

DOI: 10.12737/22818

Логачев И.Н., д-р техн. наук, проф.,  
Попов Е.Н., ст. преп.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЛЕКТИВА ПАДАЮЩИХ ЧАСТИЦ С ВОЗДУХОМ: СЛУЧАЙ ПОЛИФРАКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА\*

evg-popov@yandex.ru

*В горноперерабатывающей промышленности значительная часть технологических процессов сопровождаются загрузками сыпучего материала в различные емкости и бункера. При загрузке бункеров силосного типа саморазгружающимися тележками проблема выбивания пыли из загрузочных проемов стоит особенно остро. Работа посвящена совершенствованию методов расчета аспирации при загрузках бункеров силосного типа полидисперсным материалом. Предложен новый статистический подход к учету условий стесненности на коэффициент лобового сопротивления частиц в условиях свободной струи падающего материала. При падении свободной струи материала частицы более крупных фракций затевают мелкие и пылевые частицы, аэродинамическое сопротивление которых в таких условиях не значительно. Был предложен аналитический вывод вероятности активного воздействия на воздух частиц, находящихся вне аэродинамической тени, что позволяет получить методику оценки эжектирующей способности потока частиц при обеспыливании бункеров силосного типа. При дальнейшем развитии данного подхода возможен вывод вероятности аэродинамического взаимодействия частиц полидисперсного материала. Учет дисперсности перегружаемого материала позволит рассчитать оптимальное количество аспирационного воздуха и снизить энергопотребление систем аспирации.*

**Ключевые слова:** аспирация бункеров, загрузка бункеров, полидисперсный материал, эжектирование воздуха, динамика частиц, аэродинамика, обеспыливающая вентиляция.

**Введение.** Значительная часть технологических процессов переработки горных пород сопровождаются загрузками сыпучего материала в различные емкости и бункера.

Расход аспирационного воздуха, удаляемого от местных отсосов является основным параметром, определяющим энергоемкость и стоимость эксплуатации вытяжной вентиляции.

Существующие методики определения расхода эжектируемого воздуха, предполагают замену реального полидисперсного материала неким монофракционным материалом, имеющим частицы некоторого среднего диаметра. Большая часть обрабатываемых материалов являются полидисперсными, что приводит к необходимости введения опытных коэффициентов.

В случае значительной площади загрузочных проемов, что характерно для бункеров силосного типа как правило руководствуются защитной скоростью 0,5–1 м/с, обеспечивающей невыбивание запыленного воздуха из бункера. Такой подход приводит к значительным расходам аспирационного воздуха, не учитывающих как особенностей самого перегружаемого материала, так и аэродинамических процессов протекающих внутри бункера.

В связи с этим уточнение существующих методик расчета и проектирования систем аспирации на предприятиях горноперерабатываю-

щей отрасли является весьма актуальной задачей.

Фундаментальные основы теории эжекции воздуха равноускоренным потоком падающих частиц были заложены С.Е. Бутаковым [1] и развиты О.Д. Нейковым [2]. В последние годы проблемой снижения объемов аспирируемого воздуха в России занимались В.А. Минко, И.Н. Логачев [3], К.И. Логачев [4], изучившие закономерности движения сыпучих материалов по желобам. Так же проблемами аспирации бункеров занимались Семиненко А.С., Гольцов А.Б. [5, 6]. За рубежом известны работы Олифера В.Д. [7], Ze Qin Liu [8]. Однако в трудах этих ученых рассматриваются главным образом монофракционные потоки в то время как большинство перерабатываемых материалов полифракционные.

**Основная часть.** Данная статья является дальнейшим развитием вероятностно-статистического подхода, предложенным ранее в работе авторов [9].

Предполагая, что коэффициент лобового сопротивления частиц  $i$ -й фракции пропорционален вероятности активного аэродинамического взаимодействия этой частицы, под вероятностью  $P_{ai}$  будем понимать отношение количества частиц, находящихся вне аэродинамической тени к общему количеству частиц в рассматривае-

мом объеме двухкомпонентной смеси. В предыдущей статье [9] было доказано, что в случае падения одинаковых по размеру частиц вероятность их затенения пренебрежимо мала. Однако в случае потока полифракционных частиц этой вероятностью пренебрегать нельзя.

