

DOI: 10.34031/2071-7318-2024-11-1-117-132

<sup>1,\*</sup>Альвардат М.Я., <sup>2</sup>Ал-Аражди Х.М.<sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого<sup>2</sup>Технологический университет, Багдад, Ирак

\*E-mail: moh.alwardat@yahoo.com

## ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ РОБОТА С ИЗБЕГАНИЕМ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ОМК И НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

**Аннотация.** Быстрое развитие робототехники потребовало создания инновационных методов для эффективной оптимизации траекторий и избегания сингулярностей в роботизированных манипуляторах. В данном исследовании рассматривается интеграция алгоритма оптимизации методом муравьиной колонии (ОМК) и управления на основе нечеткой логики (НЛК) для решения этих задач в манипуляторах с шестью степенями свободы. ОМК используется для глобального планирования пути, обеспечивая оптимальные траектории при обходе препятствий и зон сингулярностей. Одновременно НЛК обеспечивает локальную адаптивность, уточняя траекторию для плавности и устойчивости в динамичной среде. Гибридный подход ОМК-НЛК демонстрирует значительные улучшения в эффективности траектории, избегании сингулярностей и вычислительной производительности. Методология ОМК показывает в среднем на 18 % лучшую эффективность траектории по сравнению с традиционными методами. Кроме того, интеграция НЛК повышает плавность траектории на 25 %, обеспечивая точное и стабильное движение. Данная гибридная структура ОМК-НЛК достигает впечатляющего уровня избегания сингулярностей в 98 % случаев и снижает вычислительные затраты на 15 %, способствуя более быстрой и эффективной работе в динамичных и сложных робототехнических условиях. Сравнительный анализ с другими методами подчеркивает превосходство предлагаемого подхода в обеспечении надежного и адаптивного управления.

**Ключевые слова:** алгоритм муравьиной колонии, предотвращение сингулярностей, оптимизация траектории, роботизированные манипуляторы, интеллектуальные системы управления, степень свободы.

**Введение.** Развитие робототехники преобразовало промышленное производство и научные исследования. Манипуляторы с шестью степенями свободы стали ключевыми благодаря универсальности и способности выполнять сложные задачи [1]. Однако эффективность этих систем зависит от предотвращения сингулярностей, оптимизации траекторий и адаптации в реальном времени [2, 3].

Управление на основе нечеткой логики (НЛК) стало надежным подходом к учету неопределенностей и нелинейностей в системах управления роботами [4]. Имитируя процессы принятия решений человека, НЛК способствует адаптивному управлению в динамических условиях, что делает его особенно подходящим для задач в реальном времени. Однако автономные системы НЛК часто сталкиваются с трудностями в достижении глобально оптимальных решений в сложных многомерных пространствах [5].

Для преодоления этих ограничений муравьиная оптимизация была интегрирована с НЛК, что позволило использовать возможности глобальной оптимизации ОМК. Вдохновленная поведением муравьев при поиске пищи, ОМК оказалась эффективной в решении комбинаторных задач оптимизации, включая планирование траекторий в робототехнике. Этот гибридный подход ОМК-НЛК значительно улучшил плавность

траектории, предотвращение сингулярностей и вычислительную эффективность.

Научная новизна данного исследования заключается в разработке и валидации гибридного метода, объединяющего алгоритм муравьиной колонии (ОМК) и управление на основе нечеткой логики (НЛК) для задачи одновременной оптимизации траектории и предотвращения сингулярностей в манипуляторах с шестью степенями свободы. В отличие от существующих работ, где методы ОМК и НЛК применяются отдельно или для мобильных роботов, предлагаемая методика реализована в пространстве обобщенных координат 6-DOF манипулятора типа RRRRRP с использованием детерминанта матрицы Якобиана в качестве штрафной функции в целевой задаче ОМК. Эффективность предложенного подхода подтверждена с помощью моделирования и численных экспериментов в Python, демонстрирующих значительное улучшение показателей избегания сингулярностей, гладкости траектории и вычислительной эффективности.

