Кочерженко В.В., канд. техн. наук, проф., Никулина Ю. А., студент Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## МЕТОДИКА РАСЧЁТА ПРОГИБОВ В ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ Элементах прямоугольного сечения на любом этапе их нагружения

## naiklins@yandex.ru

На основе модифицированного варианта нелинейной деформационной модели силового сопротивления железобетона разработана методика для определения прогибов изгибаемых элементов прямоугольного сечения. Приведены аналитические зависимости, используемые для вычисления кривизн сечений в зависимости от действующих на них изгибающих моментов. Для удобства практического применения предлагаемой методики расчета приведены алгебраические выражения, обеспечивающие определение интегральных геометрических характеристик эпюр напряжений в сжатой и растянутой зонах бетона рассматриваемого прямоугольного сечения. С целью построения графиков «нагрузка – прогиб» для изгибаемых железобетонных элементов составлен алгоритм, реализованный в программе расчёта для персонального компьютера. С её помощью были выполнены численные исследования, некоторые результаты которых представлены в статье.

**Ключевые слова:** прогиб балки, кривизна сечения, сечение с трещиной, деформационная расчетная модель, диаграммы состояния бетона и арматуры, изгибаемый элемент, прямоугольное сечение, численный эксперимент.

Железобетон как конструкционный материал отличается рядом характерных особенностей, напряженнозависящих ОТ вида деформированного состояния и создающих определенные трудности при разработке расчётных методик и алгоритмов для их реализации. Неоднородность, анизотропия, существенная нелинейность, заключающаяся в отсутствии пропорциональной связи между напряжениями и деформациями, трещинообразование и другие специфические свойства железобетона проявляются уже на ранних стадиях деформирования [1, 4, 5, 14].

Проводимые в последние годы исследования железобетонных конструкций, как правило, базируются на использовании диаграмм механического состояния арматуры и бетона [2, 3, 4, 7, 9, 13, 15].

В соответствии с рекомендациями работы [12] диаграммы состояния бетона при сжатии и растяжении принимаются без ниспадающих участков и характеризуются следующими параметрами: начальным модулем упругости  $E_{b2}$ , предельными сопротивлениями сжатию  $R_b$  и растяжению  $R_{bt}$ , а также соответствующими предельными относительными деформациями  $\varepsilon_{bu}$  и  $\varepsilon_{btu}$  (рис. 1). Для их аналитического описания используем дробно-рациональную функцию следующего вида:

$$\sigma_i = \frac{E_{b2} \varepsilon_i (1 + D_j \varepsilon_i)}{1 + C_i \varepsilon_i}, \qquad (1)$$

где  $E_{b2}$  – начальный модуль упругости бетона, общий для неоднородного сжатия и растяжения

(см. рис. 1);  $D_j$ ,  $C_j$  – параметры нелинейности деформирования бетона при неоднородном сжатии и растяжении, получаемые путем трансформирования исходных (эталонных) диаграмм на основе использования соответствующих энергетических критериев разрушения бетона (j=b2 – для диаграмм неоднородного сжатия, j=bt2 – то же, растяжения);  $\sigma_i$ ,  $\varepsilon_i$  – текущие значения напряжений и деформаций сжатия (i=b) и растяжения (i=bt).

Методика определения параметров  $E_{b2}$ ,  $D_{b2}$ ,  $C_{b2}$ ,  $D_{bt2}$ ,  $C_{b2}$ ,  $C_{bt2}$ ,  $c_{bt2}$ ,  $\varepsilon_{bu}$ ,  $\varepsilon_{bu}$ ,  $\varepsilon_{btu}$  представлена в работах [10, 11].

Каждая из диаграмм (рис. 2, а, б) разбита на три участка: первый из них линейный и два последующих нелинейные. Таким образом, для описания обеих диаграмм целесообразно применить кусочную функцию универсального типа, состоящую из одного линейного и двух нелинейных уравнений. Так, кусочная функция для описания диаграммы растяжения арматурной стали с физической площадкой текучести (рис. 2,  $\delta$ ) имеет вид:

при  $0 < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{el}$ 

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s , \qquad (2)$$

при  $\varepsilon_{el} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yf}$ 

$$\sigma_{s} = \sigma_{el} + \frac{E_{s}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{el})[1 + D_{s1}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{el})]}{1 + C_{s1}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{el})}, \quad (3)$$

