

Попов А. Н., канд. техн. наук, доц.,
Волков В. В., канд. физ.-мат. наук, доц.,
Хатунцев А. А., аспирант

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия
им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж)

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМАЦИИ АЭРОДРОМНОГО ПОКРЫТИЯ ПО КРИТЕРИЮ ПРОЧНОСТИ ДРУКЕРА-ПРАГЕРА

anton.hatun@yandex.ru

Надежность расчетов толщины покрытий зависит от правильности выбора расчетной модели основания. Общим недостатком рекомендуемых к применению моделей является игнорирование нелинейного характера поведения грунта в процессе накопления пластических деформаций. В общем случае грунт является нелинейно-деформируемым материалом, в котором зависимость между нагрузкой и осадкой площадки, передающей нагрузку, имеет криволинейное очертание. Напряженно-деформированное состояние таких материалов описывается в более сложных упруго-пластических моделях.

В ходе исследований разработана расчетная модель бетонной плиты на упруго-пластичном основании под воздействием многоколесной нагрузки, граничные условия. По результатам расчета в программном комплексе COMSOL получены изополя нормальных напряжений, деформаций, зоны пластических деформаций, показавшие хорошую сходимость с экспериментальными данными и расчетами по стандартной методике.

Ключевые слова: упруго-пластическая модель, критерий прочности, метод конечных элементов.

Развитие современной авиационной техники предъявляет все более высокие требования к качеству и долговечности аэродромных покрытий. Это обуславливает необходимость совершенствования методов их проектирования, строительства, ремонта и содержания.

Особенностью искусственных покрытий аэродромов является относительно большая площадь контакта с естественным грунтовым основанием, абсолютно открытая поверхность, небольшое заглубление. Правильный учет всех воздействующих на него факторов, при проектировании и во время эксплуатации, имеет важное значение в обеспечении заданной долговечности при минимальных затратах сил и средств на возведение и эксплуатационное содержание.

Базовыми положениями, которые легли в основу методов расчета аэродромных покрытий, являются [1]:

– нагрузка от колес воздушного судна (ВС) принимается статической. Учет динамического воздействия производят введением коэффициентов динамичности, определяемых участком аэродромного покрытия и давлением в пневматиках колес ВС;

– математическая модель покрытия задается как плита Кирхгофа-Лява на упругом основании при центральном (симметричном) расположении нагрузки от колес ВС. Несимметричное расположение нагрузки и способы соединения плит между собой учитываются путем введения поправочных коэффициентов;

– изменение температурных напряжений,

концентрация напряжений, нарастание прочности бетона и старение органических вяжущих материалов во времени, сезонные колебания прочности грунтовых оснований и др. учитываются введением коэффициента условий работы.

Исходя из вышесказанного, в основе расчета аэродромного покрытия лежит учет совместной работы покрытия и основания. Прочность конструкции определяется сопротивлением грунтового основания нагрузкам, передающимся на него через покрытие от пневматиков колес ВС. Деформируясь, покрытие распределяет нагрузку на площадь подстилающего грунта, чем больше жесткость покрытия, тем больше площадь передачи и меньше действующее на грунт давление.

Надежность расчетов толщины покрытий зависит от правильности выбора расчетной модели основания. В результате анализа вариантов расчетных механических моделей грунтового основания для практического применения могут быть приняты три расчетные модели:

– модель коэффициента постели (Винклера-Фусса);

– модель упругого полупространства;

– модель линейно-деформируемого полупространства.

В первых двух моделях грунт задается, как абсолютно упругий материал, не подверженный пластическим деформациям. В третьей модели имеют место остаточные деформации, однако истинную кривую вдавливания схематизируют, заменяя ее на отдельных участках прямой лини-

ей. Общим недостатком моделей является игнорирование нелинейного характера поведения грунта в процессе накопления пластических деформаций.

