

Щербинина О. А., соискатель,
Щербинин И. А., канд. техн. наук, доц.,
Уваров В. А., д-р техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕКТОРА СКОРОСТИ ВЯЗКОГО МАТЕРИАЛА В РОТОРНО-ПУЛЬСАЦИОННОЙ УСТАНОВКЕ

31rusacpirant@mail.ru

Математической основой теоретического исследования движения вязкой среды в корпусе РПУ является уравнение движения вязкой среды (уравнение Навье-Стокса). Корпус РПУ без накопительного бункера обладает аксиальной симметрией, поэтому нахождение компонент вектора скорости движения вязкой среды внутри корпуса РПУ проще восполнять в цилиндрической системе координат. В силу аксиальной симметрии движения вязкой среды внутри корпуса РПУ естественно предположить, что все искомые величины для установившегося движения зависят только от одной переменной, « r ».

Ключевые слова: РПУ, компонента вектора скорости, аксиальная симметрия движения вязкой среды.

Модельные допущения и основные положения теории

Математической основой теоретического исследования движения вязкой среды в корпусе РПУ является уравнение движения вязкой среды (уравнение Навье-Стокса), которая в векторной форме имеет вид:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad}(P) + \nu \cdot \Delta \vec{v}, \quad (1)$$

где \vec{v} – вектор скорости движения среды в РПУ (м/с); P – давление внутри РПУ (Па); ν – коэффициент кинематической вязкости (м²/с); Δ – оператор Лапласа, имеющий следующий вид:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (2)$$

В силу того, что в уравнение (1) входит также неизвестная величина P (давление) в рассмотрение необходимо включить уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0. \quad (3)$$

Далее предполагая, что плотность движущейся среды в корпусе РПУ является величиной постоянной ($\rho = \text{const}$), тогда уравнение (3) принимает вид:

$$\text{div}(\vec{v}) = 0. \quad (4)$$

Следовательно, уравнения (1) и (4) представляют полную систему уравнений, позволяющих исследовать поведение вязкой среды внутри корпуса РПУ.

Форма записи уравнения (1) предполагает отсутствие массовых сил.

Согласно расчётной схеме, представленной

на рисунке 1, корпус РПУ без накопительного бункера обладает аксиальной симметрией, поэтому нахождение компонент вектора скорости движения вязкой среды внутри корпуса РПУ проще восполнять в цилиндрической системе координат (r, φ, z) с центром в точке O . Если обозначить через v_r, v_φ, v_z – соответственно радиальную, тангенциальную и « z »-компонента вектора скорости в цилиндрической системе координат, тогда для нахождения компонент плоского движения вязкой среды в плоскости перпендикулярной оси симметрии корпуса РПУ на основании (1) и (4) получаем следующие уравнения:

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \cdot \Delta_1 \cdot v_r, \quad (5)$$

$$\frac{dv_\varphi}{dt} + \frac{v_r \cdot v_\varphi}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \nu \cdot \left(\Delta_1 \cdot v_\varphi + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \cdot (r \cdot v_r) + \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0. \quad (7)$$

В силу аксиальной симметрии движения вязкой среды внутри корпуса РПУ естественно предположить, что все искомые величины для установившегося движения зависят только от одной переменной, а именно:

$$P = P(r), \quad v_r = v_r(r), \quad v_\varphi = v_\varphi(r). \quad (8)$$

Учитывая, что дифференциальную операцию $\frac{d}{dt}$ в данном случае можно представить в виде:

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = v_r \cdot \frac{d}{dr}, \quad (9)$$

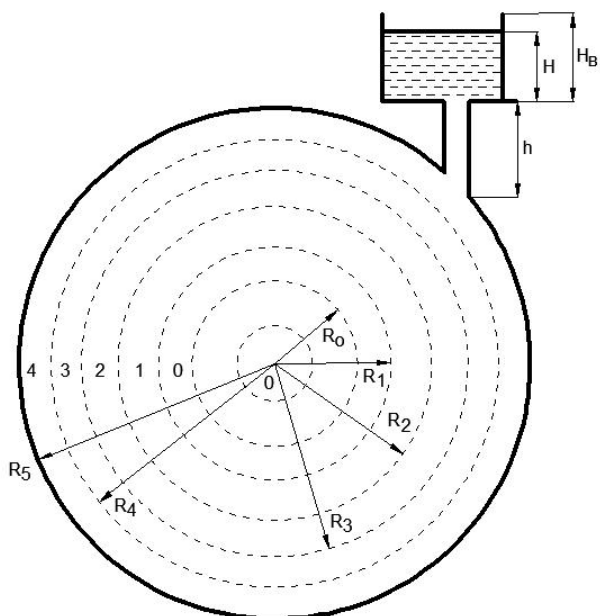


Рис. 1. Расчётная схема обоснования выбора системы координат и расположения основных конструктивных элементов РПУ.