при  $\varepsilon_{yf} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_u$ 

$$\sigma_{s} = \sigma_{y} + \frac{E_{s2}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{yf})[1 + D_{s2}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{yf})]}{1 + C_{s2}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{yf})}, \quad (4)$$

где  $E_{sn}$  – начальный модуль упругости арматуры;  $\sigma_{el}$ ,  $\varepsilon_{el}$  – предел упругости и соответствующая относительная деформация арматуры;  $\sigma_y$  – предел текучести арматуры;  $\varepsilon_{yf}$  – относительная

деформация в конце площадки текучести;  $\sigma_u$ ,  $\varepsilon_u$  – временное сопротивление и предельная относительная деформация при разрыве арматуры;  $C_{s1}$ ,  $D_{s1}$ ,  $C_{s2}$ ,  $D_{s2}$  – параметры нелинейности кусочной функции, описывающей, соответственно, второй и третий участки диаграммы;  $E_{s2}$  – модуль упругости арматуры в начальной точке третьего участка.



Рис. 1. Диаграммы деформирования бетона при неоднородном сжатии (кривая 1) и растяжении (кривая 2)

Рассмотрим принимаемые в расчётной методике диаграммы растяжения арматуры (рис. 2).



Рис. 2. Диаграммы растяжения арматурной стали: *а* – арматура без физической площадки текучести; *б* – то же, с физической площадкой текучести

Для описания диаграммы растяжения арматурной стали без физической площадки текучести (рис. 2, *a*) используются зависимости, аналогичные (2)...(4) с учетом замены параметров  $\sigma_y$  и  $\varepsilon_{yf}$  на  $\sigma_{0,2}$  и  $\varepsilon_{0,2}$ . Выражения для определения параметров нелинейности ( $C_{s1}$ ,  $D_{s1}$ ,  $E_{s2}$ ,  $C_{s2}$ ,  $D_{s2}$ ) для сплайн-уравнений (3) и (4) в полном виде представлены в работе [9].

В соответствии с [5, 6] прогиб изгибаемых железобетонных элементов определяют по формуле:

$$f_m = \int_0^L \overline{M}_x (1/r)_x dx , \qquad (5)$$

где  $\overline{M}_x$  – изгибающий момент в сечении x от действия единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения элемента в сечении по длине пролета L;  $(1/r)_x$  – кривизна балки в сечении x от нагрузки, при которой определяется прогиб.

Вычисление прогиба производят путем разбиения элемента на ряд участков, определения кривизны на границах этих участков (с учетом отсутствия или наличия трещин и знака кривизны) и перемножения эпюр моментов  $\overline{M}_x$  и кривизны  $(1/r)_x$  по длине элемента при линейном распределении кривизны в пределах каждого участка. Таким образом, для характерных сечений изгибаемого железобетонного элемента необходимо получить зависимости "моменткривизна".

При этом кривизна на участках железобетонной балки без трещин находится по формуле:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{st}}{h_0}, \qquad (6)$$

где  $\varepsilon_{bc}$  и  $\varepsilon_{st}$  – относительные деформации фибрового волокна сжатого бетона и крайнего растянутого арматурного стержня в рассматриваемом сечении;  $h_0$  – расстояние между крайним сжатым волокном бетона и растянутым арматурным стержнем.

Применительно к данной стадии деформирования (до образования трещин) расчетная схема поперечного сечения изгибаемого железобетонного элемента, соответствующая общепринятым для деформационной модели гипотезам и допущениям, представлена на рис. 3.

Уравнения равновесия в традиционной форме их записи имеют вид:

$$bx_c \omega_c \sigma_{bc} + \sigma_{sc} A_{sc} - bx_t \omega_t \sigma_{bt} - \sigma_{st} A_{st} = 0, \qquad (7)$$

$$M_{i} = bx_{c}^{2}\omega_{i}\gamma_{c}\sigma_{bc} + \sigma_{sc}A_{sc}(x_{c} - a_{c}) + bx_{i}^{2}\omega_{t}\gamma_{i}\sigma_{bt} + \sigma_{st}A_{st}(h - x_{c} - a_{t}),$$

$$\tag{8}$$

где  $M_i$  – известный из статического расчёта изгибающий момент в сечении изгибаемого железобетонного элемента на участке без трещин;  $\omega_c$ ,  $\omega_t$ ,  $\gamma_c$ ,  $\gamma_t$  – интегральные геометрические характеристики эпюр напряжений в сжатой и растянутой зонах бетона;  $x_c$ ,  $x_t$  – размеры сжатой и растянутой зон бетона;  $\sigma_{sc}$ ,  $\sigma_{st}$  – напряжения в сжатой и растянутой арматуре. Назначение остальных параметров понятно из рисунка 3.