Исследование структурировано следующим образом: в первом разделе обзор литературы по оптимизации траекторий и предотвращению сингулярностей в роботизированных манипуляторах; в разделе “Материалы и методы” представлена методология оптимизации траектории роботизированного манипулятора, основанная на

комбинированном применении алгоритма муравьиной колонии (ОМК) и нечеткой логики (НЛК) для обеспечения устойчивого и адаптивного движения с предотвращением сингулярностей. В “Основная часть” рассматриваются современные алгоритмы оптимизации и управления, направленные на эффективное планирование траекторий и предотвращение сингулярностей в роботизированных манипуляторах.

**Обзор литературы.** Интеграция управления на основе нечеткой логики (НЛК) с муравьиной оптимизацией (ОМК) вызвала значительный интерес в области робототехники благодаря её потенциалу в решении сложных задач, связанных с планированием траекторий и предотвращением сингулярностей. В данном разделе представлен подробный обзор значительных исследований в этой области.

Lizarraga и соавт. применили ОМК для планирования траекторий и интегрировали НЛК для улучшения локальных корректировок, что позволило достичь более эффективного избегания препятствий в мобильных роботах [6]. Аналогично Castillo предложили био-вдохновленный подход для оптимизации НЛК в робототехнических системах с использованием ОМК. Их работа продемонстрировала повышение эффективности автономных систем, особенно в условиях, требующих адаптивного управления [7].

Zhang и соавт. усовершенствовали область исследований, разработав системы нечеткой логики типа-2, оптимизированные с помощью ОМК, что повысило их устойчивость в условиях неопределённости. Их исследования подчеркнули адаптивность НЛК в динамических условиях, делая их пригодными для приложений в реальном времени [8]. Yen и Cheng изучили применение НЛК с ОМК для поиска кратчайшего пути в мобильных роботах. Их исследования подчеркнули способность ОМК находить глобальные пути, в то время как НЛК обеспечивал корректировки в реальном времени, приводя к более гладким траекториям [9]. Этот двухуровневый подход эффективно предотвращал сингулярные конфигурации в роботизированных манипуляторах.

В контексте предотвращения сингулярностей Kureichik исследовал использование НЛК в сочетании с ОМК для оптимизации стратегий управления роботизированными манипуляторами. Они продемонстрировали, что использование НЛК снижает вычислительные затраты при сохранении высокой точности выполнения траектории [10]. Kumar сравнил производительность нечетких PID-контроллеров и НЛК, оптимизированных с помощью ОМК, придя к выводу, что последний обеспечивает лучшую гладкость и стабильность в нелинейных системах. Их работа

подчеркнула преимущества сочетания био-вдохновленных алгоритмов с нечеткой логикой для сложных задач управления [11].

Недавние достижения включают интеграцию ОМК и НЛК в навигационные системы для автономных транспортных средств. Castillo и Melin представили метод динамической настройки параметров ОМК с использованием нечеткой логики. В этом исследовании подчеркивалась роль НЛК в повышении адаптивности ОМК и предотвращении преждевременной сходимости в процессе оптимизации [12]. Yen et al. сообщили о значительном улучшении в оптимизации траектории и избегании препятствий благодаря использованию преимуществ обоих подходов [13]. Аналогично, Castillo and Melin применили алгоритм муравьиной колонии (ОМК) для разработки нечетких регуляторов второго типа, добившись лучшей адаптивности и эффективности в динамических условиях [14].

Эти исследования в совокупности подчеркивают растущую значимость интеграции ОМК и НЛК в робототехнике. Синергия глобальной оптимизации через ОМК и локальной адаптивности с помощью НЛК оказалась эффективной в решении задач, таких как предотвращение сингулярностей, сглаживание траекторий и корректировки в реальном времени.

