13,2	0,6790	0,6983	-2,80
1,0184	-0,0565	-0,0602	-6,5	0,6590	0,6746	-2,40
1,0361	-0,0247	-0,0628	-154	0,6658	0,6636	0,30
1,0374	0,0156	-0,0630	504	0,6918	0,6628	4,10
1,0278	0,0868	-0,0616	171	0,7573	0,6687	11,7
$d_p = 30 \text{ мкм}; K = 1,726$						
1,1999	-0,00	-10^{-5}	∞	0,5549	0,5549	-0,00
1,2005	-0,0002	-0,000125	37,5	0,5546	0,5547	-0,02
1,2016	-0,0005	-0,00034	32	0,5541	0,5543	-0,04
1,2036	-0,0011	-0,00072	34,5	0,5532	0,5536	-0,07
1,2066	-0,0020	-0,0013	35	0,5518	0,5524	-0,11
1,2178	-0,0044	-0,0034	22,7	0,5577	0,5485	1,16
1,2220	-0,0035	-0,0041	-17,8	0,5450	0,5470	-0,37
1,2226	0,0045	-0,0042	193	0,5456	0,5468	-5,72
1,2042	0,0405	-0,0008	102	0,5589	0,5533	1,00
1,1116	0,1679	0,0192	11,4	0,6357	0,5872	7,63
$d_p = 40 \text{ мкм}; K = 0,970$						
1,5995	0,0001	0,000055	5,5	0,4160	0,4160	-0,00
1,5951	0,0008	0,00053	33,8	0,4171	0,4170	0,24
1,5903	0,0017	0,0011	35,3	0,4184	0,4178	0,14
1,5850	0,0027	0,00165	38,8	0,4198	0,4189	0,21
1,5803	0,0037	0,0022	40,5	0,4211	0,4200	0,26
1,5709	0,0060	0,0032	47,7	0,4236	0,4218	0,43
1,5595	0,0097	0,0046	52,6	0,4266	0,4241	0,59
1,5393	0,0186	0,0070	62,4	0,4321	0,4283	0,88
1,4723	0,0566	0,0158	72,1	0,4504	0,4422	1,83
1,2486	0,1924	0,0545	71,7	0,5206	0,4889	6,09

Сопоставим полученный результат с параметрами вертикального падения тех же частиц при отсутствии нисходящего потока воздуха, т.е. при $\bar{u}_z = 0$ (параметры падения для этого случая обозначим нижним индексом 0). В этом случае соотношение (8) примет вид линейного уравнения

$$\frac{d\bar{v}_z}{d\tau} = F - K\bar{v}_z,$$

решение которого нетрудно найти при однородных начальных условиях:

$$\bar{v}_{z0} = \frac{F}{K} (1 - e^{-K\tau}); \tag{15}$$

$$\bar{z}_0 = \frac{F}{K} \left[\tau - \frac{1}{K} (1 - e^{-K\tau}) \right]. \tag{16}$$

Найдем отношение высоты падения и скорость частиц, определяемые уравнением (13) и (14), к найденным параметрам

$$K_z \equiv \frac{\bar{z}}{\bar{z}_0} = \frac{1}{a_z} \frac{\frac{\lambda + K}{2\lambda} e^{\frac{(-K+\lambda)\tau}{2}} + \frac{\lambda - K}{2\lambda} e^{\frac{(K-\lambda)\tau}{2}} - 1}{\tau - \frac{1}{K} (1 - e^{-K\tau})};$$

$$K_v \equiv \frac{\bar{v}_z}{\bar{v}_{z0}} = \frac{e^{\frac{(-K+\lambda)\tau}{2}} - e^{\frac{(K-\lambda)\tau}{2}}}{1 - e^{-K\tau}}.$$

Как видим из графиков кривых (рис. 1), построенных по формулам (13) и (14) (сплошные линии) и по формулам (15) и (16) (пунктирные линии), высота падения, как и скорость вертикального перемещения частиц в нисходящем потоке воздуха намного превышает соответствующую величины для случая неподвижного

воздуха. Объясняется это значительным уменьшением аэродинамической силы для частиц при нисходящем течении воздуха.