Пусть имеем случай равновероятного размещения в рассматриваемом элементарном объеме  $dV = S \cdot dx$  частиц  $d_1, d_2, \dots, d_N$  (причем  $d_1 > d_2 > \dots > d_N$  соответственно) с объемной концентрацией  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ):

$$\beta_i = \frac{G_i}{S \cdot \rho_m \cdot v}, \quad G_i = g_i G, \quad \text{причем } \beta = \sum_{i=1}^N \beta_i \quad (1)$$

где  $g_i$  – массовое содержание в потоке частиц крупностью  $d_i$ , (в долях).

Вероятность размещения одной частицы крупностью  $d_i$  в тени другой частицы той же крупности будет определяться соотношением типа:

$$P_i(A_i) = \frac{\Omega_i}{W_i} \cdot \frac{\beta_i}{1 - \beta_i}, \quad (2)$$

По прежнему можно пренебрегать вероятностью размещения в этой тени второй частицы крупностью  $d_i$ . А вот вероятностью размещения этих частиц в тени более крупных частиц  $d_{i-1}$  пренебрегать нельзя, хотя бы потому, что

$$\frac{\Omega_{i-1}}{W_i} \gg \frac{\Omega_i}{W_i}, \quad (3)$$

Найдем эту вероятность, полагая что вероятность расположения частиц диаметром  $d_i$  в аэродинамической тени одной частицы  $d_{i-1}$  определяется соотношением:

$$P_i(T) = \frac{\Omega_{i-1} \cdot c_{i-1} dV}{dV(1 - \beta)}, \quad (4)$$

Рассмотрим случай падения коллектива не одинаковых по массе частиц (рис. 1).

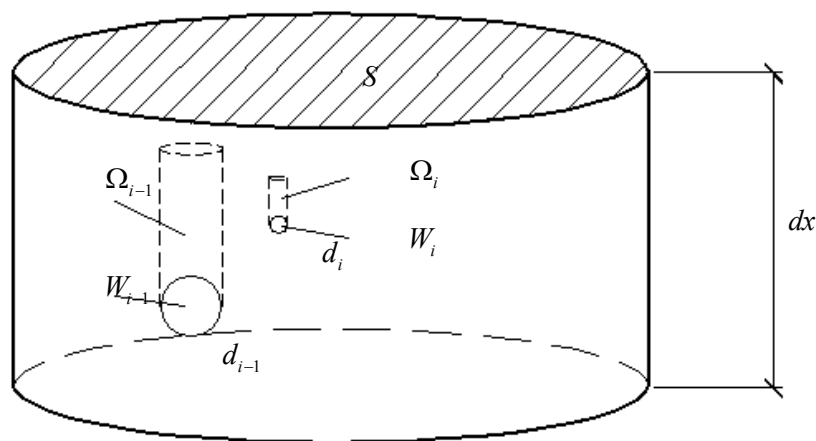


Рис. 1. Элементарный объем струи падающих частиц

Объемная концентрация частиц диаметром  $d_i$  в элементарном объеме  $dV = S \cdot dx$  очевидно равна:

$$\beta_i = \frac{g_i \cdot G}{S \cdot \rho_m \cdot v_i}, \quad (5)$$

где  $v_i$  – скорость частиц диаметром  $d_i$ , м/с.

Тогда число этих частиц в элементарном объеме  $S \cdot dx$

$$\frac{\beta_i \cdot S \cdot dx}{W_i} = c_i \cdot S \cdot dx, \quad (6)$$

где  $c_i$  – счетная концентрация частиц диаметром  $d_i$ , шт/м<sup>3</sup>, равная

$$c_i = \frac{\beta_i}{W_i}, \quad (7)$$

Суммарный объем аэродинамической тени этих частиц в элементарном объеме  $S \cdot dx$ , с учетом того, что

$$\Omega_i = K_i \cdot W_i \quad (K_i \approx 10 \div 100); \quad (8)$$

можно выразить так

$$T_i = c_i \cdot K_i \cdot W_i \cdot S \cdot dx; \quad (9)$$

откуда

$$\frac{T_i}{S \cdot dx} = c_i \cdot K_i \cdot W_i = \frac{\beta_i}{W_i} K_i \cdot W_i = K_i \cdot \beta_i. \quad (10)$$

Все частицы  $i$ -й фракции разделим на два класса: аэродинамически активные частицы, которые с равной возможностью размещены по всему элементарному объему, не занятому частицами всех фракций  $((1 - \beta) \cdot S \cdot dx$ , где

$\beta = \sum_{i=1}^n \beta_i$ ) и класс аэродинамически неактивных частиц, которые размещены в аэродинамической тени как частиц  $i$ -й фракции, так и частиц более крупных фракций. Будем полагать, что активные частицы участвуют в межкомпонентном динамическом взаимодействии, суммарная величина которого представляется в виде суммы аэродинамических сил свободных частиц (без учета эффекта стесненности). Что касается частиц, находящихся в аэродинамической тени, то полагаем, что они не участвуют в этом взаимодействии по двум причинам. Во первых, коэффициент лобового сопротивления затененных частиц намного меньше свободных и во вторых, из-за малости относительной скорости их падения в тени по сравнению с относительной скоростью  $v_i - u$  активных частиц.

