Шевченко А.В., канд. техн. наук, доц.,
Шаповалов С.М., канд. техн. наук, доц.
Шаповалова В.А., аспирант
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

РАСЧЕТ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ КАРКАСНЫХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИЙ СДВИГА

andsheff@rambler.ru

Рассматриваются вопросы о применении расчетов, для определения усилий в связях и элементах каркасной системы, как составной конструкции с учетом специфики работы составных конструкций, с использованием вариационных принципов на основе метода В.З. Власова – И. Е. Милейковского.

Ключевые слова: *метод В. З. Власова – И. Е. Милейковского, стержневые конструкции, каркасные системы, вертикальные связи, деформации сдвига, составной стержень.*

Введение. При расчете и конструировании рамно-связевых и связевых каркасных систем возникает необходимость определения усилий в связях и элементах всей каркасной системы. Одним из возможных направлений в решении этой задачи является использование вариационных принципов при расчете таких систем, как составных конструкций [1]. Данная методика позволяет учесть специфику работы составных конструкций, что при проверке расчетов другими способами не утрачивает своей актуальности.

Методология. Рассмотрим составной стержень, состоящий из двух брусьев (рис. 1).

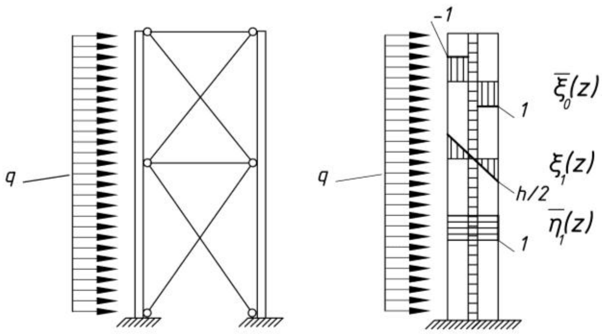

Рис. 1. Расчетная схема и единичные функции

Согласно принятым гипотезам изменение деформаций по высоте сечения можно принять линейным. При этом составляющие вектора перемещений представлены в следующем виде:

$$\overline{U}(x,z) = \overline{U}_0(x)\overline{\xi}_0(z),$$
$$V(x,z) = V_1(x)\eta_1(z) + \overline{V}_1(x)\overline{\eta}_1(z), \quad (1)$$
$$\left(U_i(x) = -V_i'(x), \xi_i'(z) = \eta_i(z)\right),$$

где $\overline{U}_0(x), V_1(x), \overline{V}_1(x)$ – искомые функции обобщенных перемещений; $\overline{\xi}_0(z), \xi_1(z), \overline{\eta}_1(z)$ – единичные функции, зависящие от координаты z по сечению составного стержня. Принятая для составного стержня функция $\xi_1(z)$ описывает изгиб как монолитного, $\overline{\xi}_0(z)$ характеризует сдвиг элементов составного стержня, а $\overline{\eta}_1(z)$ характеризует его сдвиг как сплошного сечения.

Основная часть. Для определения функций обобщенных перемещений $\overline{U}_0(x), V_1(x), \overline{V}_1(x)$ по методике [1] составляются три группы интегральных уравнений элементарной полоски шириной dx в форме работы действующих на нее усилий. В результате получена система из трех групп интегральных уравнений метода перемещений, представленная в таблице 1.

Таблица 1

Система групп интегральных уравнений метода перемещений

Группы уравнений	Функции			Свободные члены
	$\overline{U}_c(x)$	$V_i(x)$	$\overline{V}g(x)$	
I	$\sum_C\left(\overline{J}_{dc}D^2 - b_{dc}\right)$	$-\sum_C J^*_{di}D^3$	–	0
II	–	$\sum_i J_{ji}D^4$	–	$-q_j$
III	–		$\sum_g r_{hg}D^2$	$-q_h$

Для составного стержня из двух брусьев достаточно составить систему из трех уравнений,

$$\begin{cases} \bar{J}_{00}\bar{U}_0''(x) - b_{00}\bar{U}_0(x) - J^*_{01}V_1'''(x) = 0, \\ -J^*_{01}U_0'''(x) - J_{01}V_1^{IV}(x) - q_0 = 0, \\ r_{11}\bar{V}_1''(x) - q_0 = 0, \end{cases} \quad (2)$$

которая после интегрирования сводится к решению двух независимых дифференциальных уравнений:

$$\bar{U}_0''(x) - \lambda^2\bar{U}_0(x) - Bx + C = 0,$$

$$r_{11}\bar{V}_1''(x) - q_0 = 0, \quad (3)$$

где

$$B = \frac{q_0 J^*_{01}}{\bar{J}_{00}J_{11} - J^{*\,2}_{01}},\ \lambda = \sqrt{\frac{b_{00}J_{11}}{\bar{J}_{00}J_{11} - J^{*\,2}_{01}}}, \quad (4)$$