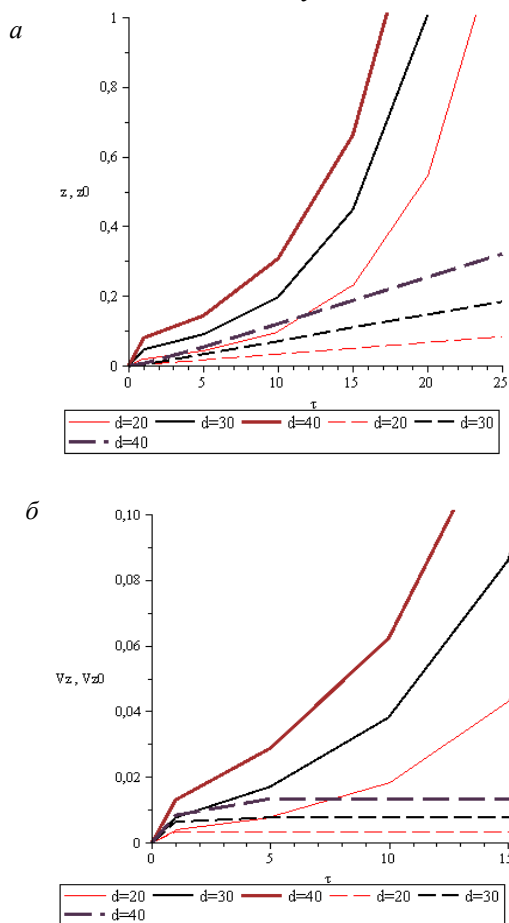


Рис. 1. Изменение высоты падения (а) и вертикальной скорости частицы (б) в зоне сепарации цилиндрической формы классификатора при $a_q = 0,2$

В результате численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (5) – (8), были найдены траектории частиц в зоне сепарации цилиндрической формы при воздушном течении винтообразного типа. Как показали численные эксперименты, траектория имеет явно выраженную форму раскручивающейся спирали. В своей завершающей стадии она имеет асимптотический характер. Наглядно это можно увидеть на графиках радиального перемещения частиц (рис. 2 и 3, пунктиром показано возможное перемещение частиц при условии, если характеристика вихресточка сохраняется и за пределами рассматриваемого цилиндрического канала, т.е. при $x < 1$ и при $x > 1,5$). Как видно из графиков для крупных частиц ($d_3 \geq 40$ мкм), обладающих заметной инерционностью, начальное перемещение определяется начальным импульсом на заметной высоте падения.

Для мелких частиц ($d_3 \leq 20$ мкм) начальный импульс проявляется лишь в самом начале падения. Сила аэродинамического сопротивления велика и стабилизация радиального перемеще-

ния наступает значительно раньше. Во всех случаях радиальное перемещение практически прекращается на заключительном участке падения частиц, когда стабилизируются радиальная и тангенциальная скорости (первая становится почти равной нулю и вторая стремится к пределу v_{φ}^{∞} (рис. 4)).

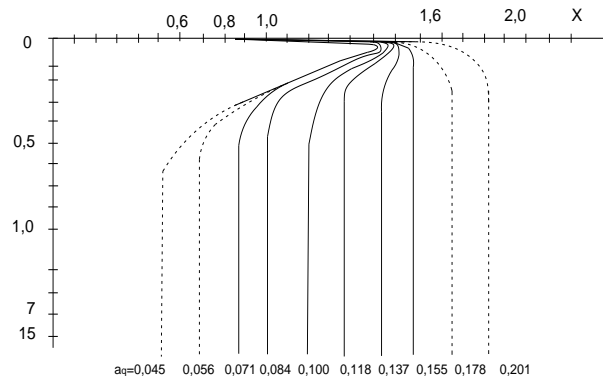


Рис. 2. Радиальное перемещение падающей частицы $d_3 = 40$ мкм в зависимости от расхода воздуха (при $\beta = 15^0$)

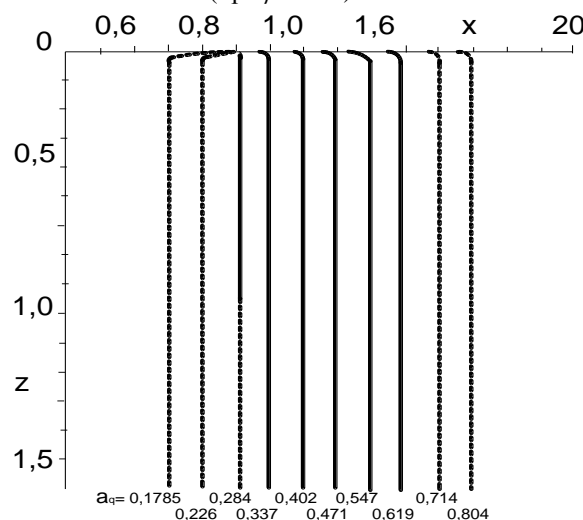


Рис. 3 Радиальное перемещение падающей частицы $d_3 = 20$ мкм в зависимости от расхода воздуха (при $\beta = 15^0$)

