Смирнов Д. В., аспирант,
Семикопенко И. А., канд. техн. наук, проф.,
Воронов В. П., канд. физ.-мат. наук, проф.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ СРЕДЫ В ПАТРУБКЕ ВОЗВРАТА ДЕЗИНТЕГРАТОРА

olimp69@narod.ru

Дано математическое описание движения вязкой среды в патрубке возврата дезинтегратора в полярной системе координат. Определены проекции вектора скорости воздушного потока на оси полярной системы координат. Построены графические зависимости изменения начального значения u_0 скорости воздушной среды на входе в патрубок возврата в зависимости от изменения конструктивных параметров патрубка возврата.

Ключевые слова: *вязкая среда, патрубок возврата, воздушный поток*

Рассмотрим движение вязкой среды в предположении её постоянной вязкости и плотности.

На основании сделанного предположения движение воздуха в возвратном патрубке дезинтегратора можно описать в рамках хорошо известного уравнения Навье-Стокса:

$$\boldsymbol{\rho}\frac{\partial\vec{\boldsymbol{u}}}{\partial \boldsymbol{t}}=-\boldsymbol{gradP}+\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\Delta}\vec{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{\rho}\vec{\boldsymbol{g}}, \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{\rho}$ - плотность воздуха; μ - динамическая вязкость воздуха; g – ускорение свободного падения; $\vec{\boldsymbol{u}}$– вектор скорости воздушного потока; P – давление внутри патрубка возврата; Δ - оператор Лапласа.

Для описания движения воздушной среды внутри патрубка возврата введем полярную систему координат r, $\boldsymbol{\varphi}$ с центром в точке «O» (рис. 1). При этом радиальная координата изменяется в пределах $R_1 \le r \le R_2$. Запишем проекции уравнения (1) на оси полярной системы координат:

$$\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{u_\varphi}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\varphi}-\frac{u_\varphi^2}{r}\right)=-\frac{\partial P}{\partial r}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial\varphi^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\varphi}{\partial\varphi}\right]+\rho g_r, \qquad (2)$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}+\frac{u_\varphi}{r}\frac{\partial u_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{u_r u_\varphi}{r}\right)=-\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \varphi}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_\varphi)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial\varphi^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial\varphi}\right]+\rho g_\varphi, \qquad (3)$$

где u_r, u_φ – проекции вектора скорости воздушного потока на оси полярной системы координат; g_r, g_φ - проекции вектора свободного ускорения на оси полярной системы координат.

Для установившегося стационарного движения воздушной среды в возвратном патрубке с постоянным радиусом кривизны [1]

$$R = R_1 + d/2 \qquad (4)$$

где d – диаметр патрубка.

Выделим в патрубке возврата некоторый объем воздушной среды ΔV. Выражение для величины давления выделенного объема можно представить в виде:

$$P = P_{\text{дин}} + P_{\text{стат}}, \qquad (5)$$

где $P_{\text{дин}}$ - динамическая составляющая давления, равная:

$$P_{\text{дин}}=\frac{\rho}{2}u_\varphi^2, \text{[2]} \qquad (6)$$

здесь u_φ – тангенциальная скорость движения воздушного потока в патрубке возврата,

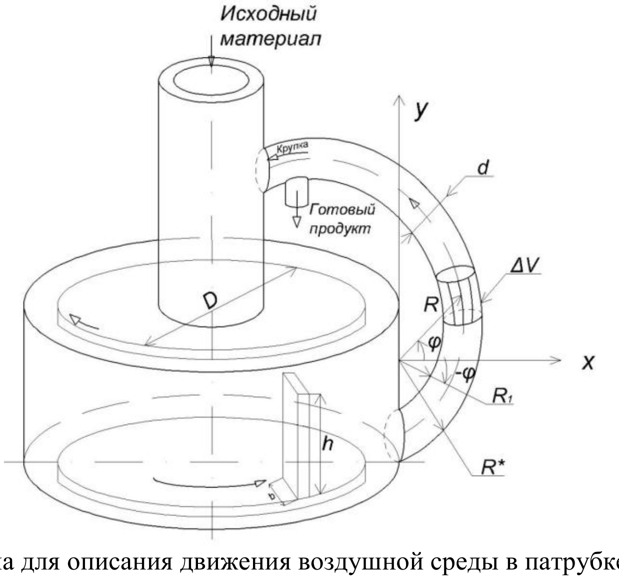

Рис. 1. Расчетная схема для описания движения воздушной среды в патрубке возврата дезинтегратора

$$\boldsymbol{P}_{\text{стат}} = \boldsymbol{\rho g y}, \quad (7)$$

где, согласно расчетной схемы на рисунке 1

$$y = R + R\sin\varphi = R(1+\sin\varphi), \quad (8)$$

здесь угол φ – угол, отсчитываемый от положительного направления оси «ox».

