Кузло Н. Т. канд. техн. наук, доц.
Национальный университет водного хозяйства и природопользования (г. Ровно)
Сладков А. В. канд. техн. наук, проф.
Московский государственный университет экономики, статистики и информатики (Белгородский филиал)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ ПРИ НАЛИЧИИ ВОДОЗАБОРНЫХ СКВАЖИН

Kuzlo-@ukr.net

Выполнено математическое моделирование деформаций водоносного грунтового массива при работе водозаборных скважин. Определены вертикальные смещения поверхности земли прилегающей территории действующего водозабора. Полученные результаты есть достаточно естественными, поскольку фильтрационное давления у водоносном слое грунта при работе водозаборных скважин небольшое, то и смещения незначительные.

Ключевые слова: *грунтовый массив, вертикальные смещения, фильтрация, деформации.*

Изменение гидрогеологических условий на Земле происходит все более быстрыми темпами. Причиной таких изменений является развитие за последнее тысячелетие и чрезвычайное усиление вначале века нового, ранее неизвестного геологического агента. Этим новым геологическим агентом является неразумная и разумная человеческая деятельность. Е.М.Сергеев [1] рассматривает техническую деятельность человека как крупнейшую геологическую силу, не только меняющую лик земной поверхности, но и вносящую значительные изменения в верхнюю часть земной коры, которые по масштабам и последствиям сопоставимы с геологическими процессами.

Создание водохранилищ, промышленных и энергетических центров, строительство городов все больше непосредственно воздействуют на грунтовую среду, изменяя и в ряде случаев усиливая воздействие на ее природные факторы.

Не менее важной проблемой есть установление вертикальных смещений поверхности земли при работе водозаборных скважин.

В данной статье представлены результаты математического моделирования вертикальных смещений поверхности земли прилегающей территории действующего водозабора (рис.1). Мощность водоносного горизонта составляет 35-40м и имеет напорный характер.

После 30 годов эксплуатации динамический уровень в большинстве скважин располагается на глубине 10-13 м от поверхности земли. Максимальное положение динамического уровня установлено на 17,0м у скважины №10, минимальное – 9,4 м у скважины №8. На рис.1 графически отображено гидродинамическую поверхность воды при работе водозаборных скважин №8,10,13.