Коэффициенты системы уравнений (2):

$$\bar{J}_{00} = \int_h A_1\bar{\xi}_0(z)^2 dz = EA,$$

$$J_{11} = \int_h A_1\xi_1(z)^2 dz = 2EA\frac{h^4}{4}$$

$$J^*_{01} = \int_h A_1\bar{\xi}_0(z)^2 dz = EA\frac{h}{2},$$

$$r_{11} = \int_h A_1\bar{\eta}_1(z)^2 dz = GA,$$

$$b_{00} = \frac{Gt}{h}. \quad (5)$$

Подставив их в систему (2) и, проинтегрировав второе уравнение, получим следующее решение:

$$\begin{cases} \bar{U}_0(x) = C_1 sh(\lambda x) + C_2 ch(\lambda x) - \frac{B}{\lambda}x + C_3, \\ V_1(x) = \frac{J^*_{01}}{\lambda J_{11}}C_1 sh(\lambda x) + \frac{J^*_{01}}{\lambda J_{11}}C_2 ch(\lambda x) + \frac{q_0}{J_{11}24}x^4 + C_4\frac{x^3}{6} + C_5\frac{x^2}{2} + C_6 x + C_7, \\ \bar{V}_1 = \frac{q_0}{2r_{11}}x^2 + C_8 x + C_9. \end{cases} \quad (6)$$

В качестве численного примера предлагаемой методики рассмотрим расчет в продольном направлении стержневой системы (рис.2).

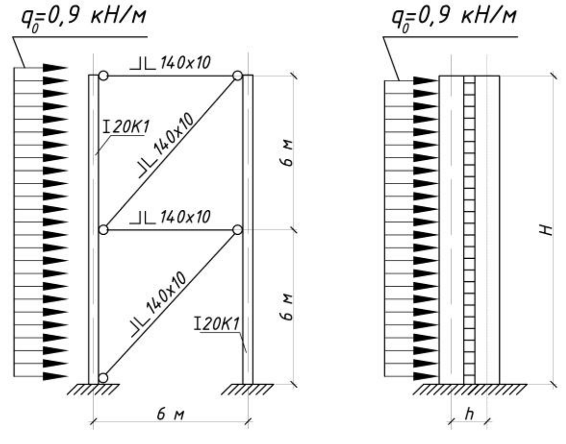

Рис. 2. Расчетная схема

Расчетная схема представляет собой раму пролетом 6 м, загруженную горизонтальной нагрузкой q_0=0,9 кН/м.

Колонны приняты из прокатного профиля 20К1 по СТО АСЧМ 20-93. Связи и распорки из спаренных равнополочных уголков 140х10 по ГОСТ 8509.

Геометрические характеристики сечений:

- для колонн А=52,69 см^2, Jx=3846см^4,
- для связей Ар=54,7 см^2.

Модуль упругости стали $E=2{,}1\cdot10^6$ кгс/см^2.

Модуль сдвига $G=0{,}81\cdot10^6$ кгс/см^2.

Приведенная толщина стенки составного стержня:

$$t = \frac{2A_p}{h}\cos(\alpha)^3, \quad (7)$$

где h=6 м.

Подставляя значения A_p и h, получим t=0,068 см.

Коэффициенты систем уравнений (2):

$$\bar{J}_{00}=0{,}111\cdot10^9,\ J_{11}=0{,}199\cdot10^{14},\ J^*_{01}=0{,}332\cdot10^{11},$$

$$r_{11}=0{,}427\cdot10^8,\ b_{00}=87{,}13,\ B=0{,}271\cdot10^{-10},\ \lambda=0{,}001. \quad (8)$$

Граничные условия примут вид:

$$V_1(0)=0,\ V_1'(0)=0,\ V_1''(0)=0,$$

$$\bar{U}_0(0)=0,\ \bar{V}_1(0)=0,\ \bar{U}_0''(0)=0,\ \bar{V}_1'(0)=0, \quad (9)$$

$$Q(H)=0\,,\int_0^H G\overline{U}_0(x)dx=0\,.$$

Решая систему из девяти уравнений, получим следующие значения констант:

$$C_1=0{,}295\cdot10^{-4}\,,C_2=-0{,}326\cdot10^{-4}\,,C_3=0{,}326\cdot10^{-4}\,,$$

$$C_4\approx0\,,C_5\approx0\,,C_6\approx0\,,C_7=-0{,}392\cdot10^{-4}\,,C_8=0\,,C_9=0\,. \quad (10)$$

Усилие в нижнем раскосе равно:

$$N=\frac{\int_0^{600} G\overline{U}_0(x)dx}{\cos(45^0)}=1370\text{ кгс}\approx13{,}7\text{ кН}\,. \quad (11)$$

Перемещение верха рамы:

$$V_1(H)+\overline{V}_1(H)\approx0{,}027\text{ см}\,. \quad (12)$$

Для проверки предлагаемой методики был проведен расчет такой конструкции методом конечных элементов, который показал близкие результаты (рис.3).

