Исаев И. К., канд. техн. наук, доц.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

МЕРА ДВИЖЕНИЯ

ptdm-bgtu@yandex.ru

Приращение количества движения пропорционально силе, действующей в направлении движения. Приращение кинетической энергии по скорости пропорционально количеству движения, угловая скорость изменения направления движения пропорциональна нормальной силе, приложенной к точке, и обратно пропорциональна количеству движения. Мерой инерции является интегральная величина – количество движения, от которой зависит как энергоемкость процесса изменения движения по скорости на прямой линии, так и угловая скорость изменения направления движения во времени.

Ключевые слова: *Инерция, мера, количество, движение, направление, импульс.*

Закон инерции, установленный Галилео Галилеем,: материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока действия других тел не изменят это состояние, характеризует стремление тела сохранить приобретенное им ранее движение – как по величине, так и по направлению, то есть способность двигаться по инерции; описывает характер движения свободной материальной точки в инерциальной системе отсчета.

Векторной мерой движения принят вектор точки (системы) $\overline{Q} = m\overline{V}$, именуемый в механике количеством движения. Он характеризуется модулем, равным произведению массы точки m на модуль скорости ее движения V и направлением, совпадающим с направлением вектора скорости. Скалярной мерой движения является кинетическая энергия.

Скорость изменения количества движения точки во времени *t* пропорциональна приложенной к ней силе

$$\overline{P} = d(m\overline{V})/dt \qquad (1)$$

и выражает теорему об изменении количества движения материальной точки в дифференциальной форме: производная по времени от количества движения материальной точки геометрически равна равнодействующей сил, приложенных к этой точке [1].

При изложении теоремы уравнение (1) интегрируют в пределах, соответствующих моментам времени t_1 и t_2 [1, с.457]:

$$\int_{V_1}^{V_2} d(m\overline{V}) = \int_{t_1}^{t_2} \overline{P}dt$$

Считая, что правая часть этого равенства представляет собой импульс $\overline{S}$ силы $\overline{P}$ за промежуток времени $t_2 - t_1$

$$m\overline{V_2} - m\overline{V_1} = \overline{S}, \text{ или } m\overline{V_2} = m\overline{V_1} + \overline{S},$$

то утверждают, что «вектор $m\overline{V_2}$ можно определить диагональю параллелограмма, построенного на векторах $m\overline{V_1}$ и $\overline{S}$».

Следует отметить, что интегрирование векторов в такой форме невозможно, а приведенная из учебника интегральная форма не соответствует действительности, так как:

- Силы не могут складываться одновременно и как скорости, и как ускорения.
- Сила создает потенциал движения, но не само движение. Для того чтобы изменить движение, ее действие должно осуществляться во времени, в движении; ее действие зависит от угла между действием силы и направлением движения. Изменение $m\overline{V}$ не всегда ведет к изменению кинетической энергии T; это происходит только при изменении $\overline{V}$ по величине, а не по направлению.

Количество движения и импульс силы являются разными сущностями и в общем виде векторами складываться не могут. Решим задачу когда материальная точка имеет $m\overline{V}$. Перпендикулярно к скорости приложим $\overline{P_n} = const$, которая создаст нормальное ускорение $\overline{a_n} = \overline{P_n}/m = V_n^2/R = \omega^2 R = \omega V$. Дуга окружности, которую пройдет точка за время t будет равна $\alpha R = Vt$. Тогда с учетом того, что $P_n = mV^2/R,\ t = \alpha R/V$ получаем

$$F_n = m\omega V, \quad \text{или} \quad P_n t = \frac{\alpha R}{V} \cdot \frac{mV^2}{R} = \alpha(mV),$$

откуда

$$\omega = \frac{F_n}{(mV)}, \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{P_n t}{mV},$$

где α - угол поворота вектора $\overline{Q}$ за время *t*.

При этом модуль количества движения не изменится, но изменится направление движения точки, направление количества движения на угол α. Скорость поворота (потенциал поворо-

та) будет определяться соотношением силы и количества движения, а не только массы точки, и в явном виде не зависит от кинематических параметров движения, но для конкретных условий эти параметры можно определить. При повороте на угол π необходимо, чтобы $P_n t = \pi m V$, что противоречит данным, приведенных Яблонским [1, с.458].

Поскольку абсолютная производная скорости по времени равна сумме относительной производной этого вектора в подвижной системе координат и векторного произведения угловой скорости подвижной системы на вектор скорости (естественный способ задания движения материальной точки), то

$$d\overline{V}/dt = \tilde{d}\overline{V}/dt + \overline{\omega}\times\overline{V},$$

А основным уравнением, при условии постоянства массы, будет выражение (1) в виде

$$\overline{P} = m(\tilde{d}\overline{V}/dt + \overline{\omega}\times\overline{V}) \qquad (2)$$

или, окончательно, разделив $\overline{P}$ на составляющие: $\overline{P_\tau} = P\cos\beta$ - направленной по направлению скорости; $\overline{P_n} = P\sin\beta$, направленной перпендикулярно к вектору скорости (по главной нормали); где β - угол между вектором скорости и вектором силы.

Получаем окончательно

$$(\overline{P_\tau} + \overline{P_n}) = m\tilde{d}\overline{V}/dt + m(\overline{\omega}\times\overline{V}),$$

или разделив составляющие

$$\begin{cases} \overline{P_\tau} = m\tilde{d}\overline{V}/dt \\ \overline{P_n} = m(\overline{\omega}\times\overline{V}) \end{cases} \qquad (3)$$

Дифференциальная форма первого векторного уравнения системы характеризует скорость изменения количества движения во времени в направлении движения, а сам закон аналогичен второму закону Ньютона, и тождественен ему, если движение прямолинейное; второго – только скорость изменения вектора по направлению, а вместе – направление и величину количества движения, меру способности двигаться равномерно и прямолинейно – меру инерции.