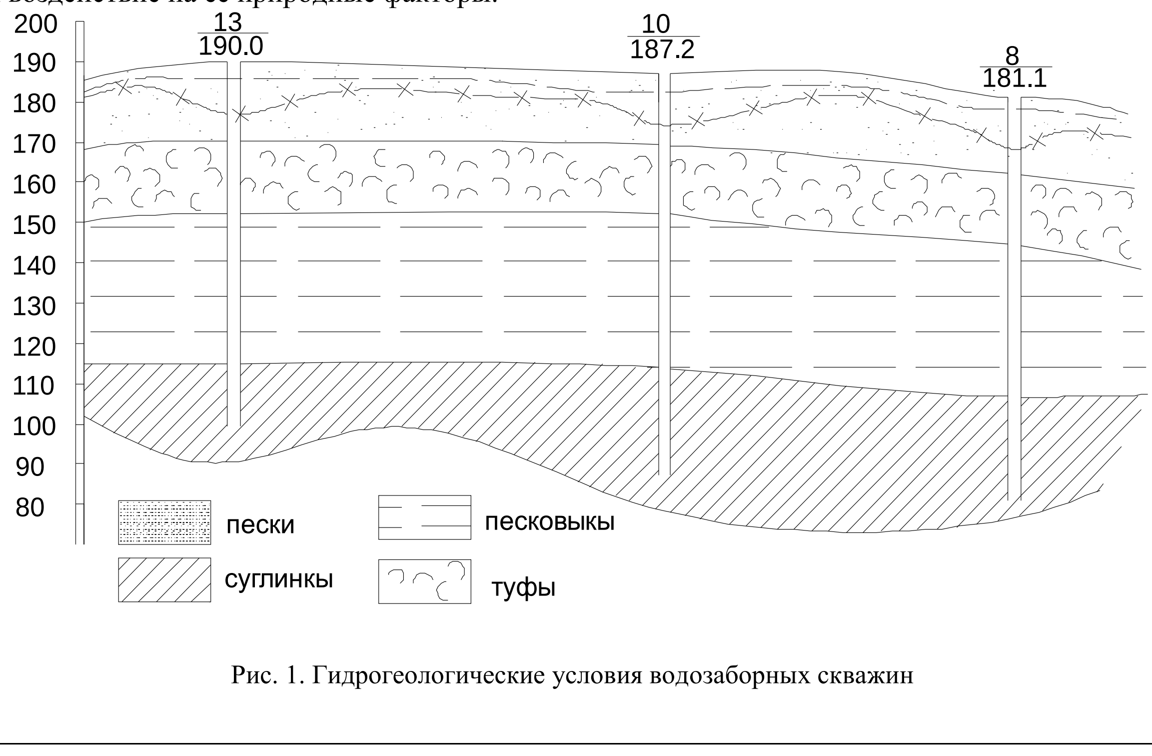

Рис. 1. Гидрогеологические условия водозаборных скважин

Следует отметить, что динамическая поверхность уровня воды является переменной. Она зависит от вододобычи на отдельной скважине или их группе и может изменять свою форму в общих депрессионных границах. Кроме того интенсивность вододобычи может привести к горизонтальным смещениям в водонасыщенном грунтовом массиве по направлению движения фильтрационного потока и соответственно им, вертикальным смещениям по всей области фильтрации. Все это может привести к осадке поверхности прилегающей территории.

Анализ последних исследований показал, что вопрос с определением вертикальных смещений поверхности земли прилегающей территории при работе водозаборных скважин недостаточно изучен.

Целью работы есть определение деформаций водоносного грунтового массива при работе водозаборных скважин и соответствующих им вертикальных смещений поверхности земли.

Для этого выполнено математическое моделирование напряженно-деформированного состояния водоносного грунтового массива вокруг водозаборной скважины №10. Принята следующая система координат: начало координат – в нижней точке водоносного слоя, ось *0x* направлена горизонтально, ось *0z*- вертикально (рис.2).

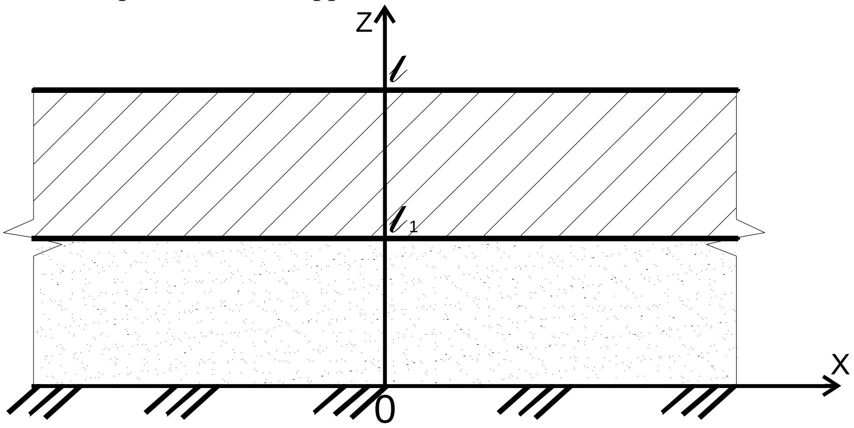

Рис. 2. Расчетная схема грунтового массива

Математическая модель задачи в смещениях в области $\Omega = \{(x,z) \mid x \in (0,r), z \in (0,l_1)\}$ описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\mu\Delta u + (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right) = \frac{\partial p(x)}{\partial x}, \qquad (1)$$

$$\mu\Delta w + (\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) = \gamma_{sb}, \qquad (2)$$

при таких граничных условиях:

$$u(x,0)=0, \quad w(x,0)=0, \qquad (3)$$

$$u(0,z)=0, \quad u(r,z)=0, \qquad (4)$$

$$\tau_{xz}(0,z)=0, \quad \tau_{xz}(r,z)=0, \qquad (5)$$

$$R_x(x,l_1)=0, \quad R_z(x,l_1)=\gamma_{av}(l_1-l). \qquad (6)$$

Здесь x – горизонтальная, а z – вертикальная координата; Δ – оператор Лапласа; λ, μ – упругие постоянные; $u(x,z)$ – горизонтальные, а $w(x,z)$ – вертикальные смещения; $p(x)$ – фильтрационное давление; γ_{sb} – удельный вес грунта в насыщенном состоянии; τ_{xz} – касательное напряжение; $R_x(x,z), R_z(x,z)$ – горизонтальная и вертикальная составляющие вектора напряжений; l_1 – мощность водоносного слоя; l – общая высота грунтового массива от начала координат; r – радиус влияния работы скважины на деформации грунтового массива; γ_{av} – средний удельный вес грунта верхних слоев.