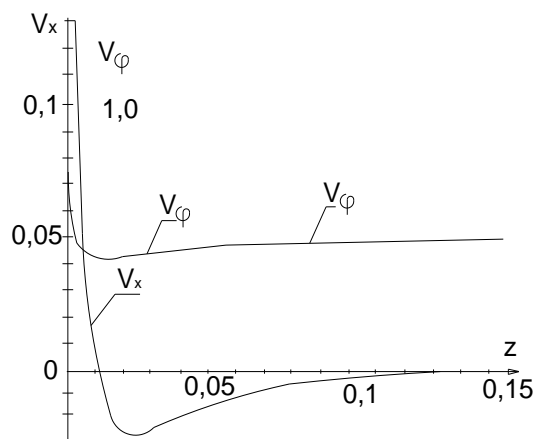


Рис. 4. Изменение радиальной и тангенциальной скорости по высоте падения частицы $d_3 = 30$ мкм (при $K = 1,726$; $a_q = 0,1366$; $\beta = 15^0$).

При равенстве центробежной силы и силы аэродинамического сопротивления в силу (6)

$$\bar{x}\varepsilon_\varphi^2 = K\left(\frac{a_q}{\bar{x}} + \bar{v}_x\right), \quad (17)$$

ускорение радиального перемещение частицы становится равной нулю. При этом возможно установление режима, когда $\bar{v}_x = 0$, и частица совершает лишь вращение в равновесной цилиндрической поверхности радиусом

$$\bar{x} = \bar{x}_p,$$

и медленное падение со скоростью v_z , определяемой по формуле (14).

Радиус равновесной цилиндрической поверхности с учетом (12) и (17) определяется очевидным равенством:

$$x_p = \frac{a_r}{\sqrt{Ka_q}} = \sqrt{\frac{a_q}{K}} / \operatorname{tg} \beta, \quad (18)$$

или в размерном виде:

$$x_p = \sqrt{\frac{\rho_c}{\pi\mu}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{H}} \cdot \frac{d_3}{6\operatorname{tg} \beta}. \quad (19)$$

Таким образом, радиус равновесной цилиндрической поверхности зависит от крупности частиц, расхода воздуха и угла установки жалюзи (рис. 5 и 6).

Зная радиус x_p можно найти предельное значение тангенциальной скорости v_φ^∞ . Для этого воспользуемся соотношением (12) при $x = x_p$

$$v_\varphi^\infty = a_r / x_p,$$

или с учетом (18)

$$v_\varphi^\infty = \sqrt{Ka_q}, \quad (20)$$

т.е. предельная тангенциальная скорость вращения частиц зависит от крупности и расхода воздуха. Чем выше эти параметры, тем больше величина предельной скорости v_φ^∞ .

Проанализируем теперь устойчивость предельного равновесия. В результате пульсации расхода воздуха, неоднородности физико-механических параметров частиц, пульсации скорости вращения диска, расхода порошка возможны случаи вылета частиц из цилиндрической поверхности предельного равновесия. Возникает вопрос о поведении падающей частицы в результате этого отклонения.

Рассмотрим уравнения (6) в условиях предельного равновесия, когда

$$x\varepsilon_\varphi^2 \approx Ka_q / x \text{ при } x = x_p, \quad (21)$$

уравнение радиального перемещения примет вид:

$$\frac{dv_x}{d\tau} \approx -Kv_x \quad (22)$$

интегрируя которое дважды, получим:

$$x - x_p \approx \Delta v_x \frac{1 - e^{-K\tau}}{K}, \quad (23)$$

где Δv_x – изменение скорости в момент $\Delta\tau = 0$.

