

Фадин Ю. М. канд. техн. наук, доц.
Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА ПО ЗАГРУЗОЧНЫМ ТРУБАМ В МЕЛЬНИЦАХ БАРАБАННОГО ТИПА

v.s_bogdanov@mail.ru

В работе описывается конструкция внутримельничного устройства, которое содержит полые загрузочные трубы (лифтеры). Получены математические зависимости движения материала по загрузочным трубам в мельницах барабанного типа.

Ключевые слова: лифтер, отверстия, высота загрузки, угол поворота

В настоящее время разрабатываются и внедряются в производство разнообразные конструкции внутримельничных устройств, позволяющие повысить эффективность процесса помола в трубных шаровых мельницах. Описанные в работах [1, 2] конструкции таких внутримельничных устройств содержат полые загрузочные трубы (лифтеры), предназначенные для забора материала и его транспортировки во внутримельничное устройство. Лифтеры представляют собой полые трубы, расположенные внутри барабана мельницы перпендикулярно оси вращения мельницы. Забор ма-

териала осуществляется с помощью отверстия в лифтере, оборудованного решеткой, которая исключает попадание во внутримельничное устройство мелющих тел при вращении лифтера. Для обеспечения максимально возможного количества зачерпывания материала лифтером размер отверстия с решеткой должен равняться высоте слоя загрузки барабана мельницы.

Высоту загрузки h барабана мельницы при каскадном режиме движения загрузки можно получить исходя из расчетной схемы, представленной на рисунке 1.

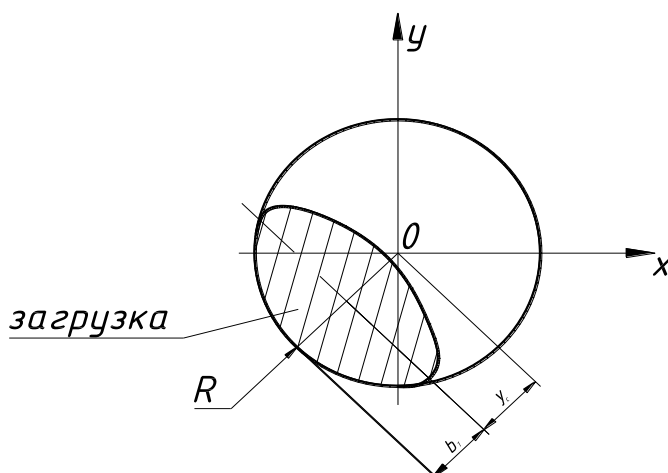


Рисунок 1. Расчетная схема для определения высоты загрузки материала при каскадном режиме движения материала

Здесь Y_c – расстояние от оси барабана до центра тяжести загрузки, м; R – радиус барабана трубной шаровой мельницы, м.

Согласно расчетной схемы на рисунке 1 находим, что:

$$h = 2b_1 = 2(R - Y_c), \quad (1)$$

Представим (1) в следующем виде:

$$h_R = 2(1 - \xi(\varphi)), \quad (2)$$

где

$$h_R = h/R, \quad (3)$$

согласно результату работы [3]

$$\xi(\varphi) = 0,869 - 0,853 \varphi, \quad (4)$$

Здесь φ – коэффициент загрузки барабана мельницы.

Соотношение (1) с учетом (2), (3) и (4) можно привести к следующему виду:

$$h = 2R(0,131 + 0,853 \varphi). \quad (5)$$

Таким образом, полученное выражение (5) позволяет определить высоту загрузки барабана мельницы и соответственно размер загрузочного отверстия в зависимости от радиуса барабана R и коэффициента загрузки φ .

В дальнейшем описание движения материала по полым лифтерам будет осуществляться в рамках сплошной среды.

В результате вращения барабана мельницы с частотой ω загрузочным отверстием лифтера происходит забор материала массы « m ». При дальнейшем вращении барабана мельницы загрузка

зочная труба также проворачивается относительно горизонтальной линии и при некотором

значении угла φ_0 материал начнёт движение внутри лифта.