Рис. 3. Схема распределения деформаций, напряжений и усилий в нормальном сечении изгибаемого железобетонного элемента на участке без трещин

Коэффициенты полноты эпюр напряжений в сжатой и растянутой зонах бетона ( $\omega_c$ ,  $\omega_t$ ) и относительные расстояния от центров тяжести

эпюр до нейтральной оси ( $\gamma_c$ ,  $\gamma_t$ ) находятся с использованием следующих зависимостей:

$$\omega_{c} = \frac{E_{b2}}{\sigma_{bc}C_{b2}} \left\{ \frac{D_{b2}\varepsilon_{bc}}{2} + \left(1 - \frac{D_{b2}}{C_{b2}}\right) \times \left[1 - \frac{\ln(1 + C_{b2}\varepsilon_{bc})}{C_{b2}\varepsilon_{bc}}\right] \right\},\tag{9}$$

$$\omega_{t} = \frac{E_{b2}}{\sigma_{bt}C_{bt2}} \left\{ \frac{D_{bt2}\varepsilon_{bt}}{2} + \left(1 - \frac{D_{bt2}}{C_{bt2}}\right) \times \left[1 - \frac{\operatorname{Ln}(1 + C_{bt2}\varepsilon_{bt})}{C_{bt2}\varepsilon_{bt}}\right] \right\},\tag{10}$$

$$\gamma_{c} = \frac{\frac{D_{b2}\varepsilon_{bc}}{3} + \left(1 - \frac{D_{b2}}{C_{b2}}\right) \times \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{C_{b2}\varepsilon_{bc}} \cdot \left(1 - \frac{\ln(1 + C_{b2}\varepsilon_{bc})}{C_{b2}\varepsilon_{bc}}\right)\right]}{\frac{D_{b2}\varepsilon_{bc}}{2} + \left(1 - \frac{D_{b2}}{C_{b2}}\right) \times \left[1 - \frac{\ln(1 + C_{b2}\varepsilon_{bc})}{C_{b2}\varepsilon_{bc}}\right]},$$
(11)

$$\gamma_{t} = \frac{\frac{D_{bt2}\varepsilon_{bt}}{3} + \left(1 - \frac{D_{bt2}}{C_{bt2}}\right) \times \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{C_{bt2}\varepsilon_{bt}} \cdot \left(1 - \frac{\ln(1 + C_{bt2}\varepsilon_{bt})}{C_{bt2}\varepsilon_{bt}}\right)\right]}{\frac{D_{bt2}\varepsilon_{bt}}{2} + \left(1 - \frac{D_{bt2}}{C_{bt2}}\right) \times \left[1 - \frac{\ln(1 + C_{bt2}\varepsilon_{bt})}{C_{bt2}\varepsilon_{bt}}\right]}.$$
(12)

С учетом принятой гипотезы плоских сечений для рассматриваемого железобетонного элемента записываются следующие условия деформаций:

$$\frac{\varepsilon_{bt}}{x_t} = \frac{\varepsilon_{bc}}{x_c},\tag{13}$$

$$x_t = h - x_c , \qquad (14)$$

$$\frac{\varepsilon_{st}}{\varepsilon_{bc}} = \frac{h - a_t}{x_c} - 1, \qquad (15)$$

$$\frac{\varepsilon_{sc}}{\varepsilon_{bc}} = 1 - \frac{a_c}{x_c} \,. \tag{16}$$

Величину фибрового напряжения бетона  $\sigma_{bc}$  получаем с использованием зависимости (1), а неизвестные напряжения в сжатой и растянутой арматуре  $\sigma_{sc}$ ,  $\sigma_{st}$  находим с помощью универсальной кусочной функции (2)...(4).

В результате решения полученной системы уравнений определяем параметры НДС изгибаемого железобетонного элемента в сечении без трещин, в том числе искомые величины относительных деформаций  $\varepsilon_{bc}$ ,  $\varepsilon_{st}$ , которые используются для вычисления кривизны по формуле (6).

Схема железобетонного элемента после образования трещин в растянутой зоне бетона представлена на рисунке 4. При этом действующий внешний изгибающий момент ( $M_i$ ) считается заданным.