Найдем вероятность нахождения частиц крупностью  $d_i$  в аэродинамической тени  $A_i$ . В силу известного определения геометрической вероятности [11] событие нахождения частицы в тени представляет собой отношение меры области, благоприятствующей появлению этого события (в нашем случае объема  $T_i$ ), к мере всей области (свободному от частиц объему  $(1 - \beta) \cdot S \cdot dx$ ) имеем с учетом (10-21):

$$P_i(T_i) = \frac{T_i}{S \cdot dx - \beta \cdot S \cdot dx} = \frac{T_i}{(1 - \beta) \cdot S \cdot dx} = K_i \cdot \frac{\beta_i}{1 - \beta}. \quad (11)$$

Найдем вероятность нахождения частицы с диаметром  $d_i$  в аэродинамической тени более крупной частиц  $d_{i-1}$  ( $d_{i-1} > d_i$ );

Суммарный объем аэродинамической тени частиц диаметром  $d_{i-1}$  составляет

$$T_{i-1} = c_{i-1} \cdot K_{i-1} \cdot W_{i-1} \cdot S \cdot dx = K_{i-1} \cdot \beta_{i-1} \cdot S \cdot dx. \quad (12)$$

Тогда вероятность этого события будет:

$$P_i(T_i) = \frac{T_i}{(1 - \beta) \cdot S \cdot dx} = K_{i-1} \cdot \frac{\beta_{i-1}}{1 - \beta}. \quad (13)$$

Тогда сумма всех вероятностей нахождения частицы с минимальным диаметром  $d_N$  в тени всех более крупных частиц ( $d_1 > d_2 > \dots > d_N$ ):

$$\sum_{i=1}^N P_i(T_{i-1}) = K_1 \cdot \frac{\beta_1}{1 - \beta} + K_2 \cdot \frac{\beta_2}{1 - \beta} + \dots + K_N \cdot \frac{\beta_N}{1 - \beta}, \quad (14)$$

или, если положить  $K_1 = K_2 = \dots = K_N = K$ ;

$$\sum_{i=1}^N P_i(T_{i-1}) = K \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i}{1 - \beta} = K \cdot \frac{\beta}{1 - \beta}, \quad (15)$$

где  $\beta = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_N$  – суммарная объемная концентрация частиц разных размеров в объеме  $S \cdot dx$ .

Тогда коэффициент активного аэродинамического сопротивления частиц (находящихся вне теней) с диаметром  $d_N$ :

$$\psi_{(d_N)} = \left( 1 - K \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \beta_{(d_i)}}{1 - \beta} \right) \cdot \psi_0, \quad (16)$$

где  $\psi_0$  – коэффициент лобового сопротивления одиночной (свободной) частицы диаметром  $d_N$ .

Соответственно для частиц с диаметром  $d_{N-1}$ :

$$\psi_{(d_{N-1})} = \left( 1 - K \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \beta_{(d_i)}}{1 - \beta} \right) \cdot \psi_0 \quad (17)$$

или в общем виде для частиц с диаметром  $d_j > d_N$ :

$$\psi_{(d_i)} = \left( 1 - K \cdot \frac{\sum_{i=1}^i \beta_{(d_i)}}{1 - \beta} \right) \cdot \psi_0 \quad (18)$$

Может оказаться, что суммарная аэродинамическая тень более крупных частиц  $K \cdot \sum_{i=1}^i \beta_{(d_i)}$  будет больше свободной (от всех частиц) части объема воздуха  $1 - \beta$ . Тогда коэффициент  $\psi_{(d_i)}$  будет меньше нуля (в силу того что  $K \cdot \sum_{i=1}^i \beta_{(d_i)} > (1 - \beta_i)$ ) и в расчетах нужно принимать для частиц этих фракций  $\psi_{(d_i)} = 0$ . Т.е. мы имеем случай "пересечения" аэродинамических теней крупных частиц, а все мелкие частицы переходят в класс неактивных частиц.