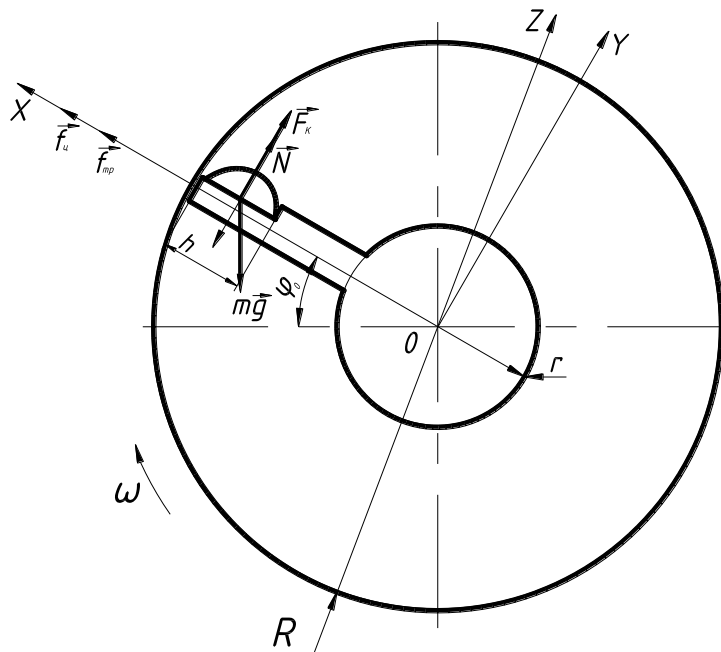


Рисунок 2. Расчетная схема сил, действующих на материал при движении последнего по полости лифта.

Введём декартовую систему координат «X, Y, Z», направив ось Z – вдоль оси барабана мельницы. Обозначим через $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные орты соответственно вдоль осей «OX», «OY» и «OZ».

При движении материала массой «m» по полости лифта, согласно расчетной схеме на рисунке 2, действуют следующие силы:

$$\vec{f}_ц = m \omega^2 x \vec{i}, \quad (6)$$

Здесь m – масса материала в объеме загрузочного отверстия.

$$\vec{f}_тр = \mu_0 N \cdot \vec{i}, \quad (7)$$

где μ_0 - коэффициент трения между материалом и внутренней поверхностью полого лифта; N – величина силы реакции опоры.

$$\vec{F}k = 2m [\vec{v} \times \vec{\omega}] = 2m v \omega [-\vec{i} \times \vec{k}] = 2m v \omega \vec{j}. \quad (8)$$

Для определения величины силы реакции опоры N рассмотрим проекции сил, действующих на ось «OY»:

$$N + 2 m v \omega - m g \cos \varphi = 0, \quad (9)$$

где φ – текущий угол поворота лифта.

Проекция действующих сил на ось «OX», согласно расчетной схемы на рисунке 2, позволяет получить следующее уравнение, которое с учетом (9) можно привести к следующему виду:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -g \sin \varphi + \mu_0 g \cos \varphi - 2 \mu_0 v \omega + \omega^2 x \quad (10)$$

Рассмотрим момент начала движения материала в полости лифта. Данное состояние материала в полости лифта будет задаваться следующими соотношениями:

при $t = 0, \quad v = \frac{dx}{dt} = 0, \quad \varphi = \varphi_0$

С учетом соотношений (11) уравнение (10) можно представить в следующем виде:

$$\sin \varphi_0 - \mu_0 \cos \varphi_0 = \frac{x_0 \omega^2}{g} \quad (12)$$

Здесь x_0 – «x» координата центра тяжести материала в загрузочном отверстии лифта, которая в выбранной системе координат определяется соотношением:

$$x_0 = R - \frac{h}{2} \quad (13)$$

Подстановка (13) в (12) позволяет получить следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + \mu_0^2} \left(\frac{\sin \varphi_0}{\sqrt{1 + \mu_0^2}} - \frac{\mu_0 \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + \mu_0^2}} \right) = \\ = \frac{\omega^2}{\omega_{кр}^2} \left(1 - \frac{h}{2R} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

где $\omega_{кр}$ - так называемая критическая частота вращения барабана мельницы равная:

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{R}}. \quad (15)$$

Приведем (14) к следующему виду:

$$\sin (\varphi_0 + \varphi_{тр}) = \frac{\psi^2 \left(1 - \frac{h}{2R} \right)}{\sqrt{1 + \mu_0^2}}, \quad (16)$$

здесь введены следующие обозначения:

$$\varphi_{тр} = \arctg \mu_0, \quad (17)$$

$$\psi = \omega/\omega_{кр}. \quad (18)$$

Величина $\varphi_{тр}$ представляет собой угол внутреннего трения материала о внутреннюю поверхность лифта, согласно (18) ψ – безразмерная частота вращения барабана мельницы в долях от критического значения частоты вращения.