В общем случае грунт является нелинейно-деформируемым материалом, в котором зависимость между нагрузкой и осадкой площадки, передающей нагрузку, имеет криволинейное очертание. Напряженно-деформированное состояние таких материалов описывается в более сложных упруго-пластических моделях, в осно-

ве которых лежит понятие предела текучести, т.е. границы области упругого состояния, определяемой уровнем напряжений, достигаемых при повторном нагружении, после предварительной разгрузки. В пространстве главных напряжений предел текучести формирует поверхность текучести (рис. 1, а). Уравнение поверхности текучести принимают в зависимости от критерия прочности, по которому производят расчет

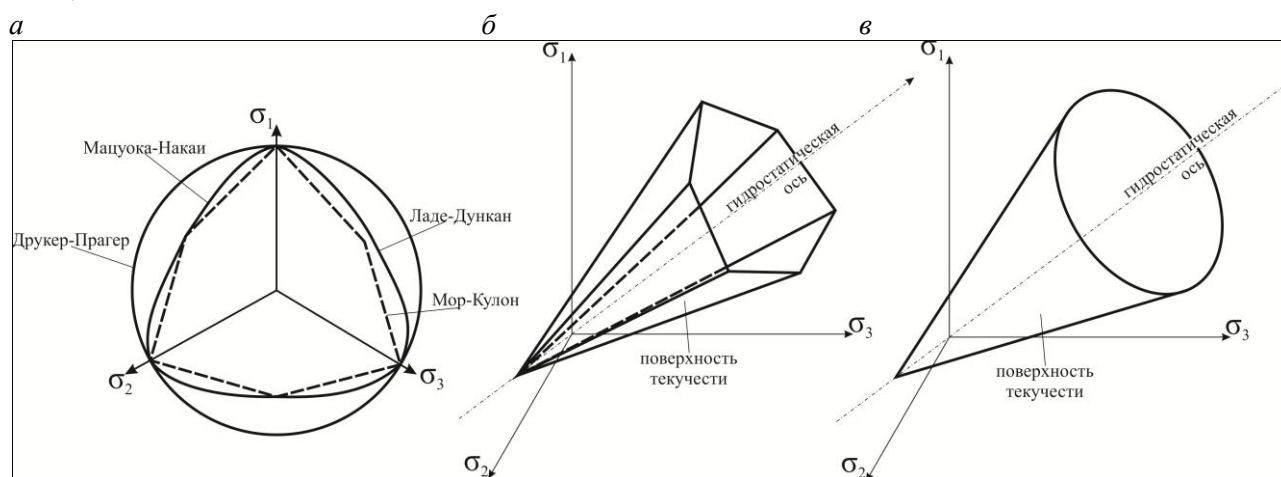


Рис. 1. Графическое изображение поверхностей текучести в осях главных напряжений: а – сравнение поверхностей текучести в девиаторной плоскости; б – критерий Мора-Кулона; в – критерий Друкера-Прагера

При аналитических исследованиях параметров упруго-пластического состояния наибольшее распространение получили критерии прочности Мора-Кулона, Друкера-Прагера, Ладе-Дункана, Мацуока-Накаи и др.

В виду простоты и приемлемой точности при описания предельно-напряженного состояния сыпучей и связной среды широко применяется критерий Мора-Кулона (рис. 1, б). Однако исключение из расчета главного промежуточного напряжения σ_2 (его влияния на прочность грунтов) противоречит результатам экспериментов, а наличие углов на поверхности текучести усложняет численное решение пространственных задач.

Данные недостатки исключены при расчете по критерию прочности Друкера-Прагера (рис. 1, в) [2]. Форма поверхности задается уравнением:

$$\sqrt{J_2} + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sin \varphi}{(3 \pm \sin \varphi)} I_1 - \frac{2\sqrt{3}c \cos \varphi}{(3 \pm \sin \varphi)} = 0, (1)$$

где J_2 – второй инвариант девиатора напряжений; I_1 – первый инвариант напряжений; c – удельное сцепление; φ – угол внутреннего

трения.

Данный критерий игнорирует влияние инварианта J_3 (вводимого углом Ладе θ) на форму сечения. Он может рассматриваться как первая попытка аппроксимировать критерий Мора-Кулона гладкой функцией на основе инвариантов I_1 и J_2 в сочетании с двумя постоянными материала.

Условия прочности, предложенные Ладе-Дунканом и Мацуока-Накаи (рис. 1, а) [3], получены путем модернизации условия прочности Мора-Кулона, и в отличие от него имеют гладкую поверхность, т.е. не имеют углов. Подобное «каплеобразное» очертание поверхности текучести в девиаторной плоскости, подтверждено опытными испытаниями в стабилометре.