Аэродинамическое воздействие на воздух коллектива падающих частиц в струе полифракционного материала (сумма аэродинамических сил) определяет в одномерном приближении изменение количества движения эжектируемого воздуха в силу (9):

$$d((1 - \beta) \cdot \rho \cdot u \cdot S) \cdot u = \left( \sum_{i=1}^N R_i \cdot c_i \right) \cdot S \cdot dx, \quad (19)$$

где  $c_i$  – счетная концентрация этих частиц в элементарном объеме струи  $S \cdot dx$ ,  $1/m^3$ ;  $R_i$  – аэродинамическая сила динамического взаимо-

действия одиночной частицы диаметром  $d_i$ , [м], определяемая с помощью коэффициента аэродинамического сопротивления:

$$R_i = \psi_i \cdot F_{mi} \cdot \rho \cdot \frac{(v_i - u)^2}{2}. \quad (20)$$

В дальнейшем будем полагать  $S = const$ , падение частиц равноускоренное:

$$v_i = v = \sqrt{2 \cdot g \cdot x + v_0^2}, \quad (21)$$

где  $g=9,8$  – ускорение силы тяжести, м/с<sup>2</sup>;  $x$  – высота свободного падения, м;  $v_0$  – начальная скорость падения (при  $x = 0$ ), м/с.

Коэффициент лобового сопротивления определяется соотношением (18).

Обозначим выражение в скобках правой части уравнения (30)

$$S_a = \sum_{i=1}^N R_i \cdot c_i, \text{ Н/м}^3 \quad (22)$$

представляющую собой сумму аэродинамических сил всех частиц полифракционного материала в единице объема потока этих частиц. Сопоставим эту величину с усредненной суммой сил межкомпонентного взаимодействия в единице объема потока частиц со среднемассовым диаметром  $d_y$ ,

$$d_y = \sum_{i=1}^N g_i \cdot d_i, \text{ м} \quad (23)$$

т.е. с аэродинамической силой потока ускоренных частиц крупностью  $d_y$ , и усредненным коэффициентом лобового сопротивления, определяемым эмпирическим соотношением [3]:

$$\psi^* = \frac{\psi_0}{\exp\left(-\frac{1,8}{d_{cp} \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\beta_y \cdot 10^3}\right)}, \quad (24)$$

где  $\psi_0$  – коэффициент лобового сопротивления одиночной частицы,  $d_y$  – усредненный диаметр частиц, м;  $\beta_y$  – усредненная объемная концентрация частиц в потоке, равная:

$$\beta_y = \frac{G}{S \cdot \rho_m \cdot 0,5(v_{1n} + v_{1k})}. \quad (25)$$

В формуле (25)  $v_{1n}$ ,  $v_{1k}$  – соответственно скорости частиц в начале и в конце желоба, м/с.

Итоговая формула для расчетной суммарной силы межкомпонентного взаимодействия в этом случае примет вид:

$$S_y = \beta_y \frac{6}{\pi d_y^3} \cdot \psi^* \cdot \frac{\pi d_y^2}{4} \cdot \rho \cdot \frac{(v-u)^2}{2}, \text{ Н/м}^3$$

или

$$S_u = \psi^* \cdot \beta_y \frac{6}{4 \cdot d_{cp}} \cdot \rho \cdot \frac{(v-u)^2}{2}. \text{ Н/м}^3 \quad (26)$$

Вернемся к формуле (22). Учитывая, что

$$R_i = \psi_i \cdot \frac{\pi d_i^2}{4} \cdot \rho \cdot \frac{(v-u)^2}{2}, \quad (27)$$

$$c_i = \frac{\beta_i}{\frac{\pi d_i^3}{6}}, \quad (28)$$

расчетная формула для  $S_a$  примет вид:

$$S_a = \psi_c \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{\beta_y}{d_y} \cdot \rho \cdot \frac{(v-u)^2}{2}, \quad (29)$$

где приняв  $\psi_{0i} = \psi_0 = const$ ,

$$\psi_c = \frac{d_y}{\beta_y} \sum_{i=N}^1 \psi(d_i) \frac{\beta(d_i)}{d_i}$$

$$\psi(d_i) = \psi_0 \cdot \left( 1 - K \frac{\sum_{i=N}^j \beta(d_i)}{1 - \beta} \right) \quad (30)$$

и полагая, что в поперечном сечении струи  $v$ ,  $u$ ,  $\rho = const$  имеем:

$$S_a = \frac{3}{4} \rho (v-u)^2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i}{d_i} \cdot \psi_i. \quad (31)$$

**Заключение.** Поток падающего материала условно разделяется на аэродинамически активные частицы и частицы, находящиеся в аэродинамической тени и не участвующие в силах аэродинамического взаимодействия при эжектировании воздуха в свободных струях падающего материала.