Из соотношения (16) определяем величину угла φ_0 при котором материал начинает движение внутри лифта

$$\varphi_0 = \varphi_{тр} + \arcsin \frac{\psi^2(1 - \frac{h}{2R})}{\sqrt{1 + \mu_0}}. \quad (19)$$

Если предположить, что величины ψ^2 , h/R , μ_0 являются малыми величинами первого порядка малости, тогда с точностью до величин второго порядка малости на основании (19) можно получить приближенную формулу:

$$\varphi_0 \approx \varphi_{тр} + \psi^2 = \arctg \mu_0 + \psi^2 \quad (20)$$

Таким образом, соотношение (19) позволяет найти значение угла φ_0 при котором начинается движение материала внутри полости лифта в зависимости от конструктивных (h, R) и технологических (ψ, μ_0) параметров.

$$\begin{aligned} \xi(\varphi) = & \frac{1}{4\psi^2 \sqrt{1 + \mu_0^2}} \left\{ -\frac{e^{(-\mu_0 + \sqrt{1 + \mu_0^2})\varphi}}{e^{(-\mu_0 - \sqrt{1 + \mu_0^2})\varphi_0}} (\cos \varphi_0 - 2\mu_0\psi^2 + \mu_0\psi^2 \frac{h}{R} + \mu_0 \sin \varphi_0 - \right. \\ & 2\psi^2 \sqrt{1 + \mu_0^2} + \sqrt{1 + \mu_0^2} \psi^2 \frac{h}{R} + \sqrt{1 + \mu_0^2} \sin \varphi_0) + \frac{e^{(-\mu_0 + \sqrt{1 + \mu_0^2})\varphi}}{e^{(-\mu_0 - \sqrt{1 + \mu_0^2})\varphi_0}} (\cos \varphi_0 - \\ & \left. 2\mu_0\psi^2 + \mu_0\psi^2 \frac{h}{R} + \mu_0 \sin \varphi_0 + 2\psi^2 \sqrt{1 + \mu_0^2} - \psi^2 \sqrt{1 + \mu_0^2} \frac{h}{R} - \sqrt{1 + \mu_0^2} \sin \varphi_0) \right\} + \frac{\sin \varphi}{2\psi^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, полученное выражение (24) является строгим аналитическим выражением, представляющее собой искомое решение задачи Коши. Как следует из (24), данное решение имеет довольно сложный вид.

Рассмотрим трубную шаровую мельницу с радиусом барабана $R = 1,85$ м; относительной частотой вращения $\psi = 0,76$; коэффициентом загрузки барабана $\varphi = 0,24$ и радиусов ВКУ $r = 0,5$ м, тогда согласно (15) высота загрузки материала и соответственно ширина загрузочного отверстия лифта будет равняться 0,91 метра. Угол начала движения материала по полости лифта на основании (19) составит 0,69 радиан, путь проеденный центром тяжести материала по полости лифта в зависимости от угла поворота φ в долях радиуса барабана согласно (24) будет задаваться следующим соотношением:

$$\xi = \approx \frac{x}{R} 0,15e^{0,72\varphi} + 0,92e^{-1,38\varphi} + 0,87 \sin \varphi, \quad (25)$$

Из соотношения (10) следует, что скорость и ускорение материала, движущегося внутри полости лифта, не зависят от массы загруженного материала.

Введем безразмерные величины φ и ξ согласно следующим соотношениям:

$$\varphi = \omega t, \quad \xi = x/R, \quad (21)$$

Тогда уравнение (10) после несложных математических преобразований можно привести к следующему виду:

$$\frac{d^2\xi}{d\varphi^2} + 2\mu_0 \frac{d\xi}{d\varphi} - \xi = \frac{\mu_0 \cos \varphi - \sin \varphi}{\psi^2}. \quad (22)$$

Отметим при этом, что безразмерные координаты должны удовлетворять следующим начальным условиям:

при $\varphi = \varphi_0$:

$$\frac{d\xi}{d\varphi} = 0, \quad \xi(\varphi_0) = \left(1 - \frac{h}{2R}\right). \quad (23)$$

С математической точки зрения дифференциальное уравнение (22) и начальные условия (23) представляют собой задачу Коши. В общем случае аналитическое решение данной задачи имеет следующий вид:

тогда угол при котором материал двигаясь по полости лифта достигнет края лифта можно определить, получив решение следующего уравнения:

$$\frac{0,5}{3,7} = -0,15 e^{0,72\varphi} + 0,92 e^{-1,38\varphi} + 0,87 \sin \varphi, \quad (26)$$

Решая уравнение (26) с помощью ЭВМ находим, что $\varphi \approx 1,81$ радиана, или $\varphi \approx 104^\circ$.

Таким образом, изложенное выше математическое описание позволяет рассчитать конструктивные и технологические параметры лифта ВКУ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воронов В.П. «Моделирование движения шароматериальной загрузки при каскадном режиме работы трубной шаровой мельницы», Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова, 2009г – с. 81-91.
2. Богданов О.С. «Справочник по обогащению руд» Москва, «Недра». 1982г. 365 с.