**Воронов В. П., канд. физ.-мат. наук, проф.,**
**Семикопенко И. А., канд. техн. наук, проф.,**
**Вялых С. В., аспирант,**
**Жуков А. А., аспирант**
**Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова**

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОБКИ В АГРЕГАТЕ ДЕЗИНТЕГРАТОРНОГО ТИПА

*В данной статье дается математическое обоснование возникновения пробки в области прямолинейного встречного движения дисперсных потоков в агрегатах дезинтеграторного типа.*

***Ключевые слова:*** *пробка, дезинтегратор, частица, поток, колебания.*

Рядом авторов [1,2] экспериментальным путем показана возможность возникновения пробки в области прямолинейного встречного движения двухфазных потоков в мельницах ударно-центробежного действия.

Рассмотрим движение встречных дисперсных потоков в камере помола агрегата дезинтеграторного типа (рисунок 1).

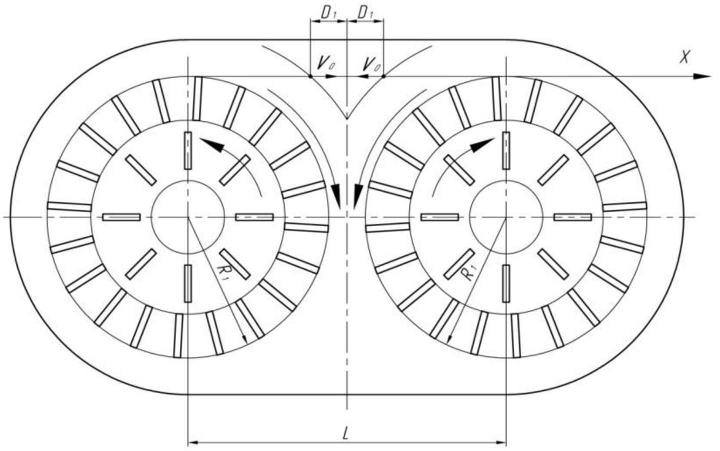


Рис. 1. Расчетная схема

На основании закона сохранения энергии для встречных дисперсных потоков можно записать следующее уравнение:

$$\frac{k\,\xi^2}{2} = \frac{m_0 v^2}{2}, \qquad (1)$$

где $k$- коэффициент квазиупругой силы, порождающей потенциальную энергию взаимодействия встречных потоков; $m_0$ – масса смеси воздуха и частиц измельчаемого материала в зоне встречного взаимодействия; $v$ – скорость несущей среды, изменение абсолютной величины которой в зоне встречного взаимодействия можно описать следующим соотношением [3]:

$$v = \frac{v_0 \xi}{x_0}; \qquad (2)$$

здесь $\xi = x - x_0$ – отклонение частиц материала относительно координаты $x_0$. Согласно расчетной схеме (рис. 1).

$$x_0 = \frac{L}{2}, \qquad (3)$$

где $L$ – расстояние между центрами вращения пар роторов; $v_0$ – тангенциальная скорость потока.

На основании соотношения (1) с учетом (2) и (3) находим, что коэффициент квазиупругой силы равен

$$k = \frac{4 m_0 v_0^2}{L^2}. \qquad (4)$$

На основании второго закона Ньютона можно получить уравнение, описывающее движение частицы материала массой $m$ в зоне взаимодействия встречных двухфазных потоков, следующего вида:

$$m\ddot{\xi} = -\frac{d}{d\xi}\left(\frac{k\xi^2}{2}\right) - 3\pi\mu d_ч \dot{\xi}\ , \qquad (5)$$

где $\mu$ – коэффициент динамической вязкости запыленного воздуха.

Второе слагаемое в уравнении (5) представляет собой силу сопротивления стоксовского типа.

Считая частицу материала по своей форме близкой к сферической, запишем массу частицы в виде:

$$m = \frac{\pi\, d_ч^{\ 3}}{6} \cdot \rho, \qquad (6)$$

где $\rho$ - плотность материала частицы.

С учетом (6) уравнение (5) можно привести к следующему виду:

$$\ddot{\xi} + \frac{1}{\tau}\dot{\xi} + \omega_0^{\ 2}\xi = 0, \qquad (7)$$

где введены следующие обозначения:

$$\tau = \frac{d_ч\ \rho}{18\mu}; \qquad (8)$$

$$\omega_0 \quad = \sqrt{\frac{24 m_0 v_0^2}{\pi L^2 d_ч^3 \rho}}. \qquad (9)$$

Решение дифференциального уравнения (7) можно найти на основании корней характеристического уравнения:

$$\lambda^2 + \frac{\lambda}{\tau} + {\omega_0}^2 = 0\,. \qquad (10)$$

В зависимости от знака дискриминанта

$$D = \frac{1}{\tau^2} - 4{\omega_0}^2\,, \qquad (11)$$

решение уравнения (7) будет иметь следующий вид:

$$\xi_1(t) = e^{-\frac{t}{2\tau}}\left(c_1 e^{-\frac{\sqrt{D}}{2\tau}t} + c_2 e^{+\frac{\sqrt{D}}{2\tau}t}\right),$$

$$\text{если } D > 0; \qquad (12)$$

$$\xi_2 = e^{-\frac{t}{2\tau}}(c_3 + c_4 t), \text{если} D = 0; \qquad (13)$$

$$\xi_3 = Ae^{-\frac{t}{2\tau}} sin(\frac{\sqrt{|D|}}{2\tau}t + \varphi_0), \text{- если} D < 0, (14)$$

здесь $c_1$, $c_2$, $c_3$, $c_4$, $A$ и $\varphi_0$ - произвольные постоянные, которые необходимо определить из начальных условий.

