ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Мигущенко Р. П., канд. техн. наук, доц.,
Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОСТРАНСТВА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ВИБРОСИГНАЛОВ

panasvv-chem@yandex.ua

Рассмотрена задача определения оптимального числа информационных параметров, полученных на основе ковариационного анализа результатов вейвлет-преобразования спектрально-нестационарных вибросигналов. Доказано, что информативными параметрами являются критериальные F-статистики тестирования результатов вейвлет-преобразования, зависящие от сдвига и от масштаба, а оптимальное число статистик определяется минимумом вероятности ошибки диагностики.

Ключевые слова: *вейвлет-преобразоване, вибросигнал, ковариационный анализ.*

Постановка проблемы. Ограниченность исходящей информации в случайных сигналах, параметры которых зависят от вида состояния объекта функциональной диагностики, всегда порождает проблему формирования оптимального, по минимуму вероятности ошибки диагностики, подмножества параметров, несущих максимум информации о смене функционального состояния объекта диагностики. Ограниченность исходной информации – это следствие непредставительности выборок из подмножеств объектов с верифицированными состояниями, которые используют при обучении (калибровке) системы диагностики. Особенно ярко данная проблема проявляется в системах, процедуры принятия решений которых, предусматривают математические операции над векторами в нормированных линейных пространствах большой размерности. Размерность таких метрических пространств полностью определяется числом возможных неслучайных информативных параметров, потенциально содержащихся в случайном измерительном вибросигнале.

Увеличение размерности таких пространств требует жесткого обеспечения требований к несмещенности, состоятельности, эффективности оценок параметров для всех диагностируемых состояний. При ограниченности обучающих выборок, выполнение этих требований тем затруднительнее, чем большее число параметров используется при диагностике. В этом случае неизбежно увеличиваются вероятности ошибок диагностики как первого, так и второго рода, снижая эффективность работы многопараметровой системы диагностики в целом.

Анализ литературы. Теоретическое обоснование важности задач оптимизации размерности пространства информативных параметров (признаков) и разработки оптимальных, по минимуму вероятностей ошибок, планов диагностического эксперимента восходит к 70-м, 80-м годам прошлого века [1, 2]. Последующие теоретические разработки в области планирования измерений для задач многопараметрового контроля и функциональной диагностики касается моделей с относительно небольшим числом информационных параметров [3 - 5], характеризующих статистические свойства объекта диагностики. Динамические модели объектов в задачах оптимизации размерности вектора контролируемых параметров практически не исследованы, особенно для линейных пространств большой размерности.

Цель статьи. Теоретическое обоснование методов многофакторного дисперсионного анализа для оптимальной параметризации вейвлет-изображений спектрально нестационарных вибросигналов в задаче альтернативной функциональной диагностики дизельных двигателей большой мощности.

Ковариационный анализ вейвлет-преобразований. Пусть $X(t)$ – случайный вибросигнал, а $W_{g_k}(a,b)x$ его непрерывное вейвлет-преобразование, математическая модель которого представлена выражением [6, 7]:

$$W_{g_k}(a,b)x = \frac{a}{\sqrt{C_{g_k}|a|}} \sum_{i=1}^{N} x_i \left[g_{k-1}\left(\frac{t_{i-1}-b}{a}\right) - g_{k-1}\left(\frac{t_i - b}{a}\right) \right], \quad (1)$$

где $W_{g_k}(a,b)x$ – вейвлет-коэффициенты, которые вычислены при помощи гаусовского вейвлета k-го порядка, $g_{k-1}(t)$ – гаусовский материнский вейвлет $(k-1)$-го порядка, C_{g_k} – нормировочный множитель, x_i – отсчеты реализации $x(t)$ в моменты времени t_i, $i=\overline{1,N}$, a – параметр масштаба, b – параметр сдвига.

Математическая модель (1) является моделью трехмерных наблюдений функции $Y=W_{g_k}(a,b)x$ и параметров a, b. Их взаимосвязь, а также взаимная межгрупповая изменчивость определяются особенностями спектральной нестационарности сигнала $x(t)$ на всем интервале $[t_1,t_N]$ его наблюдения.

Вейвлет-коэффициенты, определяемые выражением (1), безусловно, несут диагностическую информацию о виде состояния объекта диагностики, однако использовать их для построения многомерной (по числу коэффициентов) системы информативных параметров нельзя. Во-первых, их число очень велико (равно $N_{sh}\cdot N_{sc}$, где N_{sh} – количество отсчетов по сдвигу, N_{sc} – количество отсчетов по масштабу), а во-вторых, они взаимно коррелированы.

