DOI: 10.12737/article_58e61338713764.33694318

Девятилова Е.М., магистрант
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДЛЯ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ НА ОПОРАХ КОЛЬЦА С НЕРАСТЯЖИМОЙ СРЕДНЕЙ ЛИНИЕЙ

e.devyatilova@gmail.com

При обработке крупногабаритных тел возникает задача управления резанием, которая требует для своей реализации интегрирование уравнения динамики кольца в реальном масштабе времени. Сложность решения этой системы уравнений обусловлена необходимостью учета неопределенных множителей Лагранжа, обусловленных условием нерастяжимости средней линии и наличием опор. Актуальной проблемой является квадратичный рост времени расчета при увеличении числа гармоник. Данная статья посвящена анализу возможности использования параллельной обработки данных в исследованиях по динамике вращающегося на опорах кольца с нерастяжимой средней линией на этапе исключения множителей Лагранжа. В ходе анализа были проведены тестирование и замеры для разного количества гармоник. Выявлено значительное уменьшение времени работы программы на измеряемом участке непосредственного преобразования системы.

Ключевые слова: *параллельные вычисления, динамика вращающегося на опорах кольца, матричные преобразования.*

В настоящее время большое распространение получили многоядерные компьютеры. Основными их преимуществами перед одноядерными является возможность осуществлять распараллеливание процессов при проведении большого объема вычислений. Это позволяет использовать более сложные, а, следовательно, более точные алгоритмы для управления различными техническими системами в реальном масштабе времени.

Рассмотрим возможность распараллеливания в исследованиях по динамике вращающегося кольца [1–5]. Получение решения системы уравнений динамики вращающегося на опорах кольца с нерастяжимой средней линией связано с большим количеством вычислений системы уравнений, вследствие необходимости учета нерастяжимой средней линии и нулевых перемещений в точках опор [6].

При обработке крупногабаритных тел возникает задача управления резанием, которая требует для своей реализации интегрирование уравнения динамики кольца в реальном масштабе времени.

Сложность решения этой системы уравнений обусловлена необходимостью учета неопределенных множителей Лагранжа, обусловленных условием нерастяжимости средней линии и наличием опор.

Систему уравнений динамики кольца в общем виде можно записать так:

$$A_2\ddot{W} + A_1\dot{W} + A_0W = M_H\lambda_H + M_0\lambda_0 + Q \quad (1)$$

Здесь W – вектор неизвестных функций времени, которые надо определить, размером $4N$, где N – количество гармоник;

A_2, A_1, A_0 – матрицы коэффициентов, размером $4N\times 4N$;

M_H – матрица частных производных условий связи вследствие нерастяжимости средней линии по вектору W, размером $4N\times 2N$;

M_0 – матрица частных производных условий связи, обусловленных наличием опор по вектору W, размером $4N\times 2$;

λ_H. λ_0 – векторы неопределенных множителей Лагранжа, размерами $2N$ и 2, соответственно:

Q – вектор внешних сил, размером $4N$.

Для преобразования системы (1) к виду, пригодному для численного интегрирования, необходимо исключить неопределенные множители Лагранжа и учесть условия связей на переменные. Осуществляется это путем использования матричных преобразований системы (1).

Для дальнейших вычислений будем использовать преобразованную систему с общим вектором:

$$\lambda^T = [\lambda_{H1}\lambda_{H2}\dots\lambda_{H2N}\lambda_{01}\lambda_{02}] \quad (2)$$

Тогда система (1) примет вид:

$$A_2\ddot{W} + A_1\dot{W} + A_0W = M_\lambda\lambda + Q \quad (3)$$

Получить окончательные формулы для элементов системы уравнений (3) с исключенными множителями Лагранжа проблематично, поэтому используются матричные преобразования. Необходимо исключить из системы (3) вектор λ. Для этого представим каждую матрицу системы (3) в виде двух матриц:

$$A_2 = \begin{bmatrix} A_{21} \\ A_{22} \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \end{bmatrix}, A_0 = \begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{02} \end{bmatrix}, M_\lambda = \begin{bmatrix} M_{\lambda 1} \\ M_{\lambda 2} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Размеры матриц: A_{21}, A_{11}, A_{01} $(2N+2)\times 4N$; A_{22}, A_{12}, A_{02} $(2N-2)\times 4N$; $M_{\lambda 1}$ $(2N+2)\times(2N+2)$; $M_{\lambda 2}$ $(2N-2)\times(2N+2)$; векторов: Q_1 $(2N+2)$; Q_2 $(2N-2)$.