Для значений технологических и конструктивных параметров [4], $\mu = 1{,}84 \cdot 10^{-6}$ Па·с; $\rho = 2000$ кг/м$^3$; $\rho = 2{,}664$ кг/м$^3$; $L = 0{,}502$ м; $D_1 = 0{,}01$ м; $\psi = 0.4$; $f = 0{,}3$; $R_1 = 0{,}25$ м; $\omega = 50$ с$^{-1}$; $v_1 = 24{,}3$ м/с; $f = 0{,}3$; $R_1 = 0{,}25$ м агрегата дезинтеграторного типа вычислим дискриминант характеристического уравнения (10), графическая зависимость которого от диаметра частицы представлена на рисунке 2.

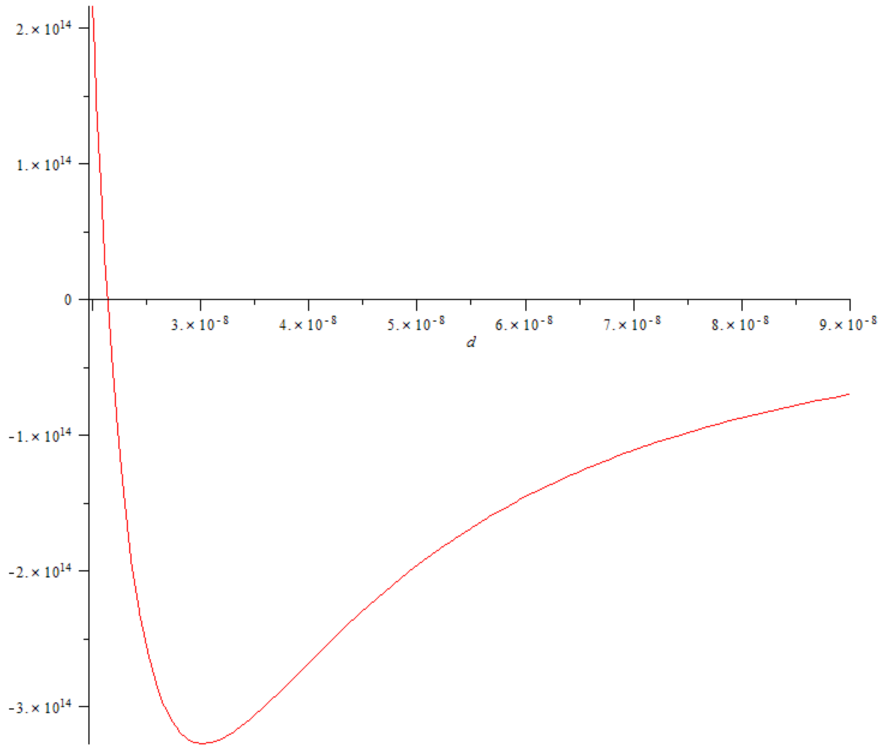


Рис. 2. Зависимость дискриминанта характеристического уравнения от диаметра частицы

Анализ графической зависимости (рисунок 2) позволяет сделать вывод, что в диапазоне частиц размерами $d$ =10$^{-8}$ м и более дискриминант характеристического уравнения (10) является отрицательной величиной, поэтому встречное прямолинейное движение дисперсных потоков описывается соотношением (14), которое соответствует затухающим колебаниям. Время затухания равно 2 $\tau$, где $\tau$ - характерное время затухания.

Таким образом, в области диапазона рассматриваемых значений технологических и конструктивных параметров в области встречного прямолинейного движения частиц происходит образование пробки.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Данилов Р.Г. Механизм тонкого измельчения в роторных мельницах с зубчатоподобным зацеплением // Строительные и дорожные машины. 1997. № 12. С. 29-32.

2. К вопросу об определении касательных напряжений в зоне активного взаимодействия роторов агрегатов дезинтеграторного типа / В.П. Воронов, И.А. Семикопенко, С.В. Вялых, С.И. Гордеев, А.А. Жуков // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2013. № 2. С. 108-109.

3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Изд-во Наука, 1978. 736 с.

4. Гацев В.А., Зайцев А.И., Киселев Е.И. Оптимизация процесса столкновения частиц в пересекающихся дисперсных потоках // Известия высших учебных заведений. Химия и химическая технология. 1988. № 4.– С. 114-119.