С учетом (8) соотношение (7) принимает вид:

$$P_{\text{стат}} = \rho g R(1+\sin\varphi). \quad (9)$$

С учетом (6) и (9) выражение (5) принимает вид:

$$P = \frac{\rho}{2}u_\varphi^2 + \rho g R(1+\sin\varphi). \quad (10)$$

Пренебрегая массовыми силами и изменением скорости воздушного потока в радиальном направлении (u_r = 0), на основании сделанных предположений уравнениям (2) и (3) с учетом (10) можно придать вид:

$$\frac{\rho}{R}u_\varphi^2 = \frac{2\mu}{R^2}\frac{du_\varphi}{d\varphi}, \quad (11)$$

$$\frac{\rho u_\varphi}{R}\frac{du_\varphi}{d\varphi} = -\frac{\rho}{R}u_\varphi\frac{du_\varphi}{d\varphi} - \frac{d}{d\varphi}\big(\rho g(1+\sin\varphi)\big) + \frac{\mu}{R^2}\frac{d^2u_\varphi}{d\varphi^2}. \quad (12)$$

После несложных математических преобразований (2.12) принимает следующий вид:

$$\frac{\rho}{R}\frac{d}{d\varphi}\left(u_\varphi^2\right) = -\frac{\rho}{R}\frac{d}{d\varphi}\left(u_\varphi^2\right) - 2\rho g\frac{d}{d\varphi}(1+\sin\varphi) + \frac{2\mu}{R^2}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{du_\varphi}{d\varphi}\right). \quad (13)$$

Интегрирование (13) приводит к результату:

$$\frac{\rho}{R}u_\varphi^2 = -\frac{\rho}{R}u_\varphi^2 - 2\rho g(1+\sin\varphi) + \frac{2\mu}{R^2}\frac{du_\varphi}{d\varphi} + c_1. \quad (14)$$

С учетом (11) выражение (14) будет иметь вид:

$$-\frac{\rho}{R}u_\varphi^2 - 2\rho g(1+\sin\varphi) + c_1 = 0. \quad (15)$$

Постоянную интегрирования в (15) можно найти исходя из начального условия:

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}, u_\varphi = u_0, \quad (16)$$

где u_0 - начальное значение скорости движения воздушного потока в начале патрубка возврата, которое с расходом воздуха Q в патрубке связано соотношением:

$$u_0 = \frac{4Q}{\pi d^2}, \quad (17)$$

здесь d – диаметр патрубка возврата, а согласно [3]

$$Q = \pi D b\sin\alpha\sqrt{\frac{2(\Delta p - \Delta p_m)}{\rho}}, \quad (18)$$

где D - наружный диаметр дисков дезинтегратора; b – ширина ударных элементов; α – угол между направлениями абсолютной и окружной скоростей, равный

$$\alpha = arc\,\mathrm{tg}\frac{u_1}{u}, \quad (19)$$

здесь

$$u_1 = \omega h\sqrt{\frac{D}{h} - 1}, \quad (20)$$

где h – высота ударных элементов; u_1 – скорость схода воздуха с ударных элементов внешнего ряда; ΔP_m – потери давления в системе,

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_t^2}, \quad (21)$$

$$u_t = \frac{\omega D}{2}, \quad (22)$$

$$\Delta p = u^2\frac{\rho}{2}. \text{ [4]} \quad (23)$$

Без учета потерь давления (ΔP_m=0) с учетом (18) – (23) выражение (17) можно привести к следующему виду:

$$\boldsymbol{u_0 = 4\omega\frac{D^2}{d^2}b\sin\alpha\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{h}{D} - \frac{h^2}{D^2}}}. \quad (24)$$

В силу того, что конструктивные параметры дезинтегратора могут варьироваться в следующих пределах h = 0,05 … 0,1 м; D = 0,3… 0,4 м, отношение h/D можно считать малой величиной.