Вычисления по формуле (4) можно распараллелить. Стоит отметить, что на тестовом компьютере четыре ядра и вычисления будут распараллеливаться не более чем на четыре потока.

Так же стоит заметить, что вычисления матриц из формулы (4) можно распараллелить и на 10 потоков, но стоит соблюдать баланс между временем выполнения и количеством потоков.

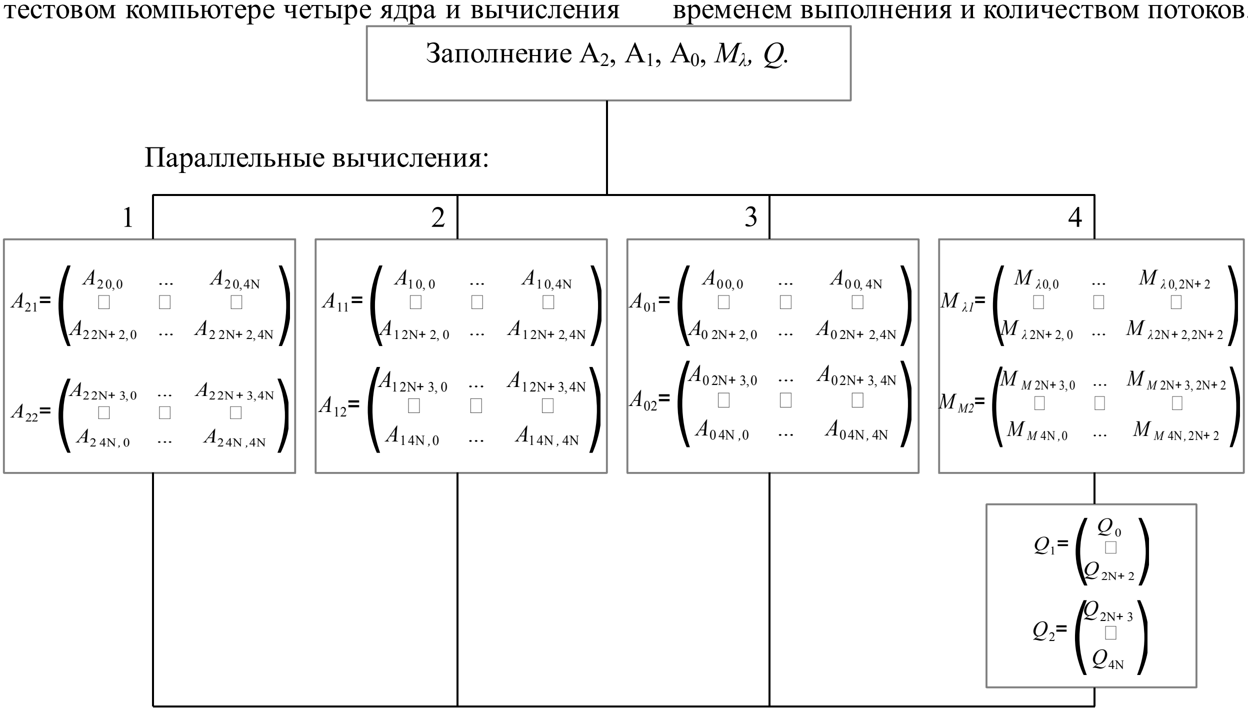

Рис. 1. Параллельные вычисления по формуле (3)

На рис. 1 числами обозначены параллельные области выполнения, разделенные на четыре потока. В четвертом обрабатываются вместе $M_{\lambda 1}$, $M_{\lambda 2}$ и Q_1, Q_2, так как количество операций обращения к M_λ и Q суммарно меньше, чем к любой из A_i $(i = 0, 2)$.

Таким образом можно распараллелить механизм получения матриц B_2, B_1, B_0 и B_Q из [6] (стр. 44), рис. 2.