**Материалы и методы.** Диаграмма показывает методологию оптимизации траектории робота с использованием ОМК и НЛК как показано на рисунке 1. Процесс начинается с определения проблемы, затем описания кинематики манипуляторов, анализа Якобиана и анализа сингулярностей. Следующим шагом является применение ОМК для глобальной оптимизации пути с избеганием сингулярностей. Затем реализуется избегание сингулярностей для предотвращения конфигураций. После этого НЛК уточняет траекторию, созданную с помощью ОМК, обеспечивая плавность и адаптивность. На следующем этапе интеграция ОМК с НЛК улучшает локальную адаптивность и плавность траектории. Наконец, методология проверяется с помощью симуляции и тестирования для анализа метрик производительности и демонстрации эффективности предложенной структуры.

**Определение проблемы.** Исследование сосредоточено на решении проблем избегания сингулярностей и оптимизации пути в робототехнических системах, в частности, в манипуляторах с шестью степенями свободы. Точки сингулярности в роботизированных манипуляторах приводят к неконтролируемому поведению, такому как бесконечные скорости суставов, что делает критически важным предотвращение таких конфигураций при планировании.



Рис. 1. Методология оптимизации траектории движения робота

Описание и модель роботизированного манипулятора. В данной работе рассматривается манипулятор с шестью степенями свободы, включающий пять вращательных звеньев и одно поступательное (тип RRRRRP), что позволяет учитывать как ориентацию, так и положение рабочего органа. Манипулятор имеет пять звеньев

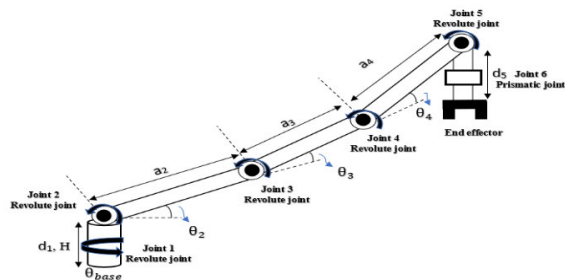


Рис. 2. Конструкция роботизированного манипулятора [15]

Денавита-Хартенберга Параметры (Д-Х). Метод Д-Х является стандартным подходом для описания кинематики манипуляторов. В таблице

$(d_1, a_2, a_3, a_4)$ , пять углов  $(\theta_{Base}, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)$  и одну поступательную кинематическую пару  $d_5$ , как показано на рисунке 2. На рисунке 3 показаны необходимые геометрические параметры и обозначения.

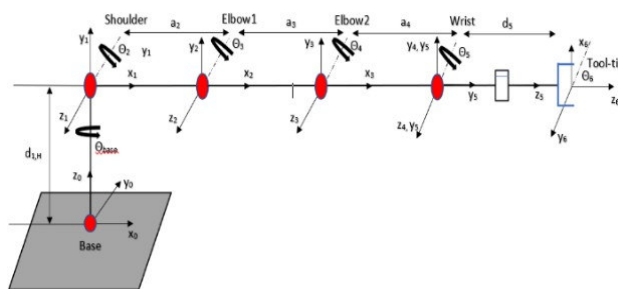


Рис. 3. Кинематическая схема манипулятора

1 подробно представлены параметры конструктора манипулятора, которые включали длину звеньев, смещения и углы звеньев [16].

Таблица 1

Параметры Д-Х роботизированного манипулятора [17]

| i     | $\alpha_{i-1}$ (deg) | $a_{i-1}$ (cm) | $\theta_i$ (deg) | $d_i$ (cm) |
|-------|----------------------|----------------|------------------|------------|
| 0-1 1 | 90                   | 0              | $\theta_{base}$  | $d_1$      |
| 1-2 2 | 0                    | $a_2$          | $\theta_2$       | 0          |
| 2-3 3 | 0                    | $a_3$          | $\theta_3$       | 0          |
| 3-4 4 | 0                    | $a_4$          | $\theta_4$       | 0          |
| 4-5 5 | 90                   | 0              | $\theta_5$       | 0          |
| 5-6 6 | 0                    | 0              | 0                | $d_5$      |