Из-за сложности описания аналитическим путем решено крайне ограниченное число смешанных задач и для реальных граничных условий, характерных для дорожных и аэродромных покрытий, аналитическое решение, как правило, труднодостижимо. Использование численных методов позволяет без особых усилий получать решения упруго-пластических моделей аэродромного покрытия при сколь угодно сложных граничных условиях.

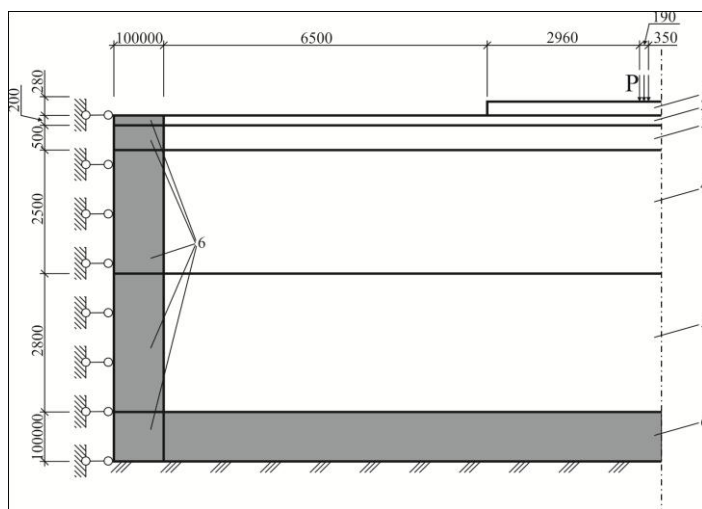
Среди различных численных методов ме-

ханики сплошной среды наиболее совершенным является метод конечных элементов (МКЭ). МКЭ предоставляет возможность учитывать в расчетах разнообразные и сложные свойства грунтов, а не только два показателя (E и ν или c и ϕ), как предшествующие методы механики грунтов. Этим самым МКЭ стимулирует развитие методов испытаний грунтов и новых теорий их прочности и деформируемости [4].

Достоинствами, обеспечивающими популярность МКЭ, являются: простота получения конкретных решений по имеющейся готовой программе; возможность сгущения сети элементов в ожидаемых местах высоких градиентов исследуемого параметра; возможность задания любых граничных условий; принципиальная возможность реализации в программах произвольных механических свойств материала, любой последовательности нагружения и т.д.

Рассмотрим последовательность решения задачи МКЭ в программном комплексе COMSOL Multiphysics 4.3b на конкретном примере – бетонная плита на упруго-пластическом основании, находящаяся под воздействием четырехколесной опоры ВС.

a



б

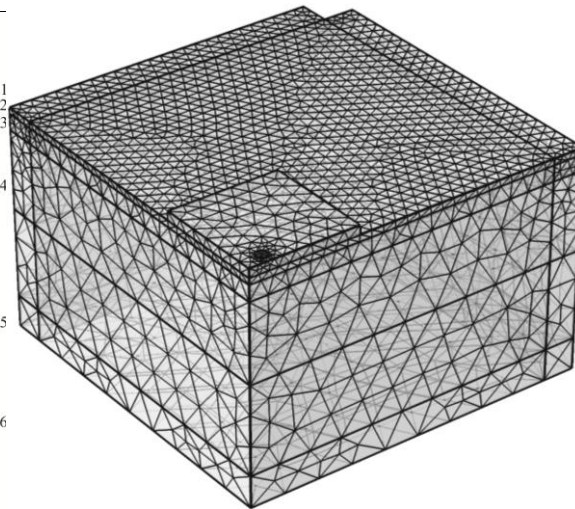


Рис. 2. Упруго-пластическая модель системы многослойное аэродромное покрытие-грунтовое основание:

a – расчетная модель; *б* – дискретизация расчетной области; 1 – монолитная плита; 2 – щебеночное основание; 3 – песок крупный; 4 – суглинок тугопластичный; 5 – суглинок полутвердый; 6 – бесконечная область

Разбивка оснований и бетонной плиты аэродромного покрытия было выполнено в условиях пространственной деформации с использованием конечных элементов в форме тетраэдра (рис. 2, *б*). Все слои искусственного и грунтового основания в расчетной области заданы с горизонтальным расположением подошвы и кровли.

Физико-механические характеристики конструктивных слоев, принятые в расчетах, представлены в табл. 1.

