

Бражник Ю. В., аспирант,
Воронов В. П., канд. техн. наук, проф.,
Несмеянов Н. П., канд. техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ФОРМЫ ОГИБАЮЩЕЙ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ЛОПАСТНОМ СМЕСИТЕЛЕ

voronov@gmail.ru

В статье рассматриваются условия перемешивания сухих компонентов в лопастном смесителе с быстровращающимся ротором и определяются геометрические параметры слоя сыпучего материала.

Ключевые слова: сухие смеси, лопастной смеситель, процесс смешивания, форма поверхности сыпучего материала.

В настоящее время модернизированные сухие смеси сложного состава получают все более широкое распространение в строительстве. Однородность материала является основой требуемого качества современных строительных смесей.[2] Даже небольшое отклонение содержания малых добавок, вызванные плохим их распределением, может негативно сказаться как на физико-механических, так и на технико-эксплуатационных свойствах смеси.[3] Следовательно, работа смесительного оборудования является важнейшим шагом на пути получения высококачественного продукта.

На кафедре механического оборудования БГТУ им. В.Г. Шухова разработан лопастной смеситель с высокоскоростным режимом смешивания, в конструкцию которого была воплощена идея создания противоточных конвективных потоков перемешиваемого материала, как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях.

В данном лопастном смесителе с быстро-

вращающимся ротором происходит переход материала в псевдооживленное состояние, характеризующееся определенной формой поверхностного слоя и характером циркуляции сыпучего материала.

С учетом полученных аналитических зависимостей и на основе расчетной схемы зон движения материала при установившемся режиме вращения лопастного вала [1] разработана методика расчета продольной скорости циркуляции сыпучего материала в разработанном спирально-лопастном смесителе.

Учитывая, что в процессе перемешивания компоненты смеси перемещаются по сложной траектории, необходимо знать аналитическое выражение, описывающее форму огибающей кривой свободной поверхности воронки, которая образуется в результате вращательного движения лопастей смесителя. Аналитический вид искомой кривой позволяет найти значение величины объема образующейся воронки.

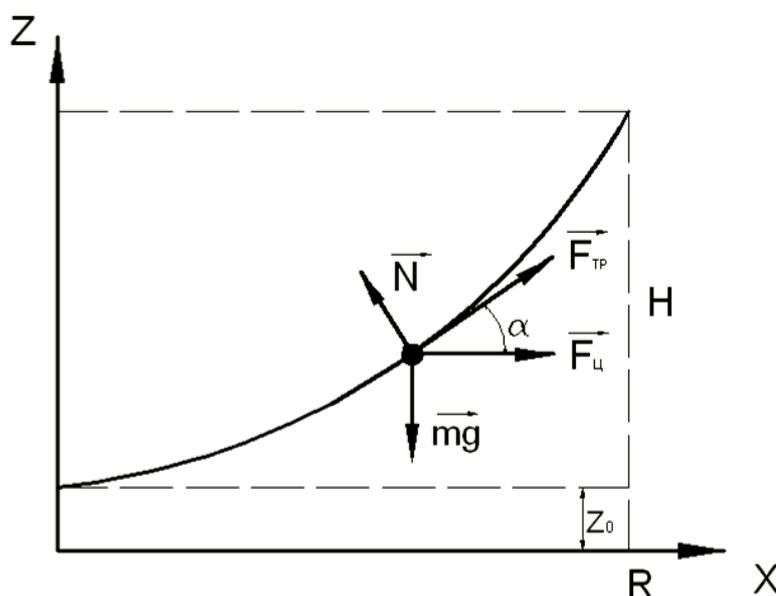


Рис. 1. Схема сил, действующих на частичку материала смеси, находящейся на свободной поверхности воронки

Согласно расчетной схемы, представленной на рисунке 1, на частицу материала действуют: сила тяжести \vec{P} , центробежная сила $\vec{F}_{ц}$, сила нормального давления \vec{N}_u , сила трения $\vec{F}_{тр}$.

Значения величин этих сил определяется следующими выражениями:

$$P = mg, \tag{1}$$

где m – масса частицы материала смеси; g – ускорение свободного падения.

$$F_{ц} = mw^2x, \tag{2}$$

где w – частота вращения материала смеси.

$$N = fP, \tag{3}$$

где f – коэффициент внутреннего трения частицы материала.