Рис. 4. Схема распределения деформаций, напряжений и усилий в сечении изгибаемого железобетонного элемента на участке с трещиной

Уравнения равновесия совпадают с зависимостями (7) и (8) с учётом замены переменной  $\sigma_{bt}$ , вместо которой подставляют предельное сопротивление бетона растяжению  $R_{bt}$ . Такая же замена переменной осуществляется в выражении (10), используемого для нахождения коэффициента полноты эпюры напряжений в растянутой зоне бетона ( $\omega_t$ ). Ещё один параметр  $\varepsilon_{bt}$ подлежит замене в зависимостях (10) и (12) на свою предельную величину  $\varepsilon_{btu}$ . Расчётные выражения (9) и (11) для определения коэффициентов  $\omega_c$  и  $\gamma_c$  применяются без изменений.

Из четырёх представленных выше условий деформаций для рассматриваемого участка железобетонного элемента (см. рис. 4) используются три (13), (15) и (16). При этом в соотношении (13) также предусмотрена замена параметра: вместо  $\varepsilon_{bt}$  подставляется  $\varepsilon_{btu}$ .

Неизвестные величины напряжений в бетоне и арматуре  $\sigma_{bc}$ ,  $\sigma_{sc}$ ,  $\sigma_{st}$  находим с использованием зависимостей (1) и (2)...(4).

В результате решения полученной системы уравнений вычисляем параметры НДС изгибаемого железобетонного элемента на участке с трещиной, в том числе величины относительных деформаций  $\varepsilon_{bc}$ ,  $\varepsilon_{st}$ , которые необходимы для определения кривизны [2, 3, 8]:

$$\frac{1}{r} = \frac{\Psi_b \varepsilon_{bc} + \Psi_s \varepsilon_{st}}{h_0}, \qquad (17)$$

где  $\psi_b$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения деформаций сжатого бетона между трещинами и принимаемый равным 0,9 [5];  $\psi_s$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения деформаций растянутой арматуры между трещинами.

Значение коэффициента  $\psi_s$  вычисляется по методике, изложенной в работе [8].

Для определения прогибов железобетонных балочных конструкций разработан алгоритм для его реализации на персональном компьютере, который был включён в состав разработанной ранее [11] программы "Balka\_1".

В качестве исследуемого образца принят изгибаемый железобетонный элемент с размерами поперечного сечения ( $b \times h = 25 \times 40$  см) пролетом 3 м, нагруженный равномерно распределённой нагрузкой. Площадь арматуры в зависимости от процентов армирования (0,5 %; 1,0 %; 1,5 %; 2,0 %; 3,0 %; 5,0 %) имела следующие значения:  $A_s = 4,52$  см<sup>2</sup>; 10,18 см<sup>2</sup>; 14,70 см<sup>2</sup>; 20,36 см<sup>2</sup>; 30,18 см<sup>2</sup>;50,24 см<sup>2</sup>. Деформативнопрочностные характеристики бетонов приведены в таблице 1.

Таблица 1

| Класс  | $R_b$ , | $R_{bt}$ , | $E_{bn}$ , | $\varepsilon_{bR} \times 10^5$ | $\varepsilon_{btR} \times 10^5$ |
|--------|---------|------------|------------|--------------------------------|---------------------------------|
| бетона | МПа     | МПа        | МПа        |                                |                                 |
| B15    | 11,0    | 1,10       | 24000      | 173,48                         | 8,54                            |
| B30    | 22,0    | 1,75       | 32500      | 197,56                         | 9,51                            |
| B50    | 36,0    | 2,45       | 38000      | 220,98                         | 10,72                           |
| B70    | 50,0    | 3,00       | 41000      | 240,39                         | 11,66                           |

Прочностные и деформативные характеристики бетонов для численного эксперимента

Значения соответствующих опорных точек для описания диаграмм деформирования арматурных сталей классов А240, А400 и А600 представлены в таблице 2, в которой приняты следующие обозначения:  $\beta_{el}$  – расчётный предел упругости;  $\sigma_y$  ( $\sigma_{0,2}$ ) - физический (условный) предел текучести;  $\sigma_u$  – временное сопротивление разрыву;  $\lambda_y$  – длина физической площадки текучести;  $\sigma_{0,5}$  – напряжение, при котором остаточная деформация в высокопрочной арматуре составляет 0,5%;  $\delta_u$  – полное удлинение перед разрывом.

В процессе численных исследований варыровали следующими исходными характеристиками: прочностью бетона (B15, B30, B50, B70); классами растянутой арматуры (A400; A600); содержанием растянутой арматуры в сечении элемента ( $\mu_s$ =0,5 %, 1,0 %, 1,5 %; 2,0 %; 3,0 %; 5,0 %) при постоянном количестве сжатой арматуры класса A240 ( $\mu'_s$ =0,5 %). Расчёты были выполнены для 20 балок.