Следовательно, с точностью до величины первого порядка малости (24) принимает следующее значение:

$$u_0 \approx 2\omega\frac{D^2}{d^2}b\sin\alpha\sqrt{1 + \frac{4h}{D}} \approx 2\omega\frac{D^2}{d^2}b\sin\alpha\left(1 + \frac{2h}{D}\right). \quad (25)$$

Подстановка соотношений (19) – (23) в (25) позволяет получить выражение следующего вида:

$$u_0 = \frac{4\omega Dbh\left(1+\frac{2h}{D}\right)\sqrt{\frac{D}{h}-1}}{d^2\sqrt{\frac{h^2}{D^2}\left(\frac{D}{h}-1\right)+1+4\frac{h^2}{D^2}\left(\frac{D}{h}-1\right)}}. \quad (26)$$

Полученное соотношение (26) можно упростить, если воспользоваться тем, что h/D является малой величиной первого порядка малости. Пренебрегая величинами второго порядка малости, можно существенно упростить (26) а именно:

$$u_0 \approx \frac{4\omega Dbh}{d^2}\frac{\left(1+\frac{2h}{D}\right)\sqrt{\frac{D}{h}-1}}{\left(1+5\frac{h}{D}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{4\omega Db}{d^2}\sqrt{Dh}\left(1+\frac{2h}{D}\right)\left(1-\frac{h}{D}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{5h}{D}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx$$

$$\approx \frac{4\omega Db}{d^2}\sqrt{Dh}\left(1+\frac{2h}{D}\right)\left(1-\frac{h}{2D}\right)\left(1-\frac{5h}{2D}\right) \approx \frac{4\omega Db}{d^2}\sqrt{Dh}\left(1+\frac{3h}{2D}\right)\left(1-\frac{5h}{2D}\right) \approx \frac{4\omega Db}{d^2}\sqrt{Dh}\left(1-\frac{h}{D}\right) \quad (27)$$

Применив (16) к соотношению (15), получаем следующее выражение:

$$-\frac{\rho}{R}u_0^2 + c_1 = 0. \qquad (28)$$

С учетом (28) и (15) принимает вид:

$$u_\varphi = \sqrt{u_0^2 - 2Rg(1+\sin\varphi)}. \qquad (29)$$

На рисунке 2 представлена зависимость изменения скорости воздушного потока в патрубке возврата дезинтегратора при изменении углового размера, движущегося выделенного объема воздушной среды, выраженного в радианах. Анализ приведенных зависимостей показывает, что при изменении конструктивного параметра R в пределах от 0,1 до 0,2 м максимальное изменение скорости воздушного потока происходит соответственно в пределах 0,02…0,04 м/с.

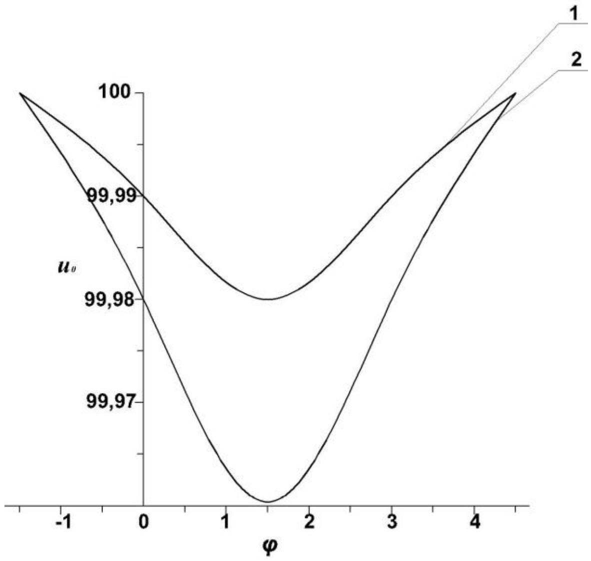

Рис. 2. График изменения скорости воздушной среды в патрубке возврата для начального значения скорости на входе u_0=100 м/с. 1-я кривая отвечает значению параметра R = 0,1 метра, а 2-я кривая – R = 0,2 метра

На рисунках 3…6 приведены графики изменения начального значения u_0 скорости воздушной среды на входе в патрубок возврата в зависимости от изменения конструктивных параметров патрубка возврата. Анализ полученных зависимостей показывает, что увеличение таких конструктивных параметров, как наружный диаметр дисков в камере помола, высота и ширина ударных элементов способствуют увеличению скорости u_0 на входе в патрубок возврата, а увеличение диаметра патрубка возврата приводит к уменьшению величины начальной скорости воздушного потока на входе в патрубок возврата.