Для уменьшения размерности такого многомерного пространства коррелированных параметров имеет смысл использовать многофакторный дисперсионный анализ результатов вейвлет-преобразования сигнала $X(t)$, группируя эти результаты по признаку локальной внутригрупповой линейной корреляции, что уменьшит корреляцию между группами результатов и снизит размерность пространства информативных параметров. Последние будут являться уже критериальными статистиками дисперсионного анализа характеристик локальных (частных) регрессий Y на локализованные значения параметров a и b. Теоретические возможности для такой модели преобразований предоставляет ковариационный анализ (как раздел многофакторного дисперсионного анализа [8, 9]).

Рассмотрим общий вид модели (1) в форме кусочно-линейной, по математическому ожиданию, последовательности k-групп двумерных наблюдений y_{si} переменной Y, зависящих от независимого аргумента z_{si} (значений параметра либо a, либо b):

$$y_{si}=A_s+B_s z_{si}+\Delta_{si}, \qquad (2)$$

где s – номер группы наблюдений, для которой оцениваются коэффициенты A_s и B_s частной (групповой) регрессии; $s=\overline{1,K}$; i – номер наблюдения в s-той группе; $i=\overline{1,n_s}$; n_s – число наблюдений в s-той группе; Δ_{si} – случайный остаток модели (2).

Требования к случайным остаткам Δ_{si} стандартны [8]: 1) нулевые матожидания; 2) постоянство остаточной дисперсии; 3) отсутствие взаимной корреляции; 4) нормальность закона распределения вероятностей. Выполнение первого требования обеспечивается использованием метода наименьших квадратов при оценивании коэффициентов A_s и B_s, а из оставшихся требований главным является второе. Требования 3) и 4) для ковариационного анализа большой роли не играют [8, 9].

Дисперсионное разложение общей суммы квадратов отклонений y_{si} в модели (2)

$$Q=\sum_{s=1}^{K}\sum_{i=1}^{n_s}(y_{si}-\overline{Y})^2,$$

от общего среднего $\overline{Y}$ включает пять составляющих

$$Q=Q_0+Q_1+Q_2+Q_3+Q_\Delta, \qquad (3)$$

из которых Q_Δ – остаточная сумма, отвечающая за неустранимый случайный шум вейвлет-преобразованния (1). За локальные внутригрупповые геометрические особенности изображения отвечают суммы Q_1, Q_2 (частные аддитивные смещения) и Q_3 (мультипликативные изменения). Сумма Q_0 характеризует общее линейное изменение средних значений.

Вычисления значений сумм дисперсионного разложения (3) ведут в соответствии с:

$$\begin{cases} Q_0=\nu_0 B_0^2, \\ Q_1=\dfrac{\nu_c\nu_m}{\nu_0}\left(B_c-B_m\right)^2, \\ Q_2=\sum\limits_{s=1}^{k} n_s\left[\overline{Y}_s-\overline{Y}-B_m\left(\overline{Z}_s-\overline{Z}\right)\right]^2, \\ Q_3=\sum\limits_{s=1}^{k}\nu_s\left(B_s-B_c\right)^2, \\ Q_\Delta=\sum\limits_{s=1}^{k}\sum\limits_{i=1}^{n_s}\left[y_{si}-\overline{Y}_s-B_s\left(z_{si}-\overline{Z}_s\right)\right]^2. \end{cases} \qquad (4)$$

В суммах (4):

$$\nu_s = \sum_{i=1}^{n_s} \left(z_{si} - \bar{Z}\right)^2; \ \nu_c = \sum_{s=1}^{k} \nu_s;$$

$$\nu_m = \sum_{s=1}^{k} n_s \left(\bar{Z}_s - \bar{Z}\right)^2; \ \nu_0 = \nu_m + \nu_c;$$

$$B_c = \nu_c^{-1} \sum_{s=1}^{k} \nu_s B_s;$$

$$B_m = \frac{\sum_{s=1}^{k} n_s \left(\bar{Z}_s - \bar{Z}\right)\left(\bar{Y}_s - \bar{Y}\right)}{\sum_{s=1}^{k} n_s \left(\bar{Z}_s - \bar{Z}\right)^2};$$

$$B_0 = \nu_0^{-1}\left(\nu_c B_c + \nu_m B_m\right);$$

$$\bar{Y}_s = n_s^{-1} \sum_{i=1}^{n_s} y_{si}; \ \bar{Z}_s = n_s^{-1} \sum_{i=1}^{n_s} z_{si}; \ \bar{Z} = k^{-1} \sum_{s=1}^{k} \bar{Z}_s .$$

