

Богданов В. С., д-р техн. наук, проф.,
Воронов В. П., канд. физ.-мат. наук, проф.,
Потапов Ф. П., аспирант

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

РАСЧЕТ ВЕЛИЧИНЫ РАБОТЫ ЗАТРАЧИВАЕМОЙ НА РАЗРУШЕНИЕ МАТЕРИАЛА ПРИ КАСКАДНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ ШАРОВОЙ МЕЛЬНИЦЫ

v.s_bogdanov@mail.ru

В статье представлен расчет работы совершаемой при расширении зоны деформации материала. Получена математическая зависимость величины данной работы от свойств измельчаемого материала, от величины действующей силы на материал и размера вновь образованных частиц в результате разрушения зоны деформации.

Ключевые слова: сила, объем зоны деформации, работа, количество энергии, напряжение деформации.

Одним из важнейших факторов определяющих эффективность работы шаровой барабанной мельницы, является режим работы ее дробящей среды. В зависимости от скорости вращения барабана мельницы можно наблюдать три основных режима работы дробящей среды: каскадный, водопадный и смешанный. Каскадный режим работы дробящей среды применяют в основном при тонком измельчении материала, прошедшего уже предварительное измельчение. При малых скоростях вращения барабана мельницы шаровая загрузка поднимается в сторону вращения на угол $35-45^{\circ}$, и образуется наклонная поверхность, по которой поднимающиеся по круговым траекториям (вместе с барабаном)

шары скатываются вниз. При реализации каскадного режима работы мельницы разрушение материала происходит, в основном, истиранием и раздавливанием. Пусть на материал, помещенный между двумя шарами (рис. 1, а) радиусы, которых равны « R » подвергается воздействию сжимающей нагрузки, порождаемой силами F_n и F_{n+1} , соответственно со стороны « n » и « $n+1$ » слоя. Одновременно рассматриваемый объем материала подвергается воздействию пары сил T_n и T_{n+1} , порождаемые действием сил трения в результате движения шаров по траекториям « n » и « $n+1$ » слоя.

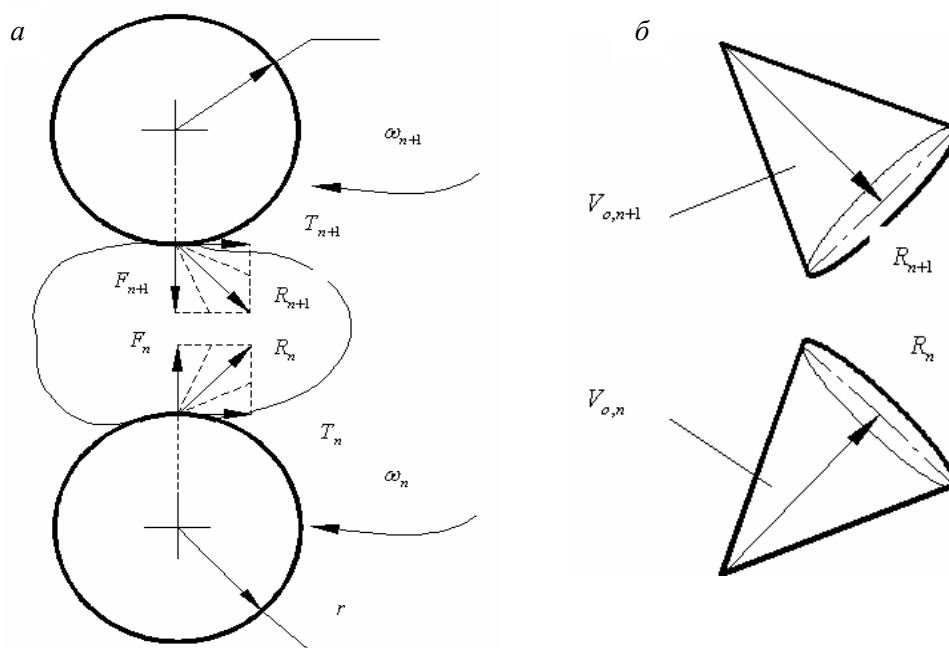


Рисунок 1. Схема разрушения материала истиранием при каскадном режиме движения загрузки: а – схема воздействия сжимающей нагрузки; б – схема зоны деформации материала