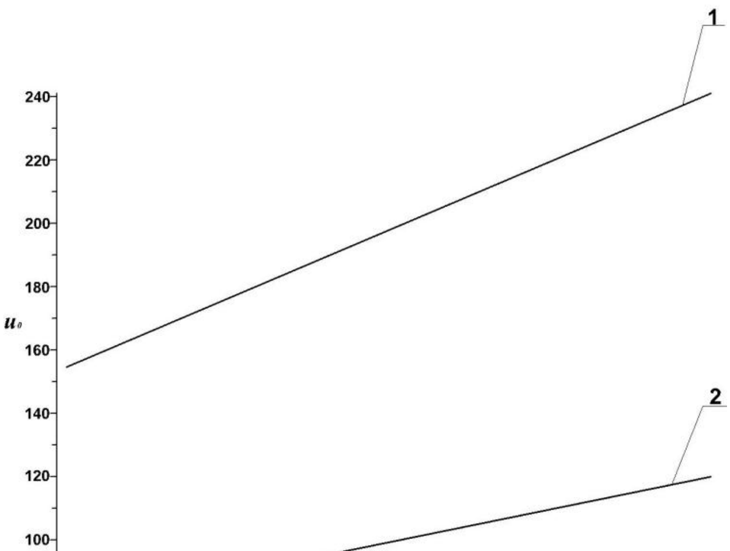

Рис. 3. График изменения начального значения u_0 скорости воздушной среды в патрубке возврата при изменении наружного диаметра диска. 1-я кривая отвечает значению частоте вращения дисков ω = 50 1/с, а 2-я кривая – ω =25 1/с.

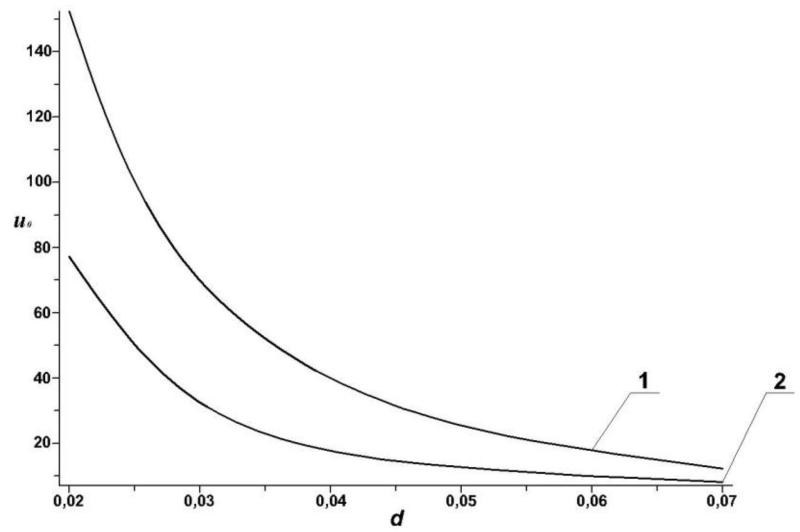

Рис. 4. График изменения начального значения u_0 скорости воздушной среды в патрубке возврата при изменении его диаметра.1-я кривая отвечает значению частоте вращения дисков ω = 50 1/с, а 2-я кривая – ω = 25 1/с