Запишем напряжения через смещения [1]

$$\tau_{xz} = \mu\varepsilon_{xz} = \frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right). \qquad (7)$$

В соответствии с (4), $u\big|_{x=0} = u\big|_{x=r} = 0$, поэтому, $\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{x=r} = 0$, следовательно, (5) примет вид

$$\left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{x=r} = 0. \qquad (8)$$

Имеют место формулы [1]

$$R_x = \sigma_x n_x + \tau_{xz} n_z, \quad R_z = \tau_{zx} n_x + \sigma_z n_z, \qquad (9)$$

где n_x, n_z – направляющие косинусы вектора нормали к верхней границе, а именно:

$$n_x = -\sin\alpha,\ n_z = \cos\alpha,$$

где

$\alpha = arctg(l_1'(x))$.

Учитывая (9) и записавши напряжения через смещения, с (6) получим

$$\left(n_x\left((\lambda+2\mu)\frac{\partial u}{\partial x}+\lambda\frac{\partial w}{\partial z}\right)+n_z\frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right)\Bigg|_{z=l_1}=0, \qquad (10)$$

$$\left(n_x\frac{\mu}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)+n_z\left((\lambda+2\mu)\frac{\partial w}{\partial z}+\lambda\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right)\Bigg|_{z=l_1}=\gamma_{av}(l_1-l). \qquad (11)$$

Поскольку принято поверхность грунта горизонтальною, то $\alpha = 0,\ n_x = 0,\ n_z = 1,$ поэтому (10), (11) примут вид

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\Bigg|_{z=l_1}=0, \qquad (12)$$

$$\left((\lambda+2\mu)\frac{\partial w}{\partial z}+\lambda\frac{\partial u}{\partial x}\right)\Bigg|_{z=l_1}=\gamma_{av}(l_1-l). \qquad (13)$$

Для оценки влияния фильтрационного потока на деформации грунтового массива необходимо от полученных смещений отнять смещения, найденные путем решения аналогичной задачи лишь с той разницей, что в уравнении (1) $\frac{\partial p(x)}{\partial x}=0.$

Рассмотрим процесс фильтрации. Примем, что фильтрация симметричная во всех направлениях. Поэтому количество воды, что проходит через боковую поверхность цилиндра постоянное. Пусть Q – расход воды откачиваемой со скважины ($[Q]=\frac{м^3}{c}$). Тогда через боковую поверхность цилиндра на расстоянии x от скважины площадью $S(x)=2\pi x l_1$ за секунду проходит Q $м^3$ воды. Поэтому линейная скорость воды равна:

$$v(x)=\frac{Q}{S}=\frac{Q}{2\pi x l_1}. \qquad (14)$$

Как видим, скорость фильтрации обратно пропорциональна расстоянию от скважины. При достаточно больших значениях x влияние фильтрационного потока на деформации грунтового массива будет незначительное. С таких соображений и определялся радиус влияния r.

Используя закон Бернулли, получим, что избыточное давление от фильтрационного потока равно:

$$p(x)=-\frac{\rho_w v^2}{2}=-\frac{\rho_w Q^2}{2(\pi l_1)^2 x^2}, \qquad (15)$$

где ρ_w - плотность воды.

Необходимая для решения задачи производная по давлению равна:

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x}=\frac{\rho_w Q^2}{(\pi l_1)^2 x^3}. \qquad (16)$$

Для решения задачи (1)-(4),(8),(12),(13) введем в прямоугольной области Ω равномерную разностною сетку с шагом h_1 по x и h_2 по z.

$$x_i = ih_1, i=\overline{0,n_1}, \quad z_j = jh_2, j=\overline{0,n_2}. \qquad (17)$$

Обозначим $\frac{\partial p(x_i)}{\partial x}=p_i$. После дискретизации уравнения (1),(2) получим

$$\mu\left(\frac{u_{i-1,j}-2u_{ij}+u_{i+1,j}}{h_1^2}+\frac{u_{i,j-1}-2u_{ij}+u_{i,j+1}}{h_2^2}\right)+$$

$$+(\lambda+\mu)\left(\frac{u_{i-1,j}-2u_{ij}+u_{i+1,j}}{h_1^2}+\frac{w_{i-1,j-1}-w_{i-1,j+1}-w_{i+1,j-1}+w_{i+1,j+1}}{4h_1h_2}\right)=\alpha p_i, \qquad (18)$$

$$\mu\left(\frac{w_{i-1,j}-2w_{ij}+w_{i+1,j}}{h_1^2}+\frac{w_{i,j-1}-2w_{ij}+w_{i,j+1}}{h_2^2}\right)+$$

$$+(\lambda+\mu)\left(\frac{u_{i-1,j-1}-u_{i-1,j+1}-u_{i+1,j-1}+u_{i+1,j+1}}{4h_1h_2}+\frac{w_{i-1,j}-2w_{ij}+w_{i+1,j}}{h_1^2}\right)=\gamma_{sb}, \qquad (19)$$

$i=\overline{1,n_1-1}, j=\overline{1,n_2-1}$. Здесь $\alpha=1$ при решении главной задачи, $\alpha=0$ при поиске начальных условий.