R_0 – расстояние от центра вращения до конца вращающейся лопасти,

R_1 – радиус первого вращающегося цилиндра,

R_2 – радиус второго (неподвижного) цилиндра,

R_3 – радиус третьего (вращающегося) цилиндра,

R_4 – радиус четвёртого (неподвижного) цилиндра,

R_5 – радиус корпуса РПУ, h – длина патрубка,

H – высота подъёма массы смеси в бункере,

H_B – линейный размер высоты накопительного бункера

Поэтому на основании (8) и (9) уравнения (5) – (7) для движения вязкой среды в корпусе РПУ примут окончательно следующий вид:

$$v_r \cdot \frac{dv_r}{dr} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dP}{dr} + \nu \cdot \Delta_1 \cdot v_r, \quad (10)$$

$$v_r \cdot \frac{dv_\varphi}{dr} + \frac{v_r \cdot v_\varphi}{r} = \nu \cdot \Delta_1 \cdot v_\varphi, \quad (11)$$

$$r \cdot \frac{dv_r}{dr} + v_r = 0, \quad (12)$$

где Δ_1 – представляет собой дифференциальный оператор следующего вида:

$$\Delta_1 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2}. \quad (13)$$

Таким образом, полученные соотношения (10) – (12) представляют собой полную систему уравнений, решение которой позволяет найти искомые величины радиальной, тангенциальной компонент вектора скорости и давление «P» внутри корпуса РПУ.

Вычисление радиальной компоненты вектора скорости вязкого материала в роторно-пульсационной установке

Для нахождения значений компонент скорости внутри корпуса РПУ разобьём весь внутренний объём корпуса на «i» зон, здесь «i» принимает значения от нуля до 4. Нулевая зона – это зона движения среды, заключённая в пределах $R_0 \leq r \leq R_1$.

Первая зона соответствует движению в пределах $R_1 \leq r \leq R_2$,

вторая в пределах $R_2 \leq r \leq R_3$,

третья в пределах $R_3 \leq r \leq R_4$,

четвёртая в пределах $R_4 \leq r \leq R_5$.

Найдём решение дифференциального уравнения (12) для каждой из введённых зон. Интегрирование уравнения (12) приводит к следующему соотношению:

$$v_r^{(i)} = \frac{\alpha_i}{r}, \quad (14)$$

где $i = 0, 1, \dots, 4$, а α_i – константа интегрирования, значения которой необходимо определить для каждой из рассматриваемой области изменения переменной «r». Так, для нулевой зоны ($i = 0$) значение константы интегрирования α_0 можно найти исходя из следующего граничного условия:

$$\text{при } r = R_0 \quad v_r^{(0)}(R_0) = W_0, \quad (15)$$

где W_0 – значение скорости схода материала с радиально расположенной лопастью ротора.

Данное значение на основании результата работы [1] определяется статическим выражением:

$$W_0 = \frac{\omega R_0}{2f}, \quad (16)$$

здесь ω – частота вращения ротора (с^{-1}); f – коэффициент трения вязкой среды о лопатку ротора.

Подстановка (15) и (16) в (14) приводит к результату:

$$\frac{\alpha_0}{R_0} = \frac{\omega R_0}{2f}, \quad (17)$$

Откуда

$$\alpha_0 = \frac{\omega R_0^2}{2f}. \quad (18)$$

На основании (18) и (14) находим выражение определяющее изменение радиальной компоненты скорости вязкой среды в нулевой зоне:

$$v_r^{(0)} = \frac{\omega R_0^2}{2fr}. \quad (19)$$

Для определения радиальной компоненты скорости схода материала с прорези в корпусе вращающегося цилиндра радиуса R_1 воспользуемся расчётной схемой, представленной на рис. 2.

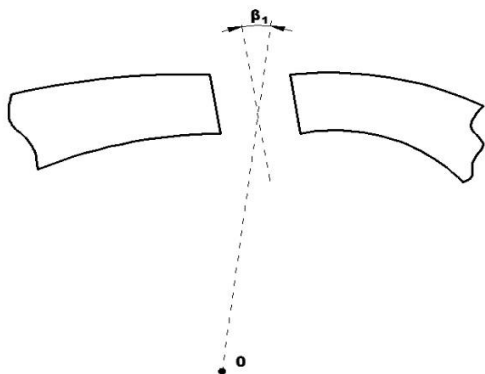


Рис. 2. Расчётная схема к определению радиальной составляющей скорости схода материала с прорези в корпусе вращающегося цилиндра
Угол β_1 – определяет отклонение оси прорези от радиального направления.