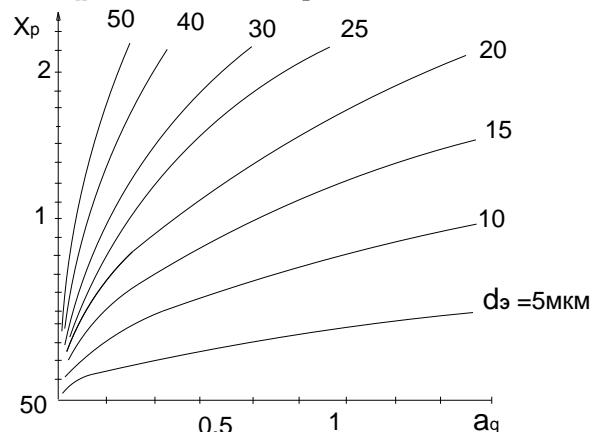


Рис. 5. Изменение радиуса равновесного цилиндра в зависимости от диаметра частицы и расхода воздуха (при $\omega_c = 86,9$ рад/с; $\beta = 15^\circ$)

Видим, что при изменении радиальной составляющей скорости момент нахождения частицы на равновесной цилиндрической поверхности ($x = x_p$ при $\Delta\tau = 0$), она смещается в сторону возрастания радиального перемещения при $\Delta v_x > 0$, или в обратную сторону – при $\Delta v_x < 0$.

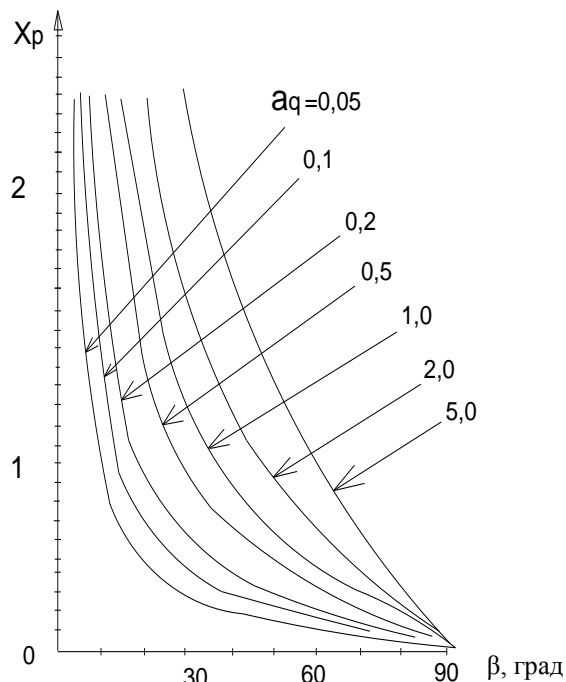


Рис. 6 Изменение радиуса равновесного цилиндра в зависимости от расхода воздуха и угла установки жалюзи

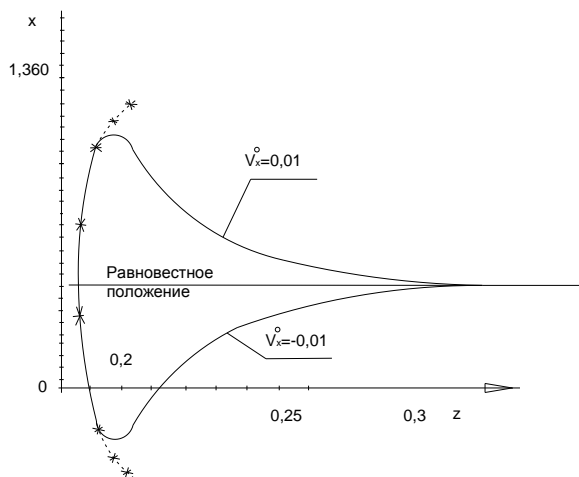


Рис. 7. Изменение отклонения частиц от равновесного положения по высоте падения (численный эксперимент $d_3 = 30\text{мкм}$; $k = 1,726$; $a_q = 0,2268$; $\beta = 15^\circ$, $x_p = 1,3531$; начальное условие: $x = 1,353$; $\varphi = 12,0651$; $z = 0,1839$; $V_x = \pm 0,01$; $V\varphi = 0,6257$, $V_z = 0,0075$ при $\tau = 25$).