$\overline{P_\tau}t$ из-за ее однонаправленности действия с направлением движения, с $m\overline{V}$ могут складываться векторно. $\overline{P_n}t$ изменяет только направление вектора $m\overline{V}$, оставляя $|mV| = const$.

В любом случае сила, действующая на тело, должна быть пропорциональна создаваемому ей ускорению – это необходимое условие изменения, как количества движения, так и направления движения: $P_\tau = ma$ - по модулю в направлении движения; $P_n = m\omega V = mV^2/R$ - по изменению направления движения. Действительно ли инерция требует такого соотношения между силой и ускорением (скоростью изменения скорости)? Для ответа на этот вопрос требуется ввести понятие инерционной силы или силы инерции $\overline{P_i} = -m\overline{a_i}$. Тогда складывая идентичные сущности $\overline{P_i} + \overline{P} = 0$, или $\overline{P_i} = -\overline{P}$, а тело сопротивляется изменению прямолинейного и равномерного движения с силой $\overline{P_i} = -m\overline{a}$, пропорциональной скорости изменения скорости движения и направлена в противоположную этому направлению изменения; при этом изменяется или направление движения тела, или количество движения, или совместно, но на одинаковую величину в любой инерциальной системе.

Пример применения уравнения инерции

1. Изменение количества движения инерции.

Общий вид при условии $\overline{P_\tau} = m\tilde{d}\overline{V}/dt$. Интегрируя, получаем $\overline{P_\tau}t = mV + c_v$;. которая при t=0; $c_v = -mV_0$.

Итак $mV = mV_0 + P_\tau t$

2. Поворот вектора инерции.

Поскольку $\overline{P_n} = m(\overline{\omega}\times\overline{V})$, получим $\omega V = P_n/m$, или $\omega = \dfrac{P_n}{mV}$.

Угол поворота определяем следующим образом, приняв $\omega dt = d\alpha$.

$$\int_0^\alpha d\alpha = \int_0^t \frac{P_n dt}{mV} + c_\alpha,$$

или окончательно угол поворота направления инерции равен $\alpha = \int_0^t \dfrac{P_n}{mV}dt + c_\alpha$.

Если P_n и V_0 постоянны, то $\Delta\alpha = \dfrac{P_n \Delta t}{mV_0}$, что и имели ранее при рассмотрении движения точки по окружности.

$\overline{V_0}$ - имеет историю, несет в себе прошлое. Без наличия $\overline{V_0}$ закон инерции превращается в закон Ньютона.

Для того, чтобы изменить направление движения тела массой *m* двумя способами:

1. «затормозить – разогнать» необходимо приложить $(\overline{P_\tau}t) = m\overline{V}_1 - (-m\overline{V_1}) = 2mV_1$.

2. повернуть на угол π, не изменяя mV по величине (не тормозя) $(P_n t) = \pi m V$.

Таким образом, «повернуть» вектор сложнее, чем «затормозить-разогнать» в $\frac{P_n t}{P_\tau t} = 1{,}57$ раза

P_n, как нормальная сила, не совершает работу.

P_τ - совершает работу.

Но если для создания силы требуется затратить энергию (например, двигателем), то выводы будут противоположными.

Для определения взаимосвязи между $m\overline{V}$ и $mV^2/2$ изложим выражение (1) в виде

$$P = d(mV)/dt = mVdV/dl$$

или

$$Pdl/dV = mV = dA/dV,$$

где dl – приращение пути.

Уравнение можно рассматривать как отношение приращения работы, затраченной на изменение движения, к приращению скорости движущегося тела и равное количеству движения (импульсу) материальной точки в данное время, формально не зависящее от времени воздействия. Чем больше количество движения точки (Q), тем больше требуется энергии для изменения скорости движения точки на единицу. С другой стороны $dT/dV = d(mV^2)/dV = mV$. Но энергия является скалярной величиной и не зависит от направления движения, в отличие от $m\overline{V}$. Поэтому $Pdl/dV = mV = Q = dT/dV$ можно рассматривать как скорость изменения кинетической энергии при изменении скорости движения точки на единицу; как или энергонасыщенность, или энергоемкость процесса изменения количества движения или передачи движения на движущееся тело, при изменении ее скорости на единицу. Мощность передачи можно определить как $N = mVdV/dt = Qa$, то есть она определяется количеством движения и ускорением точки.

Инерция имеет смысл только в движении и (как смотреть) две стороны: или количественно как меру наличия движения, или, как говорил Ф.Энгельс, «отрицательное выражение неуничтожимости движения».

Мерой инертности тела, свойства создавать силу сопротивления изменению движения во времени, определять скорость изменения скорости в прямолинейном движении является масса тела.

Мерой инерции, мерой способности двигаться равномерно и прямолинейно, является интегральная величина $m\overline{V}$ - количество движения, от которой зависит как энергоемкость процесса изменения движения по скорости на прямой линии, так и скорость изменения направления вектора $m\overline{V}$ во времени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Яблонский А.А., Никифорова В.М., Курс теоретической механики. Учебник для техн. вузов. – 7-е изд.стереотипное. – Серия «Учебники для вузов. Специальная литература.» - СПб.: Издательство «Лань», 1999 .– 768с.