На основании результата работы [1] радиальная составляющая скорости W_1 схода для значения $r = R_1$ определяется выражением вида:

$$W_1 = \frac{\omega R_1}{2f} \cdot (\cos \beta_1 - f \cdot \sin \beta_1). \quad (20)$$

Согласно (14) и (20) для $r = R_1$ выполняется равенство:

$$\frac{\alpha_1}{R_1} = \frac{\omega R_1}{2f} \cdot (\cos \beta_1 - f \cdot \sin \beta_1), \quad (21)$$

Из соотношения (21) находим, что

$$\alpha_1 = \frac{\omega \cdot R_1^2}{2f} \cdot (\cos \beta_1 - f \cdot \sin \beta_1). \quad (22)$$

Подстановка (22) в (14) приводит к следующему результату:

$$v_r^{(1)} = \frac{\omega \cdot R_1^2}{r} \cdot \frac{\cos \beta_1 - f \cdot \sin \beta_1}{2 \cdot f}. \quad (23)$$

Радиальная компонента изменения скорости вязкого материала после прохода через прорези в корпусе неподвижного цилиндра радиуса R_2 в зоне 2 очевидно будет определяться соотношением вида:

$$v_r^{(2)} = \frac{\omega R_1^2}{r} \cdot \frac{\cos \beta_1 - f \cdot \sin \beta_1}{2 \cdot f} \cdot \cos \beta_2, \quad (24)$$

где β_2 – угол, определяющий отклонение оси прорези в корпусе неподвижного цилиндра с

радиусом R_2 от радиального направления.

Аналитическую зависимость, определяющую изменение радиальной составляющей вектора скорости в зоне 3 можно записать по аналогии с аналитическим выражением для зоны 1, а именно:

$$v_r^{(3)} = \frac{\omega \cdot R_3^2}{r} \cdot \frac{\cos \beta_3 - f \cdot \sin \beta_3}{2 \cdot f}, \quad (25)$$

где β_3 – угол, задающий отклонение оси прорези в корпусе вращающегося цилиндра радиусом R_3 от радиального направления.

По аналогии с (24) функциональную зависимость, определяющую изменение радиальной компоненты скорости в зоне 4 после прохода через прорезы неподвижного цилиндра радиуса R_4 равна:

$$v_r^{(4)} = \frac{\omega \cdot R_3^2}{r} \cdot \frac{\cos \beta_3 - f \cdot \sin \beta_3}{2 \cdot f} \cdot \cos \beta_4, \quad (26)$$

здесь β_4 – угол, задающий отклонение оси прорези в корпусе неподвижного цилиндра радиуса R_4 от радиального направления.

Таким образом, полученные соотношения (13) и (23) – (26) определяют изменение радиальной компоненты скорости материала внутри корпуса РПУ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воронов В.П., Семикопенко И.А., Пензев П.П. Теоретические исследования скорости движения частиц материала вдоль поверхности ударного элемента мельницы дезинтеграторного типа. Известия вузов. Строительство. 2008. №11. С. 93-96.
2. Щербинин И.А. К расчету давления создаваемого рабочими органами кавитационной установки для производства пенобетона. // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2009. №2. С. 101–103.
3. Щербинина О.А., Щербинин И.А., Уваров В.А. Вычисление значений поля скоростей смеси пенобетона в роторно-пульсационной установке при турбулентном режиме. // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2013. № 5. С. 71-75.
4. Щербинина О.А., Щербинин И.А., Уваров В.А. Получение разрешающей системы уравнений для расчета движения смеси в роторно-пульсационной установке для получения пенобетона. // Вестник Белгородского государ-

ственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2013. № 4. С. 78-81.

5. Уваров В.А., Шаптала В.Г., Шаптала В.В., Овчинников Д.А. Новое направление механоактивации цемента. // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2013. № 3. С. 68-73.

6. Семикопенко И.А., Воронов В.П., Пензев П.П. Агрегат предварительной классификации и помола материала. // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2010. № 6. С. 76-82.

7. Воронов В.П., Семикопенко И.А., Гордеев С.И., Вялых С.В., Дятлова Е.И. Определение условия прохождения частицей материала междурядного пространства дезинтегратора // Вест-

ник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2012. № 2. С. 63-64.

8. Воронов В.П., Семикопенко И.А., Вялых С.В., Гордеев С.И. Математическое описание плоского движения двухфазной среды в мельницах дезинтеграторного типа. // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2012. № 3. С. 84-86.

9. Воронов В.П., Семикопенко И.А., Вялых С.В., Жуков А.А. Математическое описание образования пробки в агрегате дезинтеграторного типа // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2014. № 1. С. 65-66.