Знаком * обозначают точки, определённые равенством (23) с учётом (17)

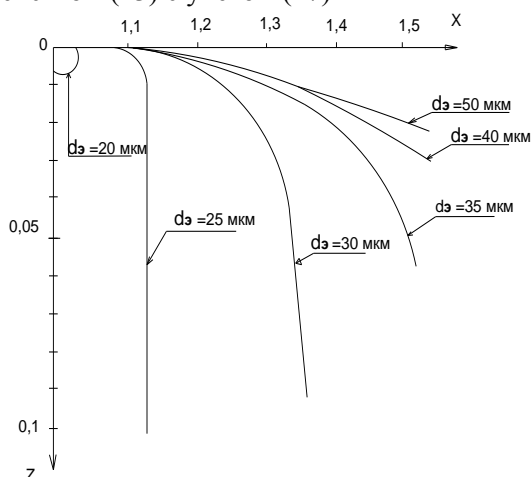


Рис. 8. Радиальное перемещение падающих частиц разной крупности в цилиндрическом потоке (при $a_q = 0,2268$; $\beta = 15^\circ$)

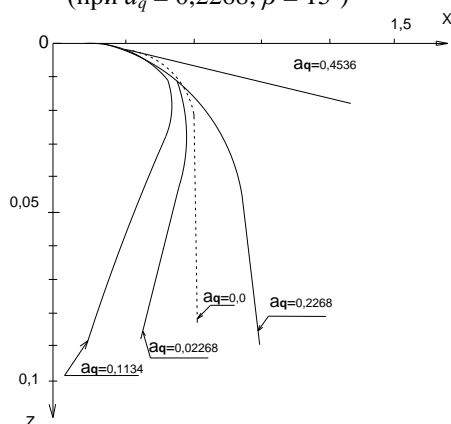


Рис. 9. Радиальное перемещение падающей частицы $d_3 = 30\text{ мкм}$ в зависимости от расхода воздуха (при $\beta = 15^\circ$)

Предельное смещение

$$\delta = (x - x_p) / \lim_{\tau \rightarrow \infty} = \frac{\wedge U_x}{K}, \quad (24)$$

зависит от величины и знака изменения скорости, а также от крупности частицы. Чем крупнее частицы, тем больше ее инерционность и, следовательно, больше отклонение от равновесного состояния. Как видно из численного эксперимента (рис. 8), основанного на численном интегрировании полной системы дифференциальных уравнений (5) – (8), отклонения в начале возрастают, а затем уменьшаются до нуля. Объясняется это восстанавливающим действием центробежной силы v_φ^2 / x , величина которой при возрастании радиуса x (при $v_x^c > 0$) вначале падает, а затем растет, а при уменьшении радиуса x наоборот, вначале возрастает, а затем падает. В обоих случаях, изменение этой силы компенсируется колебаниями силы аэродинамического сопротивления и в конечном итоге на небольшом участке вертикального перемещения положение стабилизируется – частица возвращается в равновесный цилиндр. Таким образом, при небольших отклонениях в скорости, радиальное перемещение достаточно быстро затухает, и частица возвращается в устойчивое состояние вращения в равновесном цилиндре с вертикальным перемещением со скоростью \bar{U}_z .

Более заметное разделение траекторий происходит при изменении крупности частиц (рис. 8) и расхода воздуха (рис. 9). Последнее подтверждает практическое значение расхода воздуха на границу разделения частиц по крупности.

*Исследования выполнены при поддержке Совета по грантам Президента РФ (код проекта НШ-588.2012.8).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сапожников М.Я. Механическое оборудование предприятий строительных материалов и конструкций. М.: Высшая школа, 1971, 382с.
2. Богданов В.С. Особенности движения воздуха в центробежном сепараторе/ Современные технологии в промышленности строительных материалов и стройиндустрии/ Богданов В.С., Логачев И.Н., Дмитриенко В.Г., Мелихов С.В., Жидков В.В.: Сб. докл. Междунар. науч.-практич. конф. – Белгород: Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. – 2005. – №11. – С. 141-144.
3. Богданов В. С. Закономерности сегрегации частиц на вращающемся диске сепаратора центробежного типа/ Современные технологии в промышленности строительных материалов и стройиндустрии/ Богданов В.С., Логачёв И.Н., Дмитриенко В.Г., Жидков В.В.: Сб. докл. Междунар.научо-практич.конф.-Белгород: Вестник БГТУ им.В.Г.Шухова.-2011.
4. Повх И.Л. Техническая гидромеханика. Л. Машиностроение, 1969г. ,524с.