Рассмотрим состояние мгновенного равновесия частицы материала на свободной поверхности.

Если через $Z(x)$ обозначить образующую свободной поверхности, тогда для каждой точки образующей согласно расчетной схеме на рисунке 1 будет выполняться следующее соотношение:

$$\frac{dz}{dx} = tg\alpha, \tag{4}$$

где α – угол, который образует касательная к образующей в произвольно рассмотренной точке.

Проекция сил (1) – (3) на оси двумерной системы координат (XOZ) приводит к следующим выражениям:

$$mw^2x + Nf\cos\alpha - N\sin\alpha = 0, \tag{5}$$

$$-mg + N\cos\alpha + Nf\sin\alpha = 0. \tag{6}$$

Если в выражениях (5) и (6) исключить неизвестную величину силу реакции опоры слоя (нормального давления) N , тогда на основании сказанного можно получить следующее соотношение:

$$-\frac{w^2x}{g} = \frac{f\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha}. \tag{7}$$

Согласно (7) находим, что

$$tg\alpha = \frac{f + \frac{w^2x}{g}}{1 - f\frac{w^2x}{g}}. \tag{8}$$

Подстановка (8) в (4) приводит к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{fg + w^2x}{g - fw^2x}. \tag{9}$$

С математической точки зрения уравнение (9) представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными и поэтому его можно привести к следующему виду:

$$dz = \frac{fg + w^2x}{g - fw^2x} dx. \tag{10}$$

Интегрирование (10) приводит к следующему результату:

$$Z = -\frac{g(1+f^2)}{f^2w^2} \ln|g - fw^2x| - \frac{x}{f} + C, \tag{11}$$

здесь «C» – постоянная, интегрирование значение которой можно найти на основании следующего начального условия:

$$\text{при } x = R, Z = H, \tag{12}$$

где R – радиус цилиндрического корпуса, в котором находится сыпучий материал;

H – максимальное значение высоты загрузки материала при заданной частоте вращения.

С учетом (12) соотношение (11) принимает вид:

$$C = H + \frac{g(1+f^2)}{f^2w^2} \ln|g - fw^2R| + \frac{R}{f}. \tag{13}$$

Подстановка (13) в (11) позволяет привести последнее к следующему виду:

$$Z = H + \frac{1}{f} \left[\frac{g(1+f^2)}{fw^2} \ln \frac{g - fw^2R}{g - fw^2x} + R - x \right]. \tag{14}$$

Если ввести безразмерные комбинации w, r, h, y согласно соотношениям:

$$W = \frac{fw^2R}{g}, \tag{15}$$

$$r = \frac{x}{R}, \tag{16}$$

$$H = hR, \tag{17}$$

$$y = \frac{Z}{R}, \tag{18}$$

тогда выражение (14) окончательно относительно безразмерных величин примет вид:

$$y = h + \frac{1}{f} \left[\frac{1+f^2}{W} \ln \left| \frac{1-W}{1-Wr} \right| + 1 - r \right]. \tag{19}$$

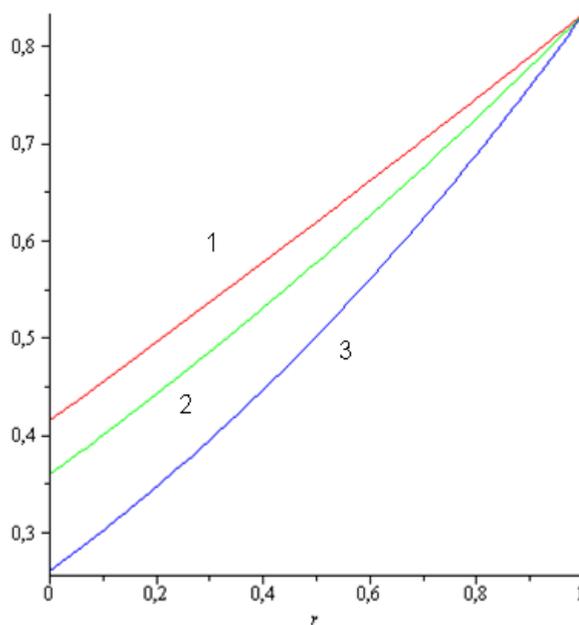


Рис. 2. Красная кривая 1 соответствует значению безразмерного параметра $W=0,01$; зеленая кривая 2 - $W=0,05$; синяя кривая 3 - $W=0,1$