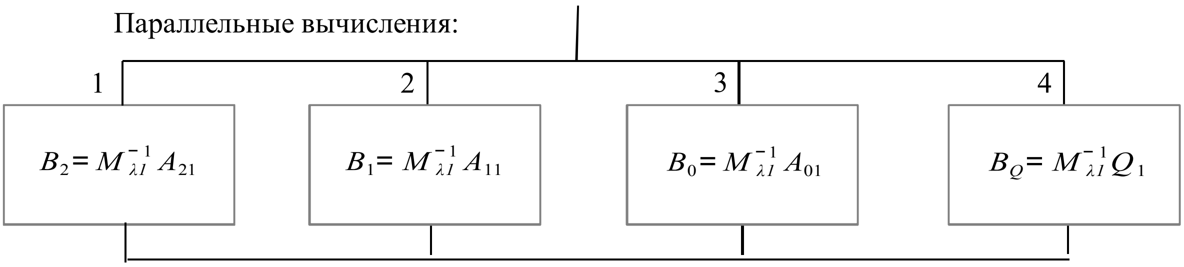

Рис. 2. Участок блок-схемы параллельных вычислений

Для упрощения понимания и не загромождения статьи изобразим схематично в виде упрощенной блок-схемы участки кода, которые можно распараллелить на рис. 3.

Таким образом в итоге получаем систему:

$$E_2\ddot{P} + E_1\dot{P} + E_0 P = F \quad (5)$$

В системе (5) неизвестные функции P получены вследствие преобразования неизвестных функций W, после получения решения системы уравнения (3) относительно неизвестных a_{vi} и b_{vi} после получения условий связи, обусловленных нерастяжимостью средней линии, в которой фигурируют только обобщенные координаты, исключения неопределенных множителей Лагранжа и учета условий связи в точках опор, получим:

$$P = [a_{u\,1} \ldots a_{u\,N-1} b_{u\,1} \ldots b_{u\,N-1}] \quad (6)$$

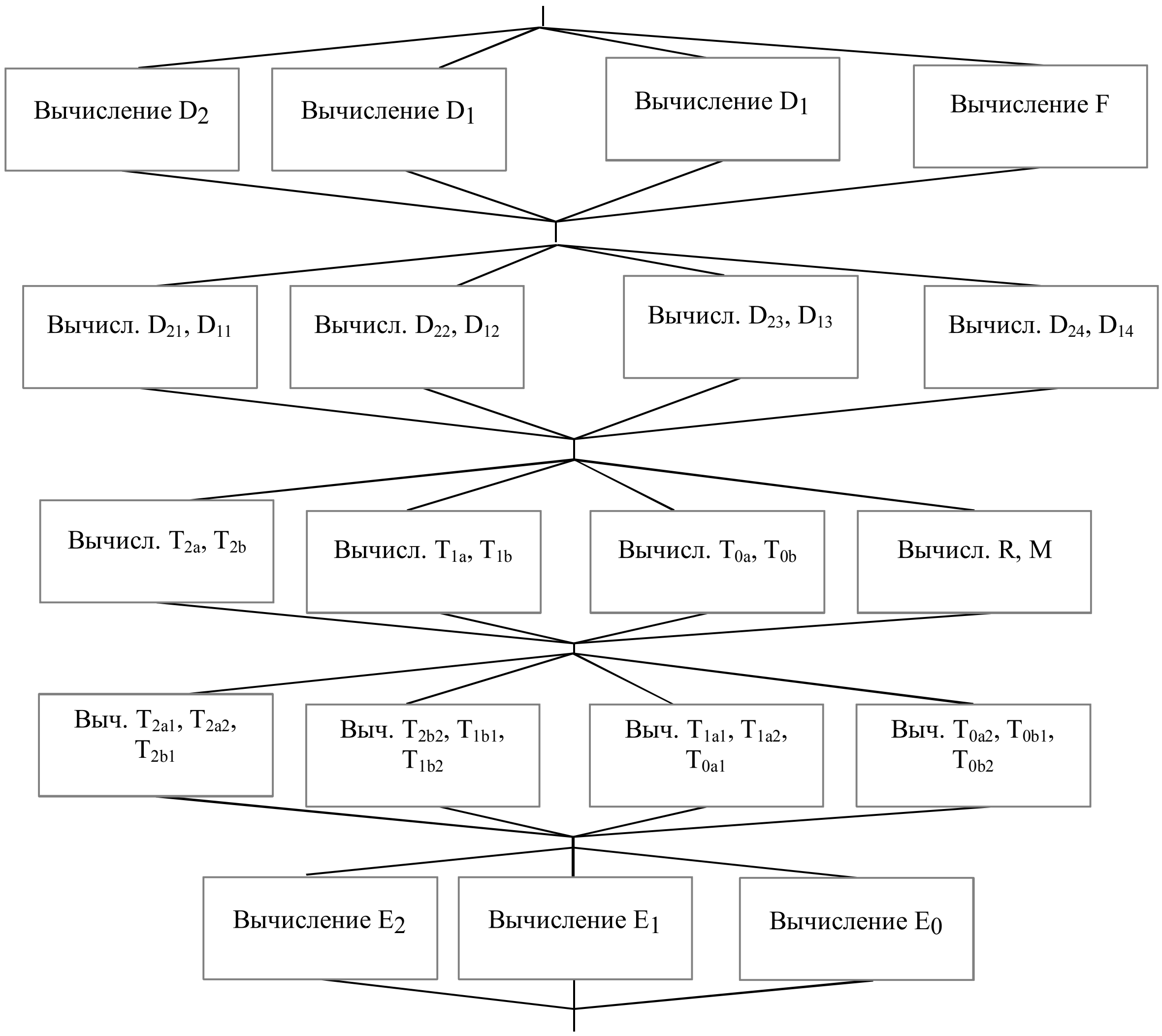

Рис. 3. Упрощенная блок-схема с параллельными вычислениями

Дальнейшее решение системы уравнений (5) является итеративным процессом и плохо поддаётся методам распараллеливания.

Эксперимент проводился на компьютере с процессором AMD A10-5745M 2.10 Гц, ОЗУ 6 Гб, среда разработки Visual Studio 2015, язык C#. Результаты экспериментов представлены в таблице 1. Замеры времени проводились непосредственно в области распараллеливания – приведение системы к виду, пригодному для численного интегрирования.

Таблица 1

Замеры времени проведения эксперимента

Количество процессов, k	Кол-во гармоник, N					
	2	4	6	8	10	12
1	0,00886	0,01418	0,02752	0,04095	0,07178	0,10577
2	0,01781	0,01674	0,02018	0,02836	0,04746	0,06862
3	0,03350	0,02316	0,02190	0,02828	0,03864	0,05862
4	0,03583	0,02987	0,02660	0,02816	0,03795	0,05250

При анализе данных из таблицы 1 видно, что при малом количестве гармоник применение распараллеливания нецелесообразно и ведет к увеличению работы программы. Это объясняется затратой ресурсов на инициализацию дополнительных процессов и передачу данных. В распараллеливании при $N = 6$ наблюдается уменьшение времени на вычисления при $k = 2$. Время вычисления при $k = 2$ меньше, чем при $k = 3$ и $k = 4$, но время при $k = 1$ больше, чем при параллельном выполнении. При $N \geq 8$ время при параллельном выполнении меньше, чем при последовательном и распараллеливание алгоритма можно считать эффективным. В таблице 2 представлены коэффициенты ускорения, рассчитанные по формуле $K = t_1 / t_n$.

Таблица 2

Коэффициенты ускорения

Количество процессов, k	Кол-во гармоник, N					
	2	4	6	8	10	12
1	1	1	1	1	1	1
2	0,49766	0,84722	1,36376	1,44375	1,51256	1,54127
3	0,26450	0,61233	1,25647	1,44830	1,85754	1,80438
4	0,24730	0,47466	1,03456	1,45438	1,89146	2,01455