**Выводы.** Произведен аналитический вывод вероятности активного воздействия частиц на воздух в свободной струе падающего материала, позволяющий не прибегая к эмпирическим соотношениям определить эжектирующую способность этой струи. Усовершенствованная методика расчета расхода аспирационного воздуха при загрузках бункеров силосного типа, позволит снизить энергоемкость систем аспирации.

*\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 14-41-08005 р офи м), а так же в рамках НИР «Разработка методик расчета систем обеспыливания и исследование*

условий загрузки бункеров с учетом дисперсности материалов» НИР: Б8/13.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бутаков С.Е. Аэродинамика систем промышленной вентиляции. М.: Профиздат, 1949. 268 с.
2. Нейков О.Д., Логачев И. Н. Аспирация и обеспыливание воздуха при производстве порошков. М.: Металлургия, 1981. 192 с.
3. Обеспыливающая вентиляция: монография / В.А. Минко, И.Н. Логачев, К.И. Логачев и др.; под общ. ред. В.А. Минко. Белгород: изд-во БГТУ, 2010. 565 с.
4. Logachev K.I., Averkova O.A., Tolmacheva E.I., Logachev A.K., and Dmitrienko V.G., 2016. Modeling of Air and Dust Flows in the Range of Action of a Round Suction Funnel Above an Impermeable Plane. Refractories and Industrial Ceramics, 57: 103–107.
5. Попов Е.Н., Семенов А.С. Определенные объемы аспирационного воздуха при обеспыливании бункеров // Наука и молодежь в начале нового столетия: Материалы III Международной науч.-практ. конф. Губкин: ИП Уваров В.М. 2010. С. 71–75.
6. Гольцов А.Б., Киреев В.М., Попов Е.Н. Проблемы комплексного обеспыливания при переработке рудных материалов // Сборник трудов № 4. Воронеж: изд-во ВГАСУ, 2007. С. 123–129.
7. Гервасьев А. М., Олифер В. Д. Некоторые результаты исследования процессов, происходящих при перегрузке сыпучих материалов по вертикальным желобам. – В об. Обеспыливающая вентиляция / ВНИОТ г. Свердловск. 1973. С. 3–9.
8. Liu Ze Qin, 2003. Air entrainment in free falling bulk materials, Doctor of Philosophy thesis, Faculty of Engineering, University of Wollongong.
9. Логачев И.Н., Попов Е.Н. Вероятностно-статистический подход к описанию аэродинамического взаимодействия коллектива падающих частиц с воздухом // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2016. №10. С. 120–123
10. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Книга по Требованию, 2012. 466 с.
11. Пулачев В.С. Теория вероятности к математической статистике. Москва: Наука, 1979. С. 496.

**Logachev I.N., Popov E.N.**

### PROBABILITY AND STATISTICAL APPROACH TO THE DESCRIPTION OF AERODYNAMIC INTERACTION OF COLLECTIVE OF INCIDENT PARTICLES WITH AIR

*In the mountain industry a considerable part of technological processes are followed by loadings of bulk in various capacities and the bunker. When loading bunkers of silage type self-dumping carts the problem of knocking-out of dust from loading apertures is particularly acute especially. Work is devoted to improvement of methods of calculation of aspiration when loadings bunkers of silage type by polydisperse material. New statistical approach to the accounting of conditions of constraint on coefficient of front resistance of particles in the conditions of a free stream of the falling material is offered. When falling a free stream of material of a particle of larger fractions shade small and dust particles which aerodynamic resistance in such conditions isn't considerable. Analytical conclusion of probability of active impact on air of the particles which are out of an aerodynamic shadow that allows to receive a technique of assessment of ezhektiruyushchy ability of a stream of particles at dust removal of bunkers of silage type has been offered. At further development of this approach a conclusion of probability of aerodynamic interaction of particles of polydisperse material is possible. The accounting of dispersion of the overloaded material will allow to calculate optimum amount of aspiration air and to reduce energy consumption of systems of aspiration.*

**Key words:** aspiration of bunkers, loading of bunkers, unequigranular material, ejection of air, loudspeaker of particles, aerodynamics, dedusting ventilation.

**Логачев Иван Николаевич**, доктор технических наук, профессор кафедры теплогазоснабжения и вентиляции. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.  
E-mail: kilogachev@mail.ru

**Попов Евгений Николаевич**, старший преподаватель кафедры теплогазоснабжения и вентиляции. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.  
E-mail: evg-popov@yandex.ru