F-статистики, величина которых отражает статистическую значимость систематических (общего и локальных) изменений рельефа вейвлет-изображения по сечениям a и b (масштаб и смещение), определяются дисперсионными отношениями:

$$\left.\begin{aligned} F_0 &= \frac{Q_0}{Q_\Delta}(N-2k), \\ F_1 &= \frac{Q_1}{Q_\Delta}(N-2k), \\ F_2 &= \frac{Q_2}{Q_\Delta}\left(\frac{N-2k}{k-2}\right) \\ F_3 &= \frac{Q_3}{Q_\Delta}\left(\frac{N-2k}{k-1}\right) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Поскольку суммы, входящие в первую часть дисперсионного разложения (3) взаимнонезависимы [8, 9], то при постоянстве суммы Q_Δ, все F-статистики (5) также взаимнонезависимы (некоррелированы). Их величины, как функции дискретных значений параметров a и b, образуют пространство некоррелированных диагностических параметров (F-статистик (5)), а размерность этого линейного пространства меньше исходного и равна $(n_a \times n_b)$, где n_a, n_b – количества фиксированных значений для параметров a и b.

Выбор критерия оптимизации. Введем ряд ограничений. Будем рассматривать объект диагностики как случайный вектор $\bar{Y} = (Y_1,..., Y_L)$, составляющие которого – измеряемые информативные параметры. Пространство наблюдений составляющих, например, двух случайных векторов $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – это нормированное эвклидово пространство E_L, метрика $d_2(\bar{X},\bar{Y})$ которого определяется нормой

$$\left\|\bar{X} - \bar{Y}\right\| = \left\{ \sum_{j=1}^{L} \frac{(\bar{x}_j - \bar{y}_j)^2}{(\sigma_{x_j}^2 + \sigma_{y_j}^2)} \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

Модель диагностики, в нашем случае, параметрическая по минимуму среднего риска [1], когда распределения вероятностей векторов $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – это многомерные нормальные законы распределения с векторами $\bar{x}_j$, $\bar{y}_j$ средних и диагональными дисперсионными матрицами D_x, D_y, составленных из дисперсий $\left\{\sigma_{x_j}^2\right\}_1^L$ и $\left\{\sigma_{y_j}^2\right\}_1^L$, соответственно.

В качестве целевой функции оптимизации размерности L пространства E_L удобно использовать, при введенных ограничениях, вероятность ошибки диагностики второго рода (β), если вероятность ошибки первого рода (α) не больше заданной величины (например, 0.05). Такая целевая функция соответствует задаче оптимизации по критерию Неймана-Пирсона, а правило выбора решения имеет наибольшую мощность среди других правил, для которых уровень значимости α не превышает заданной величины.

Если $F_j^{(0)}$ и $F_j^{(1)}$ информативные F-статистики, характеризующие, соответственно состояния S_0 и S_1 объекта контроля, то статистическое расстояние между этими состояниями, с учетом нормы (6) и модели многомерного контроля [10], будет определяться выражением

$$d = \sum_{j=1}^{L} \frac{\left(F_j^{*(0)} - F_j^{*(1)}\right)^2}{\left(\sigma_{F_j^{*(0)}}^2 + \sigma_{F_j^{*(1)}}^2\right)}. \quad (7)$$

В выражении (7) $F_j^{*(0)}$ и $F_j^{*(1)}$ – это оценки средних значений статистик $F_j^{(0)}$ и $F_j^{(1)}$, а d – квадрат геометрического расстояния между векторами $\bar{F}_j^{(0)}$ и $\bar{F}_j^{(1)}$.

Расстояние (7) эквивалентно расстоянию Махалонобиса [10] между нормативно заданными состояниями объекта диагностики.

При функциональной диагностике удобнее определять d как квадрат геометрического расстояния между фактическим состоянием объекта S_0 и состоянием нормативным S_1, соответствующим заданному уровню качества объекта диагностики [10].

Если дисперсии $\sigma^2_{F_j^{*(0)}}$ и $\sigma^2_{F_j^{*(1)}}$ известны, то d – это случайная величина с χ^2-распределением, имеющим L степеней свободы. Обозначим как $d_{кр}$ критическое значение для расстояния d равное ($\alpha \cdot 100$)-процентной точке $\chi^2_{L,\alpha}$ χ^2-распределения. Если m_d и σ_d^2 – соответственно среднее и дисперсия расстояния d, когда состояние S_0 характеризует появление дефекта, то вероятность ошибки второго рода можно определить через интеграл вероятности $\Phi(\rho)$ [8], аргумент которого $\rho = \dfrac{m_d - d_{кр}}{\sigma_d}$:

$$\beta = 1 - \Phi\left(\frac{m_d - d_{кр}}{\sigma_d}\right). \tag{8}$$

Для оценки дисперсий $\sigma^2_{F_j^{*(0)}}$ и $\sigma^2_{F_j^{*(1)}}$ воспользуемся моделью аппроксимации нецентрального F-распределения законом распределения χ^2 [8]. Тогда получим

$$\begin{cases} \sigma^2_{F_j^{*(0)}} \ge 2F_j^{*(0)}, \\ \sigma^2_{F_j^{*(1)}} \ge 2F_j^{*(1)}, \end{cases} \tag{9}$$