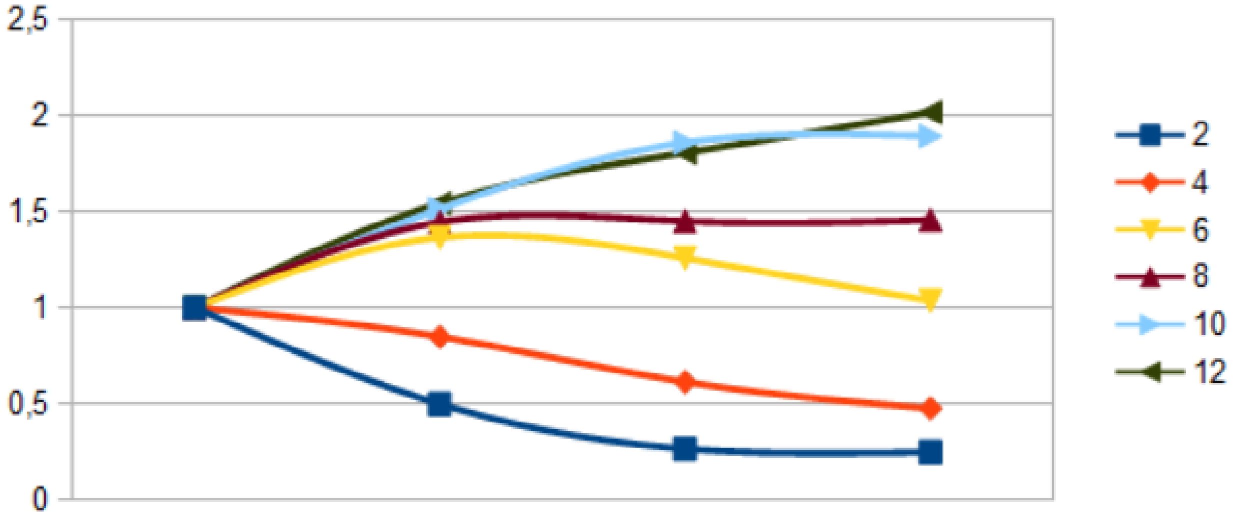

Рис. 4. Графики коэффициентов ускорения

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Полунин А.И. Динамика прецессионного движения стоячих волн во вращающемся кольце с опорами // Труды VIII Международной научно-технической конференции «Вибрация-2008. Вибрационные машины и технологии». Курск: КГТУ, 2008. С. 106–112.

2. Полунин А.И. О математическом моделировании прецессионного движения стоячих волн во вращающейся на опорах оболочке с нерастяжимой срединной поверхностью // Научные ведомости Белгородского государственного университета. 2010. № 13(84). Выпуск 15/1. С. 93–98.

3. Полунин А.И. Математическое моделирование параметрического резонанса во вращающейся на опорах оболочке // Информационные технологии в науке, образовании и производстве. ИТНОП-2010; материалы IV-й Международной научно-технической конференции, г. Орел, 22-23 апреля 2010г. В 5-ти т.Т.3/ под общ. ред. д-ра техн. наук проф. И.С. Константинова. Орел: ОрелГТУ, 2010. С. 226–231.

4. Полунин А.И. Смышляева Л.Г. Об оценке точности идентификации параметров кольца по результатам измерения его колебаний при вращении на двух опорных роликах // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. №5. С. 162–169.

5. Серов В.В., Дуганов, В.Я. Определение собственных частот колебаний массивного вращающегося кольца [Электронный ресурс]. URL: http://www.rusnauka.com/ONG_2006/Matemathics/17845.doc.htm (дата обращения 14.03.2017).

6. Полунин А.И. Теоретические основы динамики кольца при его обработке по мобильной технологии. Белгород: Изд-во БГТУ, 2015. 60 с.

Devyatilova E.M.

APPLICATION OF PARALLEL PROCESSING FOR THE ALGORITHM OF SOLUTION OF THE SYSTEM OF EQUATIONS OF THE DYNAMICS OF THE ROTATING RING WITH THE UNINTERRUPTED MEDIUM LINE

When machining large-sized bodies, a cutting control problem arises that requires integration of the ring dynamics equation in real time for its implementation. The complexity of solving this system of equations is due to the need to take into account the uncertain Lagrange multipliers caused by the condition of inextensibility of the midline and the presence of supports. An actual problem is the quadratic growth of the calculation time with increasing number of harmonics. This article is devoted to the analysis of the possibility of using parallel data processing in studies on the dynamics of a rotating ring on supports with an inextensible middle line at the stage of elimination of Lagrange multipliers. During the analysis, testing and measurements for a different number of harmonics were carried out. A significant decrease in the operating time of the program on the measured part of the direct conversion of the system was revealed.

Key words: *parallel computing, dynamics of a rotating ring on supports, matrix transformations.*

Девятилова Евгения Михайловна, магистрант кафедры программного обеспечения вычислительных технологий и автоматизированных систем.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.
E-mail: e.devyatilova@gmail.com