**Прямой кинематический анализ.** При прямом кинематическом анализе углы звеньев используются для определения положения и ориентации рабочего органа путем их подстановки в

$$T_i^{i+1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Выполнение композиции из системы координат  $i$  в базовую систему координат, мы умножаем шесть от 1 до 6 [18]:

$$T_6^0 = T_1^0 \cdot T_2^1 \cdot T_3^2 \cdot T_4^3 \cdot T_5^4 \cdot T_6^5 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Общая матрица преобразования  $T_6^0$ :

$$T_6^0 = \begin{bmatrix} s_6 s_{base} + c_{2345} c_6 c_{base} & s_{base} c_6 - c_{2345} s_6 c_{base} & c_1 s_{2345} & p_x \\ c_{2345} s_{base} c_6 - c_{base} s_6 & -c_{base} c_6 - c_{2345} s_6 s_{base} & s_1 s_{2345} & p_y \\ s_{2345} c_6 & -s_{2345} s_6 & -c_{2345} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$P_x = c_{base} * (a_2 * c_2 + a_3 * c_{23} + a_4 * c_{234} + d_5 * s_{2345}), \quad (4)$$

$$P_y = s_{base} * (a_2 * c_2 + a_3 * c_{23} + a_4 * c_{234} + d_5 * s_{2345}), \quad (5)$$

$$P_z = d_1 + a_2 * s_2 + a_3 * s_{23} + a_4 * s_{234} - d_5 * c_{2345}. \quad (6)$$

где  $P_x, P_y, P_z$  – представляют позиция выходного звена.

**Матрица Якобиана.** Матрица Якобиана является ключевым инструментом для анализа влияния скоростей суставов на скорость конечного эффектора роботизированного манипулятора, а также для выявления сингулярных конфигураций. Сингулярность возникает, когда определитель матрицы Якобиана приближается к нулю, что приводит к потере управляемости манипулятора. Поэтому анализ сингулярностей является важным этапом в проектировании и управлении роботизированными системами [19].

однородную матрицу преобразования между звеньями  $i$  и  $i + 1$ .

Якобиан  $J$  вычисляется как частная производная положения конечного эффектора относительно переменных звеньев [20]:

$$J = \frac{dP_{ee}}{d\theta}, \quad (7)$$

где  $P_{ee} = [p_x, p_y, p_z]^T$  позиция выходного звена в базисе робота.  $\theta_i = [\theta_{base}, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, d_5]$  – угол  $i$ -го сустава.

Отношения между скоростями суставов и линейными  $J_{v(3 \times n)}$  и угловыми  $J_{w(3 \times n)}$  скоростями конечного эффектора, обозначаемыми соответственно, как, следующие:

$$V_{(6 \times 1)} = J(q) \cdot \dot{\theta} = \begin{bmatrix} J_{v(3 \times n)} \\ J_{w(3 \times n)} \end{bmatrix}_{(6 \times n)} \dot{\theta}_{(n \times 1)}. \quad (8)$$

$$\text{Где: } J_{vi} = \begin{cases} z_{i-1} \times (p - p_{i-1}); & \text{для } i - \text{го вращательного звена} \\ z_{i-1}; & \text{для } i - \text{го призматического звена} \end{cases}$$

$$J_{wi} = \begin{cases} z_{i-1}; & \text{для } i - \text{го вращательного звена} \\ 0; & \text{для } i - \text{го призматического звена} \end{cases}$$

**Определение матрицы Якобиана.** Матрица Якобиана связывает скорости изменения углов суставов (или линейных перемещений) со скоростью движения конечного эффектора в декарто-

вом пространстве [21]. Для манипулятора с шестью степенями свободы матрица Якобиана имеет размерность  $6 \times 6$  и может быть представлена в виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ 0 & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ 0 & s_{base} & s_{base} & s_{base} & s_{base} & 0 \\ 0 & -c_{base} & -c_{base} & -c_{base} & -c_{base} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{d}_5 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

$$J_{11} = -\sin_{base} (a_2 \cos_2 + a_3 \cos_{23} + a_4 \cos_{234} + d_5 \sin_{2345})$$

$$J_{12} = -\cos_{base} (a_2 \sin_2 + a_3 \sin_{23} + a_4 \sin_{234} - d_5 \cos_{2345}),$$