Была выбрана упруго-пластическая модель Друкера-Прагера с известными механическими характеристиками грунтов (модуль деформации, коэффициент Пуассона, угол внутреннего трения и удельное сцепление) [5].

Корректность расчетов во многом зависит от адекватности расчетной модели реальным условиям работы исследуемой конструкции. Глубина сжимаемой толщи грунта в зависимости от категории нормативной нагрузки в соответствии с [1] может принимать значение 2...6 м. Исходя из ожидаемого характера напряженно-деформируемого состояния грунта таким образом, чтобы влияние граничных условий на интересующие результаты – осадка покрытия и напряжения в ближайшей к плите области, сводилось к минимуму, приняты размеры области 20×20×6 м (рис. 2, *a*). Увеличение точности решения реализовано введением бесконечных областей по периметру рассматриваемой области, с физико-механическими характеристиками смежных слоев конструкции. Наличие двух осей симметрии позволяет рассматривать только четверть области.

Решение системы дифференциальных уравнений выполнялось методом итераций Ньютона-Рафсона. Сходимость решения оценивалась по узловым усилиям с точностью 0,001.

В результате расчетов многослойной аэродромной конструкции МКЭ, реализованном в программном комплексе COMSOL, получены изополя нормальных напряжений σ_z (рис. 3, *a*), деформаций (рис. 3, *б*) и зоны пластических деформаций (рис. 3, *в*).

Таблица 1

Физико-механические характеристики конструктивных слоев

№ п/п	Параметр	Бетон (класс по прочности на сжатие В25)	Щебеночное основание, уложенное способом расклиновки	Песок крупный	Суглинок тугопластичный	Суглинок полутвердый
1.	Начальный модуль упругости на сжатие и растяжение, 10^3 МПа	30	–	–	–	–
2.	Расчетное сопротивление осевому сжатию для предельных состояний второй группы, МПа	18,5	–	–	–	–
3.	Расчетное сопротивление осевому растяжению для предельных состояний второй группы, МПа	1,6	–	–	–	–
4.	Модуль деформации, МПа	–	350	50	32	34
5.	Коэффициент Пуассона	0,2	0,2	0,25	0,35	0,35
6.	Плотность, $кг/м^3$	2400	1800	1760	1970	1970
7.	Удельное сцепление, кПа	–	1	2	39	47
8.	Угол внутреннего трения, град.	–	70	43	24	26