Таблица 2

| Класс    | $\beta_{el}$ | $\sigma_y(\sigma_{0,2}),$ | $\sigma_{u},$ | λ,  | $\sigma_{0,5}$ , | E <sub>s</sub> , | δ <sub>u</sub> , |
|----------|--------------|---------------------------|---------------|-----|------------------|------------------|------------------|
| арматуры |              | МПа                       | МПа           | %   | МПа              | МПа              | %                |
| A240     | 0,97         | 240                       | 380           | 2,0 | _                | 200000           | 25,0             |
| A400     | 0,95         | 400                       | 600           | 0,8 | -                | 200000           | 16,0             |
| A600     | 0,4          | 600                       | 900           | _   | 710              | 200000           | 2,0              |

Значения опорных точек для диаграмм деформирования арматуры классов А400 и А600

Полученные в процессе численных исследований результаты расчётов представлены в виде графиков «нагрузка – прогиб» на рисунках 5, 6, 7, 8. Их анализ позволяет выявить влияние рассматриваемых факторов на максимальные прогибы изгибаемых железобетонных элементов:

– качественный характер графиков, представленных на рисунках 5 и 6, свидетельствует о существенном влиянии на них такого свойства арматуры как наличие или отсутствие физической площадки текучести. Для арматуры класса А400 на всех графиках (см. рис. 5) наблюдается их излом, соответствующий проявлению свойства текучести данной арматуры;

– повышение прочности бетона от B15 до B70 при неизменном армировании ( $\mu_s = 1,0$  %) обеспечивает относительно небольшое повышение предельной величины равномернораспределённой нагрузки (на 45 %), но предельные прогибы при этом возрастают в 5 раз (см. рис. 5), что даёт основание считать малоэффективным применение высокопрочного бетона в изгибаемых элементах с арматурой класса A400;

– аналогичное повышение прочности бетона при использовании арматуры класса A600 ( $\mu_s = 1,0$ %) обеспечивает существенно большее повышение предельной величины равномернораспределённой нагрузки (в 2,3 раза), а предельные прогибы при этом возрастают в 3 раза (см. рис. 6), что свидетельствует о допустимости применения высокопрочных бетонов в изгибаемых элементах с арматурой класса A600;

 исследование влияния содержания рабочей арматуры класса А400 в изгибаемых железобетонных элементах при неизменной прочности бетона (В30), представленное на рис. 7, показывает, что повышение процента армирования в диапазоне от 1,5 до 3,0 % наиболее эффективно, так как при этом предельная величина равномерно-распределённой нагрузки увеличивается в 1,7 раза без изменения значений прогибов (менее 5%);

 аналогичное увеличение содержания рабочей арматуры класса А600, представленное на рис. 8, показывает, что повышение процента армирования в диапазоне от 1,0 до 5,0 % наиболее эффективно, так как при этом предельная величина равномерно-распределённой нагрузки увеличивается в 1,6 раза с уменьшением значений прогибов в 2,0 раза.



Рис. 5. Графики «нагрузка – прогиб» для изгибаемых железобетонных элементов пролётом 3 м с постоянным содержанием арматуры класса А400 (µ<sub>s</sub> = 1,0%) в зависимости от прочности бетона: 1 – B15; 2 – B30; 3 – B50; 4 – B70



Рис. 6. Графики «нагрузка – прогиб» для изгибаемых железобетонных элементов пролётом 3 м с постоянным содержанием арматуры класса А600 (µ<sub>s</sub> = 1,0%) в зависимости от прочности бетона: 1 – B15; 2 – B30; 3 – B50; 4 – B70



Рис. 7. Графики «нагрузка – прогиб» для изгибаемых железобетонных элементов пролётом 3 м с неизменной прочностью бетона (B30) в зависимости от различного содержания арматуры класса A400: 1 – 0,5 %; 2 – 1,0 %; 3 – 1,5 %; 4 – 2,0%; 5 – 3,0 %; 6 – 5,0 %



Рис. 8. Графики «нагрузка – прогиб» для изгибаемых железобетонных элементов пролётом 3 м с неизменной прочностью бетона (B30) в зависимости от различного содержания арматуры класса A600: 1 – 0,5 %; 2 – 1,0 %; 3 – 1,5 %; 4 – 2,0 %; 5 – 3,0 %; 6 – 5,0 %

В заключение следует отметить, что поскольку представленная методика определения величин максимальных прогибов в изгибаемых железобетонных элементах построена без привлечения эмпирических зависимостей, то можно говорить о возможности её применения для любых классов и видов арматурных сталей и конструкционных бетонов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Изд-во АСВ, 2004. 472 с.