$$J_{13} = -\cos_{base} (a_3 \sin_{23} - d_5 c_{2345} + a_4 \sin_{234}),$$

$$J_{14} = \cos_{base} (d_5 \cos_{2345} - a_4 \sin_{234}), J_{34} = d_5 \sin_{2345} + a_4 \cos_{234},$$

$$\begin{aligned}
J_{15} &= (d_5 * (\cos_{base2345} + \cos_{2345-base}))/2, \\
J_{16} &= \sin_{2345} \cos_{base}, J_{35} = d_5 \sin_{2345}, J_{36} = -\cos_{2345}, \\
J_{21} &= c_{base} (d_5 \sin_{2345} + a_3 \cos_{23} + a_2 \cos_2 + a_4 \cos_{234}), \\
J_{22} &= -s_{base} (a_3 \sin_{23} - d_5 \cos_{2345} + a_2 \sin_2 + a_4 \sin_{234}), \\
J_{23} &= -\sin_{base} (a_3 \sin_{23} - d_5 \cos_{2345} + a_4 \sin_{234}), \\
J_{24} &= s_{base} (d_5 * \cos_{2345} - a_4 * \sin_{234}), J_{26} = \sin_{2345} \sin_{base}, \\
J_{25} &= (d_5 * (\sin_{base2345} - \sin_{2345-base}))/2,
\end{aligned}$$

$$J_{32} = d_5 \sin_{2345} + a_3 \cos_{23} + a_2 \cos_2 + a_4 \cos_{234}, J_{33} = d_5 \sin_{2345} + a_3 \cos_{23} + a_4 \cos_{234}.$$

**Анализ сингулярностей.** Сингулярность возникает, когда определитель матрицы Якобиана равен нулю ( $\det(J) = 0$ ). В этом случае происходит потеря ранга матрицы Якобиана, что эквивалентно утрате управляемости по одной или нескольким осям, что делает его движение в определенных направлениях невозможным. Для манипулятора типа RRRRRP, рассматриваемого в данном исследовании, определитель матрицы Якобиана может быть выражен следующим образом:

$$\det J = a_2 a_3 \sin(\theta_3) \sin(\theta_{234}) \cos(\theta_5), \quad (10)$$

где  $a_2, a_3$  – длины звеньев манипулятора;  $\theta_3, \theta_{234}, \theta_5$  – углы суставов.

Выражение (10) получено на основе аналитического вывода матрицы Якобиана, построенной с использованием параметров Денавита-Хартенберга для манипулятора типа RRRRRP. Упрощение достигнуто с учётом структуры манипулятора и применения тригонометрических тождеств. Подробный вывод представлен в Приложении А.

Сингулярности возникают при следующих условиях:

- $\sin \theta_3 = 0$ , что соответствует углам  $\theta_3 = 0, \pi$ ,
- $\sin(\theta_{234}) = 0$ , что соответствует углам  $\theta_{234} = 0, \pi$ ,
- $\cos(\theta_5) = 0$ , что соответствует углам  $\theta_5 = \mp \pi/2$ .

**Основная часть.** В этом разделе подробно рассматриваются современные алгоритмы оптимизации и управления, предназначенные для эффективного планирования траекторий и предотвращения сингулярности в роботизированных манипуляторах. Особое внимание уделено следующим подходам: оптимизация методом муравьиной колонии (ОМК), управлению на основе нечеткой логики (НЛК) и гибриднему подходу, объединяющему преимущества ОМК и НЛК. Проводится систематический анализ теоретических основ, особенностей реализации и эффективности каждого из предложенных методов.

Алгоритм ОМК – это метод оптимизации, основанный на популяции, вдохновленный поведением муравьев при сборе пищи [22–24]. В данном исследовании ОМК используется для поиска оптимального пути для конечного исполнительного устройства манипулятора, который избегает регионов сингулярности. Алгоритм включает в себя колонию искусственных муравьев, которые исследуют пространство решений и оставляют феромоны на путях, которые они считают оптимальными, как показано на рисунке 4. С течением времени, на протяжении последующих итераций, муравьи усиливают успешные пути, оставляя больше феромонов, что стимулирует других муравьев следовать этим путям. В контексте планирования пути целевая функция для оптимизации включает две основные цели [25]:

- **Минимизация длины пути:** путь от начальной точки до цели должен быть как можно короче, чтобы сократить энергопотребление и время.