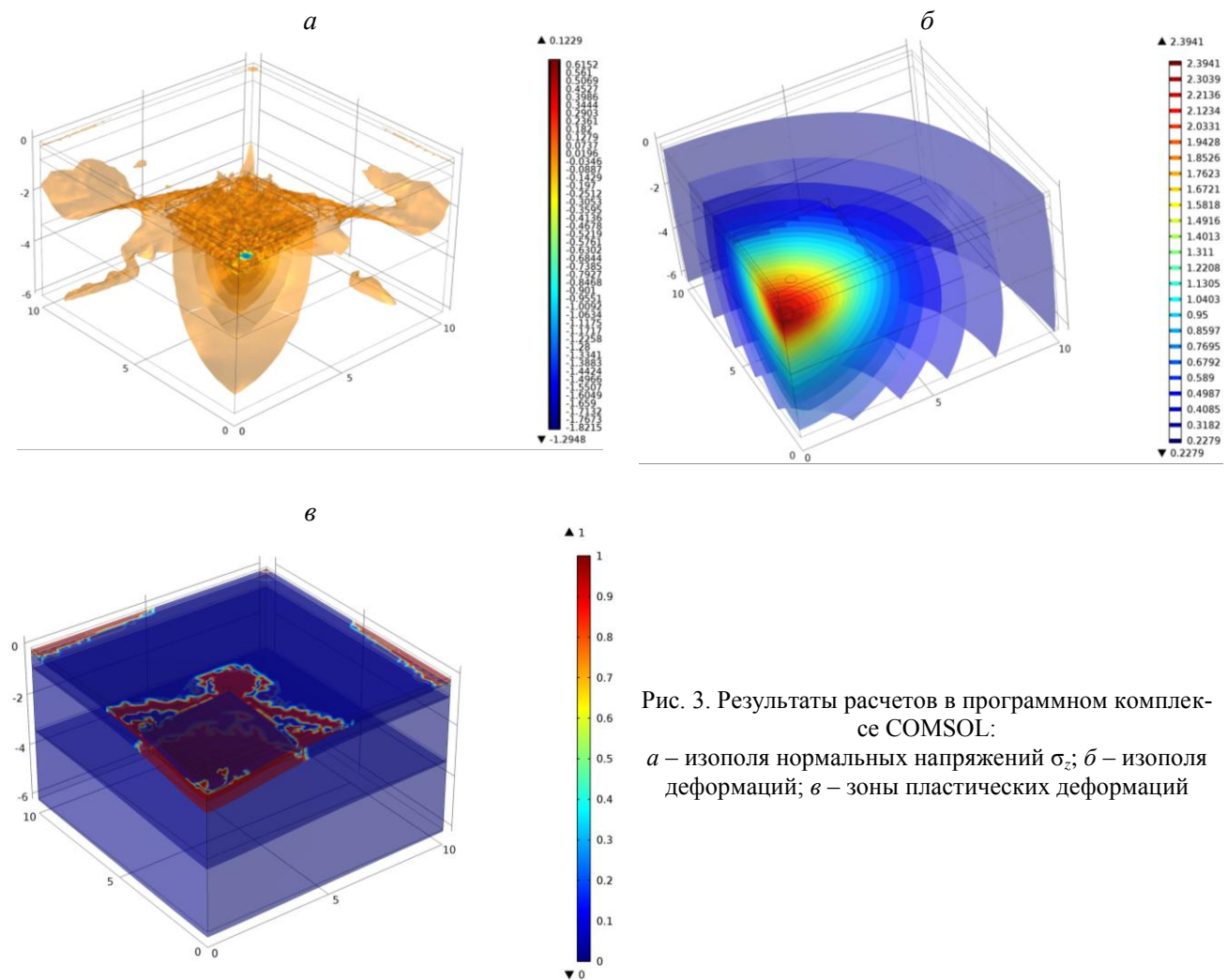


Рис. 3. Результаты расчетов в программном комплексе COMSOL:
a – изополя нормальных напряжений σ_z ; *b* – изополя деформаций; *v* – зоны пластических деформаций

Данные, полученные в результате расчетов МКЭ, показали хорошую сходимость с экспери-

ментальными данными и расчетами по стандартной методике.

В результате численных расчетов были получены данные, позволяющие использовать их при проектировании аэродромных покрытий. Показаны максимальные и минимальные значения напряжений в зонах воздействия на конструкцию, области возникновения пластических деформаций в искусственном и грунтовом основаниях, позволяющие прогнозировать деформационные процессы при многократном приложении колесной нагрузки от ВС.

На рис. 3, а показаны изополя нормальных напряжений σ_z . Очевидно, возникновение высокого градиента в областях переходов характеристик материалов, используемых при строительстве. Для центрально нагруженной системы плита-основание максимальное напряжение находится под опорой ВС. В тоже время изополя деформаций показывают распространение чаши прогиба далеко за пределы плиты и это обусловлено введением в модель бесконечных элементов б на рис. 2, а.

Можно отметить, что зона пластических деформаций охватывает больший диаметр, чем нагрузка от пневматика, что объясняется поведением грунтов под жесткими покрытиями при многократном воздействии.

Таким образом, в целях повышения точности моделирования напряженно-

деформированного состояния аэродромных покрытий следует использовать упруго-пластическую модель по критерию прочности Друкера-Прагера. Совместное решение инвариантов, представленных в выражении (1), а также полученные численные значения в процессе моделирования с использованием МКЭ позволяют производить объемное моделирование многослойных аэродромных покрытий, включая динамическое и многократное приложение нагрузки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СП 121.13330.2012. Аэродромы. М.: Изд. стандартов, 2012. 100 с.
2. Drucker, D. C., Prager, W. Soil mechanics and plastic analysis for limit design // Quarterly of Applied Mathematics. 1952. No 2 P. 157–165.
3. Borja, R.I., Sama, K.M., Sanz, P.F. On the numerical integration of three-invariant elastoplastic constitutive models // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2003. No 192. P. 1227–1258.
4. Фадеев А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Изд. Недра, 1987. 221 с.
5. СНиП 2.02.01-83*. Основания зданий и сооружений. М.: Изд. ФГУП ЦПП, 2006. 48 с.