2. Залесов А.С., Мухамедиев Т.А., Чистяков Е.А. Расчет трещиностойкости железобетонных конструкций по новым нормативным документам // Бетон и железобетон. 2002. № 5. С. 15–19.

3. Залесов А.С., Чистяков Е.А., Ларичева И.Ю. Новые методы расчета железобетонных элементов по нормальным сечениям на основе деформационной расчетной модели // Бетон и железобетон. 1997. № 5. С. 31–34.

4. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.

5. Кодыш Э.Н., Никитин И.К., Трекин Н.Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжёлого бетона по прочности, трещиностойкости и по деформациям. М.: Изд-во АСВ, 2011. 352 с.

6. Колмогоров А.Г., Плевков В.С. Расчёт железобетонных конструкций по российским и зарубежным нормам. М.: Изд-во АСВ, 2011. 496 c.

7. Митасов В.М., Адищев В.В. Основные положения энергетической теории сопротивления железобетона // Известия вузов. Строительство. 2010. № 6. С. 3–7.

8. Никулин А.И. Совершенствование методики расчета кривизн для участков изгибаемых железобетонных элементов с трещинами в растянутой зоне // Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт. 2005. № 1–2. С. 37–42.

9. Никулин А.И. Универсальная зависимость для аналитического описания диаграмм растяжения арматурной стали // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2015. № 3. С. 157–162.

10. Никулин А.И. Энергетический подход к трансформированию эталонных диаграмм сжатия бетона // Бетон и железобетон. 2013. № 5. С. 12–14.

11. Никулин А.И., Обернихин Д.В., Никулина Ю.А. Предельная прочность изгибаемых железобетонных элементов на основе применения энергетического критерия разрушения бетона // Безопасность строительного фонда России.

Проблемы и решения: материалы Международных академических чтений. Курск: Курск. гос. ун-т, 2014. С. 98–107.

12. Никулин А.И., Фролов Н.В., Никулина Ю.А. Трещиностойкость изгибаемых железобетонных элементов с учетом использования в растянутой зоне различных сочетаний стальной и стеклопластиковой арматуры // Бетон и железобетон. 2015. № 3. С. 18–22.

13. Обернихин Д.В., Никулина Ю.А. Численные исследования прочности изгибаемых железобетонных элементов трапециевидного и прямоугольного сечений // Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения: материалы международных академических чтений. Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2015. С. 175–183.

14. Смоляго Г.А., Корсунов Н.И., Крючков А.А., Луценко А.Н. Деформативность стержневых железобетонных изгибаемых элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2007. № 8. С. 38–39.

15. Тамразян А.Г. Особенности расчета изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного сечения согласно ЕС2 // Бетон и железобетон. 2012. № 1. С. 19–23.

## Kocherzhenko V.V., Nikulina Ju.A.

THE CALCULATING METHOD OF THE DEFLECTION IN BENDING CONCRETE ELEMENTS OF RECTANGULAR CROSS SECTION AT ANY STAGE OF THEIR LOADING

Based on a modified version of the nonlinear deformation model of the power of reinforced concrete resistance a method for determining the deflection bent rectangular cross section elements was developed. Analytical dependences, used to calculate the curvature of sections depending on acting on them bending moments, are shown. For the convenience of the practical application of the proposed method of calculation the algebraic expressions, ensuring the definition of integrated geometric characteristics diagrams of stresses in the compressed and stretched zones of the considered rectangular concrete, are given. For a view to charting "load - deflection" for bending elements an algorithm, implemented in the calculation program for PC, was compiled. With its help the numerical studies, some results of which are presented in the article, were performed.

**Key words**: deflection of the beam, sectional curvature, cracked-section, deformation calculation model, the state diagram of concrete and reinforcement, bent element, a rectangular cross-section, numerical experiment.

Кочерженко Владимир Васильевич, кандидат технических наук, профессор кафедры строительства и городского хозяйства.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46. E-mail: vvkpgs1946@yandex.ru

Никулина Юлия Александровна, студент кафедры строительства и городского хозяйства. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46. E-mail: naiklins@yandex.ru