Следовательно, действие сил F_n и T_n в сумме дают результирующую силу R_n для «n» слоя и R_{n+1} для «n+1» слоя. Модули результирующих сил R_n и R_{n+1} соответственно будут равны:

$$R_n = \sqrt{F_n^2 + T_n^2}. \quad (1)$$

$$R_{n+1} = \sqrt{F_{n+1}^2 + T_{n+1}^2}. \quad (2)$$

Величины сил F_n и F_{n+1} представляют собой значения центробежных сил, которые возникают в результате вращения шаров по эллиптическим траекториям. На основании сказанного находим что:

$$F_n = M_{1-n} \cdot \omega_n^2 \cdot r_n, \quad (3)$$

где M_{1-n} - суммарная масса шаров и материала с первого по «n» слой включительно. В данном выражении отсчет слоев ведется от центра тяжести загрузки к периферии барабана мельницы.

Суммарная масса загрузки, находящаяся с первого по «n» слой будет в дискретном приближении определяться соотношением:

$$M_{1-n} = \sum_{i=1}^n M_i, \quad (4)$$

$$R_n = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{1+f^2} \cdot r^3 \cdot \rho_w \cdot \omega_n^2 \cdot r_n \cdot \sum_{i=1}^n \kappa_i \cdot \left(1 + 0,0331 \cdot \frac{\rho_m}{\rho_w} \cdot \left(1 - \frac{1}{\kappa_i} \right) \right). \quad (8)$$

Аналогично соотношение (2) можно привести к следующему виду:

$$R_{n-1} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{1+f^2} \cdot r^3 \cdot \rho_w \cdot \omega_{n-1}^2 \cdot r_n \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \kappa_i \cdot \left(1 + 0,0331 \cdot \frac{\rho_m}{\rho_w} \cdot \left(1 - \frac{1}{\kappa_i} \right) \right). \quad (9)$$

Под действием пары результирующих сил (8) и (9) в материале образуются две зоны деформации объемами $V_{o,n}$ и $V_{o,n-1}$ (рис.1, б), поперечное расширение которых может превысить порог прочности материала, что приводит к отделению (сколу) части материала. Крупные и прочные материалы разрушаются постепенно (циклически) за несколько циклов воздействия. Разрушение материала раздавливанием и истиранием осуществляется путем передачи механической энергии движущейся шаровой загрузки материалу. Ввод энергии происходит с поверхности материала. Рассмотрим процесс ввода энергии в материал под действием сил (8) и (9). Пусть количество энергии, Q_i передаваемое ма-

где M_i - представляет собой массу шаров и материала «i» - слоя.

Для нахождения массы «i» слоя воспользуемся результатом работы [1]:

$$M_i = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_w \cdot \kappa_i \cdot \left(1 + 0,0331 \cdot \frac{\rho_m}{\rho_w} \cdot \left(1 - \frac{1}{\kappa_i} \right) \right), \quad (5)$$

где ρ_m - плотность материала;

ρ_w - плотность шара;

$$\kappa_i = \left[\frac{l_i}{2 \cdot r} \right], \quad (6)$$

где индекс i нумерует слой загрузки.

В выражение (6) квадратные скобки обозначают, взятие целой части от выражения в них заключенного, а через κ_i - обозначено число шаров, которое укладывается вдоль дуги l_i , которая представляет собой длину эллиптической траектории.

Величина силы трения шаров «n» слоя о материал будет определяться следующим соотношением:

$$T_n = f \cdot F_n, \quad (7)$$

где f - коэффициент трения шаров о материал.

Подстановка (7) и (3) с учетом (4) и (5) в соотношение (1) приводит к следующему результату:

териалу под действием силы R_i некоторого «i» - слоя шаровой загрузки задается следующим соотношением:

$$Q_i = R_i \cdot h_i, \quad (10)$$

где h_i - максимальное расстояние, на которое распространяется действие силы R_i .