Графическая зависимость соотношения (19) представлена на рисунке 2. Анализ данной зависимости позволяет сделать вывод, что в рассматриваемом диапазоне изменения безразмерного параметра W (что соответствует значению $f = 0,4; R = 0,3$ и изменению частоты вращения от $w = 1 \div 3 \text{ c}^{-1}$) функциональная зависи-

мость близка к линейной. Поэтому в рассматриваемом диапазоне изменения параметра W можно произвести линеаризацию функциональной зависимости (19), используя следующие соотношения:

$$\ln(1 - W) \cong -W, \quad (20)$$

$$\text{и } \ln(1 - W \cdot r) \cong -W \cdot r. \quad (21)$$

С учетом (20) и (21) функциональная зависимость (19) носит линейный характер изменения и принимает следующий вид:

$$y = h + f(r - 1). \quad (22)$$

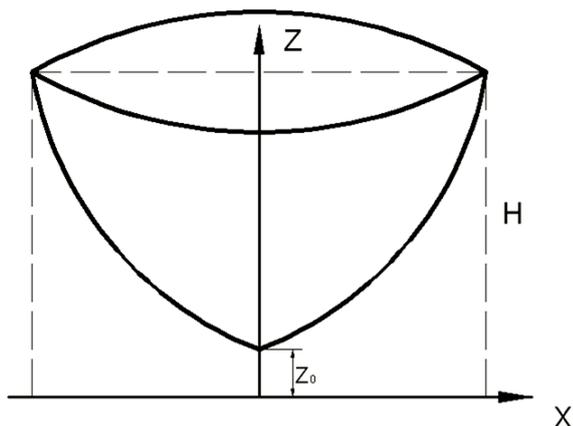


Рис. 3. Схема к расчету объема воронки

Объем образующейся воронки можно вычислить как объем тела вращения образующей (22) относительно оси «OZ». Искомая величина объема равна:

$$V = \pi \int_{Z_0}^H x^2 dZ, \quad (23)$$

где согласно (16) и (22) функциональная зависимость:

$$X(Z) = r \cdot R = R + \frac{Z-H}{f}, \quad (24)$$

а величину Z_0 можно найти на основании (19) и (18) при условии $x = 0$:

$$Z_0 = H + \frac{R}{f} \left[\frac{1+f^2}{W} \ln(1 - W) + 1 \right]. \quad (25)$$

С учетом выражения (24) соотношение (23) можно привести к следующему виду:

$$V = \pi \int_{Z_0}^H \left(R + \frac{Z-H}{f} \right)^2 dZ. \quad (26)$$

Вычисление интеграла (26) с учетом (25) приводит к следующему результату:

$$V = \frac{\pi R^3 f}{3} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{1+f^2}{W} \ln(1 - W) + 1 \right) \right]^3 \right\}. \quad (27)$$

Таким образом, полученные соотношения (14), (24) и (27) определяют соответственно геометрию и объем воронки, образующейся в результате вращения смеси в цилиндрическом конусе при псевдооживленном состоянии сыпучего материала.

На основании полученных зависимостей и с учетом свойств перемешиваемых компонентов смеси можно определить их скоростные характеристики при различных режимах работы смесителя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горшков П.С., Воронов В.П., Несмеянов Н.П. Методика расчета продольной скорости циркуляции сыпучего материала в спирально-лопастном смесителе // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2012. №4. С. 88-90.
2. Горшков П.С. Выбор рациональной технологической схемы производства сухих строительных смесей // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: Межвузовский сборник статей, Белгород: Изд-во БГТУ, 2010. Вып. IX. С. 118.
3. Телешов А.В., Сапожников В.А. Производство сухих строительных смесей. Критерии выбора смесителя // Строительные материалы. 2000. №1. С. 10-12.