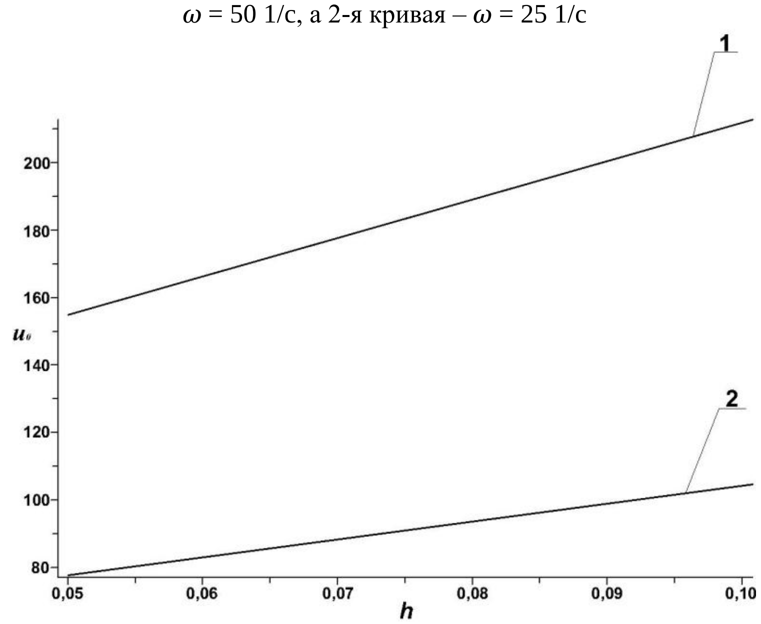

Рис. 5. График изменения начального значения u_0 скорости воздушной среды в патрубке возврата при изменении размера высоты ударных элементов. 1-я кривая отвечает значению частоты вращения дисков ω = 50 1/с, а 2-я кривая – ω = 25 1/с.

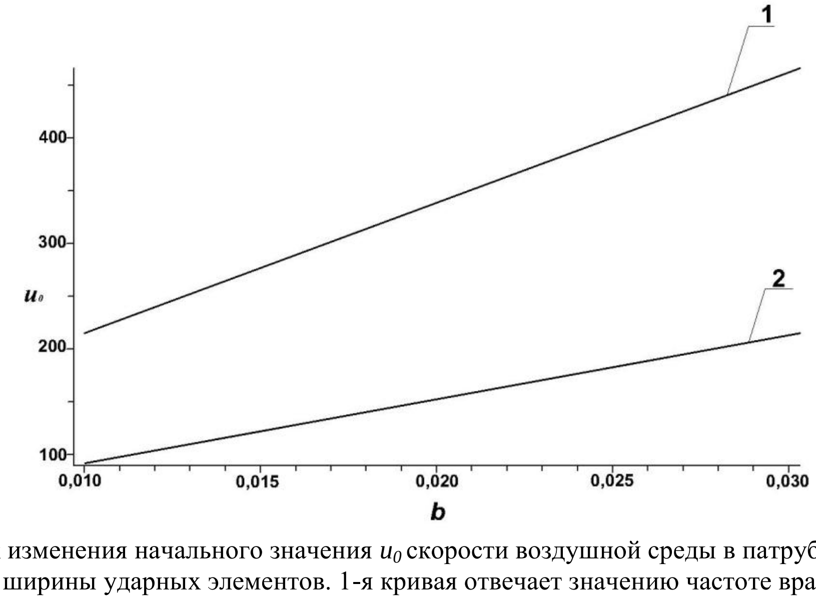

Рис. 6. График изменения начального значения u_0 скорости воздушной среды в патрубке возврата при изменении размера ширины ударных элементов. 1-я кривая отвечает значению частоте вращения дисков ω = 50 1/с, а 2-я кривая – ω = 25 1/с

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А.С. СССР № 1217465, МПК7 В02С 13/18, Центробежная мельница/М.В. Квашнин, Н.М. Смирнов, В.Н. Блиничев и др. Ивановский химико-технологический институт. Заявл. 14.11. 1983; Опубл. 15.03.1986, Бюл. №10.

2. Гримитлин А.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры в инженерном оборудовании зданий/ А.М. Гримитлин, О.П. Иванов, В.А. Пухкал. СПб: Изд-во «АВОК Северо-Запад», 2006. 210с.

3. Поляков В.С. Насосы и вентиляторы /В.С. Поляков, Л.С. Скворцов. М.: Госстройиздат, 1990. 335с.

4. Воронов В.П., Семикопенко И.А., Пензев П.П. Дезинтегратор с внутренней классификацией измельчаемого материала. Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. №1. 2011. С.75-77.