В силу того, что мелкое тело имеет сферическую форму, то в материале в результате действия точечной силы R_i образуется зона уплотнения в форме конуса с основанием на поверхности контакта с материалом. Его сечения в плоскостях перпендикулярных направлению действия силы имеют форму окружностей, радиус которых уменьшается при увеличении рас-

стояния от поверхности материала. По линии действия силы R_i напряжения имеют наибольшие значения, но с удалением от линии действия силы, согласно результатам работы [2] уменьшаются пропорционально квадрату расстояния. Если геометрические размеры поверхности конуса, на которой напряжения достигают значения σ_0 - объемной прочности материала под действием силы R_i обозначить, как h_i и ρ_i , то объем данного конуса будет равен:

$$V_{o,i} = \frac{\pi}{3} \cdot \rho_i^2 \cdot h_i, \quad (11)$$

где ρ_i - радиус основания конуса.

При расширении объема (11) на величину $dV_{o,i}$ на основании работы [3] будет совершаться работа:

$$A_i = P_i \cdot \gamma_i \cdot V_{o,i} \cdot Q_i - \frac{P_i^2 \cdot V_{o,i}}{2 \cdot E_0}, \quad (12)$$

где P_i - реакция материала, действующая на боковую поверхность конуса уплотнения.

$$\gamma_i = \frac{1}{V_{o,i}} \cdot \frac{\partial V_{o,i}}{\partial Q_i}. \quad (13)$$

Величина E_0 согласно [2] задается соотношением:

$$E_0 = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\mu)}, \quad (14)$$

где E - модуль Юнга материала.

μ - коэффициент Пуансона.

Первое слагаемое в (12) определяет работу зоны уплотнения объемом, данная величина работы затрачивается на «прорастание» трещин в объеме (11). Второе слагаемое в (12) определяет величину запасенной энергии упругой деформации в объеме (11) под действием напряжения P_i .

Вычислим величину относительной деформации:

$$d\varepsilon_i = \frac{dV_{o,i}}{V_{o,i}} = \left(1 - \frac{2}{\mu}\right) \cdot d\varepsilon_{h_i}. \quad (15)$$

Рассмотрим процесс затухания силы R_i в массиве материала, исходя из соображения, что при углублении в материал на расстояние dh_i сила в массиве материала уменьшается на величину dR_i . Согласно сказанному имеем следующее уравнение:

$$-dR_i = \sigma_0 \cdot dS. \quad (16)$$

Знак минус в (16) устанавливает тот факт, что с увеличением расстояния от поверхности материала вглубь действие силы R_i уменьшается.

Интегрирование дифференциального уравнения (16) в определенных пределах приводит к результату:

$$-\int_{R_i}^0 dR_i = \sigma_0 \int_0^{\rho_i} \rho \cdot d\rho \int_0^{2\pi} d\chi. \quad (17)$$

В результате интегрирования соотношения (17) находим что:

$$\rho_i = \sqrt{\frac{R_i}{\pi \cdot \sigma_0}}. \quad (18)$$

В выражении (18) величина, находящаяся в правой части, представляет собой значение радиуса основания конической поверхности, на которой напряжения деформации зоны уплотнения принимают значения σ_0 .

Далее, если учесть что:

$$\begin{aligned} dQ_i &= -\pi \cdot h_i \cdot \rho_i^2 \cdot E \cdot d\varepsilon_{h_i} = \\ &= -3 \cdot V_{o,i} \cdot E \cdot d\varepsilon_{h_i}. \end{aligned} \quad (19)$$

Подстановка в (13) соотношений (15) и (19) позволяет получить следующее соотношение:

$$\gamma_i = \frac{d\varepsilon_i}{dQ_i} = \frac{(2 - \mu)}{3 \cdot \mu \cdot V_{o,i} \cdot E}. \quad (20)$$

С учетом (20) выражение (12) приводится к виду:

$$A_i = P_i \cdot \left(\frac{2 - \mu}{3 \cdot E \cdot \mu} \cdot Q_i - \frac{3 \cdot P_i \cdot V_{o,i} \cdot (1 - 2 \cdot \mu)}{2 \cdot E} \right). \quad (21)$$

Для нахождения напряжений P_i (реакций материала) действующих на боковую поверхность конуса (11) воспользуемся соотношением, связывающим равенство напряжений сжатия и растяжения на боковой поверхности зоны уплотнения объемом $V_{o,i}$:

$$P_i \cdot S_k = \sigma_0 \cdot Sd, \quad (22)$$

где величина боковой поверхности конуса (11) задается соотношением:

$$S_k = \pi \cdot \rho_i \cdot \sqrt{h_i^2 + \rho_i^2}. \quad (23)$$

Величина Sd представляет собой полную поверхность частиц материала, образовавшихся в процессе разрушения зоны уплотнения (11).