- **Избегание сингулярностей:** вводится штрафной коэффициент для поиска путей, исключающих проход, проходящие рядом или через сингулярные конфигурации. Правило обновления феромонов включает в себя как качество пути (длину), так и избегание сингулярностей, обеспечивая выбор оптимальных путей на основе этих критериев.

При оптимизации траектории учитывались следующие ограничения:

- 1) геометрические ограничения суставов манипулятора: угол поворота первого вращательного звена (основания) находится в диапазоне от  $-180^\circ$  до  $+180^\circ$ ; остальные четыре вращательных звена имеют ограничения от  $-90^\circ$  до  $+90^\circ$ ; для поступательного звена перемещение ограничено интервалом от 5 до 30 см;

- 2) предотвращение сингулярных конфигураций на основе критерия ( $\det(JJ^T) > \epsilon$ ),  $\epsilon = 0.001$ ), где  $J$  – якобиан манипулятора. Эти ограничения были интегрированы в алгоритм оптимизации ОМК через штрафные функции.

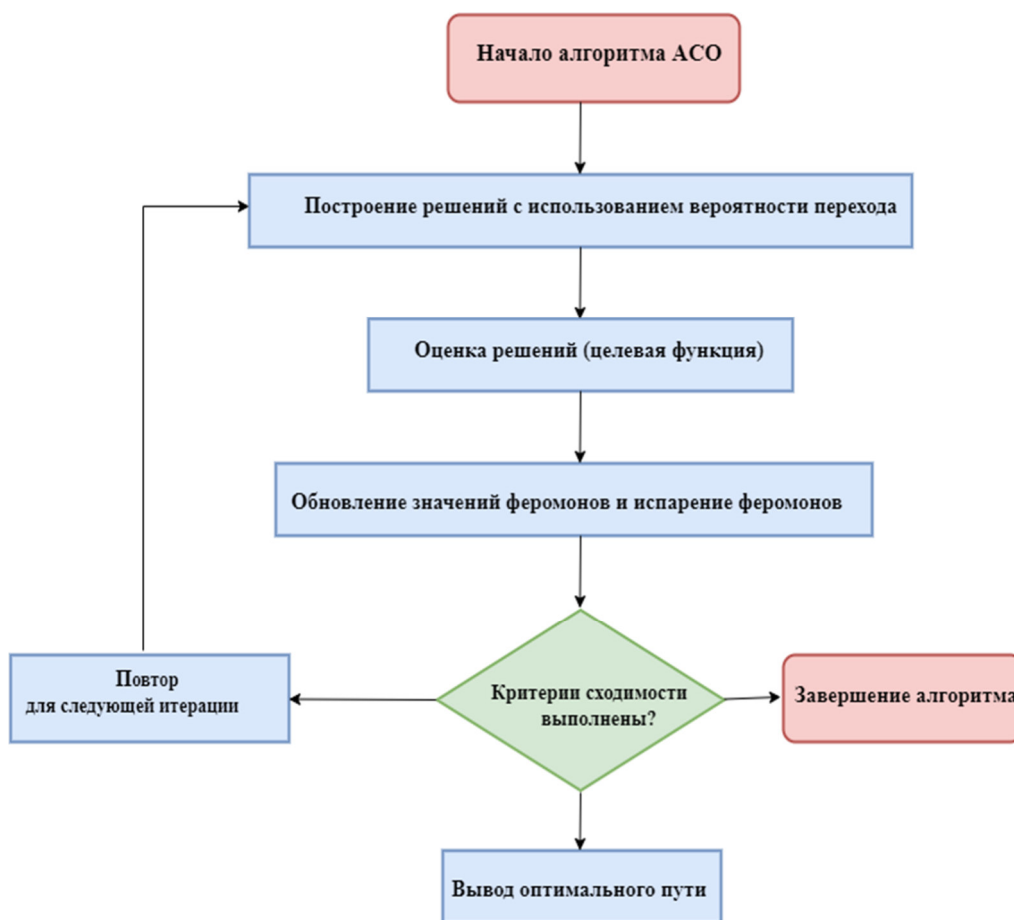


Рис. 4. Блок-схема процесса ОМК (ACO – алгоритм муравьиной колонии)