а выражение (7) примет вид неравенства

$$d \ge \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{L} \frac{\left(F_j^{*(0)} - F_j^{*(1)}\right)^2}{\left(F_j^{*(0)} + F_j^{*(1)}\right)},$$

которое позволяет найти нижнюю границу квадрата геометрического расстояния d между состояниями S_0 и S_1:

$$d = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{L} \frac{\left(F_j^{*(0)} - F_j^{*(1)}\right)^2}{\left(F_j^{*(0)} + F_j^{*(1)}\right)} \tag{10}$$

Используя аппроксимацию χ^2-распределения для расстояния d нормальным законом определим m_d и σ_d из выражения [8]

$$m_d = L + d, \tag{11}$$

$$\sigma_d = \sqrt{2(L + 2d)} \tag{12}$$

Таким образом, окончательное выражение для целевой функции оптимизации имеет вид

$$\beta = 1 - \Phi\left(\frac{L + d - \chi^2_{L,\alpha}}{\sqrt{2(L + 2d)}}\right), \tag{13}$$

где $\Phi(\rho)$ – интеграл вероятности, d – функция информативных параметров (F-статистик), определяемая выражением (10), $\chi^2_{L,\alpha}$ – $(\alpha \cdot 100)\%$-ная точка χ^2-распределения с L степенями свободы.

Из выражения (13) следует, что любое увеличение аргумента

$$\rho = \frac{L + d - \chi^2_{L,\alpha}}{\sqrt{2(L + 2d)}} \tag{14}$$

приводит к увеличению значения интеграла вероятности $\Phi(\rho)$. Такое свойство аргумента ρ позволяет использовать его в качестве целевой функции оптимизации размерности пространства информативных F-статистик. В этом случае, экстремумы функций оптимизации (13) и (14) совпадают, причем глобальному минимуму функции β будет соответствовать глобальный максимум функции ρ.

В экспериментальных исследованиях эффективности модели оптимизации по критерию Неймана-Пирсона объектом диагностики служил дизельный агрегат Д80 тепловозов ТГМ4. Обработка экспериментальных данных показала, что минимальная ошибка диагностики $\beta = 0.0007$ соответствует максимуму функции $\rho = 3.1995$, полученной для пространства (F_0, F_2, F_3) с размерностью $L = 60$.

Выводы

1. Показана возможность оценивания, по геометрическому расстоянию между диагностируемыми состояниями, информативности F-статистик вейвлет-преобразованных вибросигналов.

2. Разработана методика формирования, по критерию Неймана-Пирсона, оптимальной размерности пространства F-статистик, что обеспечивает минимум вероятности ошибки диагностики второго рода или максимума мощности правила принятия решения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Миленький А.В. Классификация сигналов в условиях неопределенности (статистические методы самообучения в распознавании образов). М.: Сов. Радио, 1985. 329 с.

2. Раудис Ш. Ограниченность выборки в задачах классификации. Вильнюс, 1976. Вып. 18. С. 185 с.

3. Володарский Е.Т. Планирование и организация измерительного эксперимента. К.: Вища шк. Головное изд-во, 1987. 280 с.

4. Щапов П.Ф. Оптимизация пространства информационных параметров на основе ковариационных моделей дисперсионного анализа // Електротехніка і електромеханіка. 2005. №2. С. 59–62.

5. Рыбалко В.В. Параметрическое диагностирование энергетических объектов на основе факторного анализа в среде Statistica. // Exponenta Pro. Математика в приложениях. 2004. № 2 (6). С. 78– 83.

6. Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // УФН. 2001. Т.171. №5. С.465–501.

7. Квєтний Р.Н. Метод виділення контурів на основі вейвлет-перетворення з використанням двовимірних фільтрів // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія. 2010. №3. С.26–34.

8. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента. М.: Мир, 1981. 520 с.

9. Шефе Г. Дисперсионный анализ. М.: Наука, 1980. 512 с.

10. Захожай В.Б., Чорний А.Ю. Статистика якості: [підруч. для студ. вищ. навч. закл.] К.: МАУП, 2005. 576с.