Если предположить, что в процессе разрушения зоны уплотнения объемом $V_{o,i}$ образуются частицы сферической формы с диаметром d_i , тогда:

$$S_d = \pi \cdot d^2 \cdot j, \quad (24)$$

где j - количество частей вновь образовавшихся частиц, которое можно определить, исходя из следующего соотношения:

$$j = \frac{\pi/3 \cdot \rho_i^2 \cdot h_i}{\pi \cdot d_i^3} = \frac{2 \cdot \rho_i^2 \cdot h_i}{d_i^3}. \quad (25)$$

С учетом (25) соотношение (24) приводится к виду:

$$Sd = 2 \cdot \pi \cdot \rho_i^2 \cdot \frac{h_i}{d_i}. \quad (26)$$

На основании соотношения (22) с учетом (23) и (26) находим:

$$P_i = 2 \cdot \frac{\sigma_0}{d_i} \cdot \frac{\rho_i \cdot h_i}{\sqrt{h_i^2 + \rho_i^2}}. \quad (27)$$

На основании результата работы [2] в массиве материала в направлении перпендикулярном действию силы возникают растягивающие напряжения:

$$\sigma_\rho = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{R_i \cdot \rho_i^2}{(h_i^2 + \rho_i^2)}. \quad (28)$$

Таким образом, в результате действия сил вблизи поверхности материала возникают зоны деформации материала, при расширении каждой под действием силы R_i будет совершаться работа величина, которой определяется выражением (34). Величина данной работы, зависит от свойства измельчаемого материала, которые задаются такими величинами, как E , μ , σ_0 , а также от величины действующей силы R_i и размера « d_i » вновь образованных частиц в результате разрушения зоны деформации.

На боковой поверхности объема конуса с геометрическими размерами ρ_i , h_i должно выполняться следующее равенство:

$$\sigma_\rho = \sigma_0. \quad (29)$$

На основании соотношений (28) и (29) получаем равенство:

$$\frac{2}{\pi} \cdot R_i \cdot \frac{\rho_i^2}{(h_i^2 + \rho_i^2)} = \sigma_0. \quad (30)$$

Рассматривая выражение (30), как уравнение относительно неизвестной величины h_i получаем:

$$h_i^2 = \sqrt{\frac{2R_i}{\pi\sigma_0}} \cdot \rho_i - \rho_i^2. \quad (31)$$

Подстановка выражения (18) в (31) приводит к следующему результату:

$$h_i = \sqrt{(\sqrt{2} - 1) \cdot \frac{R_i}{\pi \cdot \sigma_0}}. \quad (32)$$

Таким образом, полученные соотношения (18) и (32) определяют предельно допустимые геометрические размеры зоны деформации материала.

С учетом полученного выражения (32) и (18) формула (27) приводится к следующему виду:

$$P_i = 2^{3/4} \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1} \cdot \sqrt{\frac{R_i \cdot \sigma_0}{\pi \cdot d_i^2}}. \quad (33)$$

На основании полученных соотношений (11), (18), (32), (33) выражение (21) принимает следующий вид:

$$A_i = \frac{2^{3/4} \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1}}{E} \cdot \sqrt{\frac{R_i \cdot \sigma_0}{\pi \cdot d_i^2}} \cdot \left(\frac{2 - \mu}{3\mu} \cdot Q_i - \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot (1 - 2\mu) \cdot R_i^2}{\pi \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sigma_0 \cdot d_i} \right). \quad (34)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лозовая, С.Ю. Определение массы загрузки в деформируемой рабочей камере мельницы для сверхтонкого помола / С.Ю. Лозовая, В.П. Воронов, Л.В. Рядинская // Межвузовский сборник статей Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов. – Белгород, 2009. – С. 157-161.
2. Безухов, Н.И. Основы теории упругости пластичности и ползучести / Н.И. Безухов // Высшая школа. М. – 1961. – 538 с.
3. Шаронов, Р.Р. Шаровая мельница замкнутого цикла: монография / Р.Р. Шаронов – Белгород, 2008. – 412 с.