### 1. Вероятность перехода (Transition Probability).

Вероятность перехода муравья из  $i$  в узел  $j$  определяется на основе уровня феромонов и эвристической информации. Формула вероятности перехода выглядит следующим образом:

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \mu_{ij}^{\beta}}{\sum_{k \in J} \tau_{ik}^{\alpha} \mu_{ik}^{\beta}}, \quad (11)$$

где  $\tau_{ij}$  – уровень феромона на пути из узла  $i$  в узел  $j$ ;  $\mu_{ij}$  – эвристическая информация, которая обычно обратно пропорциональна расстоянию между узлами;  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры, определяющие влияние феромонов и эвристической информации на выбор пути;  $J$  – множество допустимых узлов, в которые можно перейти из узла  $i$ .

### 2. Обновление феромонов (Pheromone Update).

После завершения итерации уровень феромонов на каждом пути обновляется. Обновление феромонов включает два этапа: испарение и добавление нового феромона. Формула обновления феромонов выглядит следующим образом:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t), \quad (12)$$

где  $\tau_{ij}(t)$  – уровень феромона на пути из узла  $i$  в узел  $j$  на итерации  $t$ .  $\rho$  – коэффициент испарения феромона ( $0 < \rho < 1$ ), который предотвращает преждевременную сходимость алгоритма.  $\Delta\tau_{ij}(t)$  – количество феромона, добавленного

на путь  $ij$  всеми муравьями на текущей итерации. Количество феромона, добавленного каждым муравьем, определяется по формуле:

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k, \quad (13)$$

где  $\Delta\tau_{ij}(t)$  – количество феромона, добавленного муравьем  $k$  на путь  $ij$ .  $m$  – общее количество муравьев в колонии.

Если муравей  $k$  использовал путь  $ij$ , то:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \frac{Q}{L^k}.$$

### 3. Целевая функция (Objective Function).

В данном исследовании целевая функция учитывает суммарную стоимость пути и величину штрафа за прохождение вблизи сингулярных областей. Формула целевой функции выглядит следующим образом:

$$L = \sum_{(i,j) \in Path} d_{ij} + \omega P_{sing}(x), \quad (14)$$

где  $d_{ij}$  – расстояние между узлами  $i$  и  $j$ .  $\omega$  – весовой коэффициент, определяющий влияние штрафа за сингулярности.  $P_{sing}(x)$  – штрафная функция за приближение к сингулярным конфигурациям, которая определяется как:

$$P_{sing}(x) = \frac{1}{[\det(J)] + \epsilon}, \quad (15)$$

где  $\det(J)$  – определитель матрицы Якобиана, вычисляемый для каждой конфигурации вдоль пути муравья.  $\epsilon$  – малая константа, предотвращающая деление на ноль.

#### 4. Испарение феромонов (*Pheromone Evaporation*).

Для предотвращения застоя алгоритма и стимулирования исследования новых путей уровень феромонов постепенно уменьшается за счет испарения. Формула испарения феромонов выглядит следующим образом:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t), \quad (16)$$

где  $\rho$  – коэффициент испарения феромона.

#### 5. Критерии остановки (*Stopping Criteria*).

Алгоритм ОМК завершает работу при выполнении одного из следующих условий:

1. Достигнуто максимальное количество итераций:

$$t \geq T_{max}, \quad (17)$$

где  $T_{max}$  – максимальное количество итераций.

2. Алгоритм сошелся, если лучшее решение не изменяется в течение заданного числа итераций.