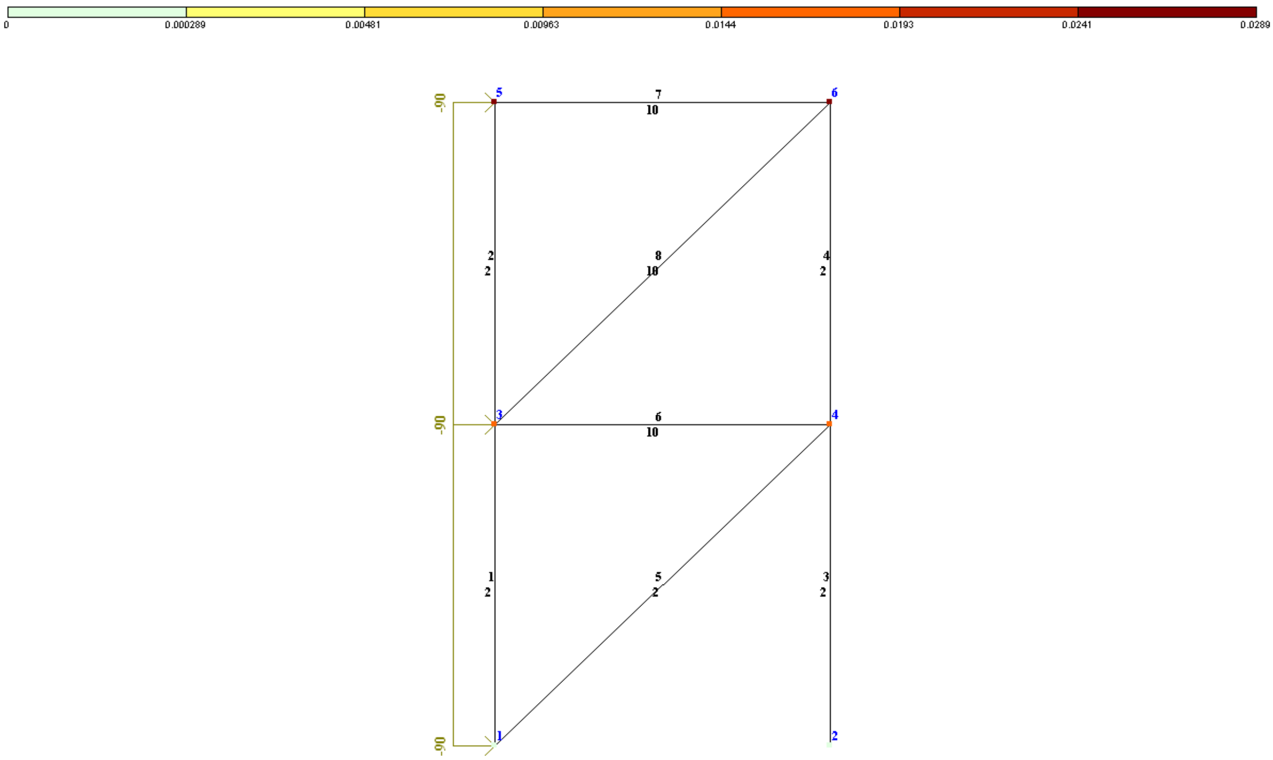

Рис. 3. Результаты расчета конструкции методом конечных элементов (ПК ЛИРА)

Выводы. Разработанная методика позволяет анализировать напряженно-деформированное состояние рассматриваемых стержневых конструкций и применять ее для практических расчетов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Милейковский И.Е., Трушин С.И. Расчет тонкостенных конструкций. М.: Стройиздат, 1989. 200 с.

2. Колчунов В.И., Панченко Л.И. Расчет составных тонкостенных конструкций. М.: Изд-во АСВ, 1999. 281 с.

3. Байдин О.В., Шевченко А.В., Шаповалов С.М. Экспериментальное исследование трещиностойкости стержневых сборно-монолитных конструкций // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова, № 2. 2009. С. 78 –83.

4. Байдин О.В., Шевченко А.В., Шаповалов С.М. Расчет сборно-монолитных конструкций с применением вариационного метода и интегрального модуля деформации // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. №4. С. 9 –13.

5. Байдин О.В., Шевченко А.В., Шаповалов С.М. Учет температурных деформаций при расчете замкнутых цилиндрических оболочек вариационным методом // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. №5. С. 6–9.

6. Смоляго Г.А. Предельная растяжимость бетона. Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г. Шухова, 2004. – 90 с.