Исследуя дискретизационные граничные условия (3), (4), (8), (12), (13), имеем

$$u_{i0}=0, \quad w_{i0}=0, \quad i=\overline{0,n_1}, \tag{20}$$

$$u_{0j}=0, \quad u_{n_1,j}=0, \quad j=\overline{1,n_2}, \tag{21}$$

$$\frac{-3w_{0j}+4w_{1j}-w_{2j}}{2h_1}=0, \ \frac{w_{n_1-2,j}-4w_{n_1-1,j}+3w_{n_1,j}}{2h_1}=0, \quad j=\overline{1,n_2}, \tag{22}$$

$$\frac{u_{i,n_2-2}-4u_{i,n_2-1}+3u_{i,n_2}}{2h_2}+\frac{w_{i+1,n_2}-w_{i-1,n_2}}{2h_1}=0, \quad i=\overline{1,n_1-1}, \tag{23}$$

$$(\lambda+2\mu)\frac{w_{i,n_2-2}-4w_{i,n_2-1}+3w_{i,n_2}}{2h_2}+\lambda\frac{u_{i+1,n_2}-u_{i-1,n_2}}{2h_1}=\gamma_{av}(l_1-l), \qquad i=\overline{1,n_1-1}. \tag{24}$$

Для улучшения скорости и точности решения полученной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) уравнения (20), (21) и соответствующие нулевые смещения $u_{i0}, w_{i0}, u_{0j}, u_{n_1,j}$ в систему не включаємо. Решаем СЛАУ (17)-(19), (22)-(24) с квадратной матрицею размерности $2(n_1n_2-(n_1+n_2+1))$ методом Гауса с выбором главного элемента по столбцу. В результате получим значения горизонтальных и вертикальных смещений в каждой точке сетки.

Ниже приведены результаты численных расчетов с определения вертикальных смещений прилегающей территории вокруг водозаборной скважины №10 при следующих входных данных: $l_1=35м$; $l=70м$; $Q=1{,}5\cdot10^3\,\frac{м^3}{добу}$; $r=30м$; $\mu=11500кПа$; $\lambda=17300кПа$; $\rho_w=1000\frac{кг}{м^3}$; $\gamma_{sb}=11\frac{кН}{м^3}$; $\gamma_{av}=20\frac{кН}{м^3}$.

Результаты расчета с определения вертикальных смещений прилегающей территории вокруг водозаборной скважины приведены в таблице 1.

Вертикальные смещения спроектированы на ось Oz, поэтому положительные значения означают смещения вверх, а отрицательные – вниз.

Таблица 1

Вертикальные смещения

x, м	0	1	2	3	4	5	6
w, м	0,0287	0,0260	0,0180	0,0132	0,0092	0,0062	0,0037
x, м	7	8	9	10	11	12	13
w, м	0,0017	0,00011	-0,0012	-0,0024	-0,0034	-0,0043	-0,0051
x, м	14	15	16	17	18	19	20
w, м	-0,0057	-0,0063	-0,0068	-0,0072	-0,0075	-0,0078	-0,0081
x, м	21	22	23	24	25	26	27
w, м	-0,0083	-0,0085	-0,0087	-0,0088	-0,0089	-0,0090	-0,0091
x, м	28	29	30				
w, м	-0,0091	-0,0091	-0,0091				

Выводы. Полученные результаты есть достаточно естественными, поскольку фильтрационное давления у водоносном слое грунта при работе водозаборных скважин небольшое, то и смещения незначительные. Такие незначительные вертикальные смещения не могут существенно влиять на состояния сооружений, что расположены на прилегающей территории. Дальнейшими исследования могут быть установления осадки поверхности земли при работе группы водозаборных скважин.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сергеев Е. М. Инженерная геология. М.: Изд-во Моск. ун-та , 1978. 384 с.

2. Сергиенко И. В. Скопецький В. В., Дейнека В. С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. К.: Наук. думка, 1991. 432 с.