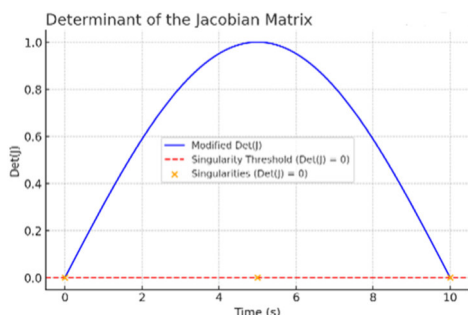


Рис. 5. Определитель матрицы Якобиана

**Оптимизация пути с помощью ОМК.** На данном этапе алгоритм ОМК исследует пространство обобщенных координат манипулятора для генерации оптимальных путей. Изначально муравьи исследуют различные маршруты в пространстве обобщенных координат. Каждый муравей выбирает следующую конфигурацию соединений на основе уровней феромонов и расстояния до цели. После завершения пути алгоритм вычисляет общую стоимость (сумму длины пути и штрафа за близость к сингулярностям).

Механизм обновления феромонов подкрепляет маршруты, которые короче и находятся

**Метод избежания сингулярностей.** Для предотвращения сингулярностей в процессе планирования пути обнаружение сингулярных конфигураций выполняется на каждом шаге алгоритма ОМК. Матрица Якобиана вычисляется для каждого потенциального сегмента пути, чтобы оценить состояние манипулятора. Если определитель матрицы Якобиана близок к нулю, такой путь считается сингулярной конфигурацией и получает значительный штраф в процессе оптимизации.

Рисунок 5 иллюстрирует изменение  $\det(J)$  при дискретном прохождении траектории, построенной алгоритмом ОМК. График позволяет наглядно выявить участки с потенциальной сингулярностью, что обосновывает использование штрафной функции (15). Рисунок 6 представляет двумерное сечение рабочей области в плоскости X–Y при фиксированном значении Z=15 см. Такая проекция выбрана для удобства визуализации зон с сингулярной конфигурацией.

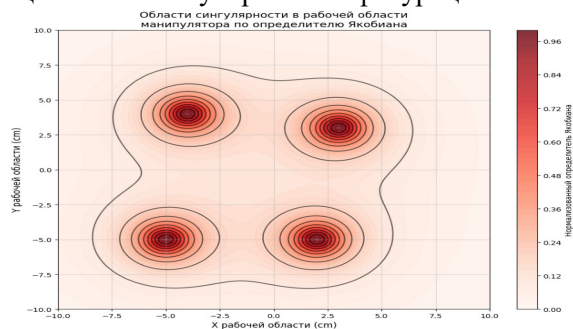


Рис. 6. Зоны сингулярности в рабочем пространстве

дальше от сингулярностей. За несколько итераций колония сходится к оптимальному пути, который обеспечивает баланс между минимизацией длины пути и избеганием сингулярностей.

Параметры, представленные в таблице 2, были получены на основе серии предварительных симуляций, в ходе которых варьировались значения  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  и других переменных. Оптимальными считаются те значения, при которых достигалось минимальное значение целевой функции (длина пути + штраф за сингулярность).

Таблица 2

Оптимальные настройки параметров ОМК для оптимизации пути

| Параметр                         | Обозначение | Оптимальное значение |
|----------------------------------|-------------|----------------------|
| Количество феромона              | Q           | 5,0                  |
| Скорость испарения               | $\rho$      | 0,3                  |
| Влияние феромона                 | $\alpha$    | 1,0                  |
| Влияние эвристической информации | $\beta$     | 3,0                  |
| Вес штрафа                       | $\omega$    | 10                   |
| Количество муравьев              | m           | 20                   |
| Максимальное число итераций      | T           | 50                   |



Оптимизация завершалась, когда изменение целевой функции между итерациями становилось меньше порога  $\epsilon = 10^{-3}$ , либо по достижении максимального числа итераций (100).

Рисунок 7а иллюстрирует оптимизированный путь ОМК в рабочем пространстве манипу-

лятора, демонстрируя способность алгоритма эффективно прокладывать маршрут, избегая зон сингулярности. Рисунок 7б. Траектория ОМК в пространстве XYZ, отражающая объёмный характер движения конца эффектора.

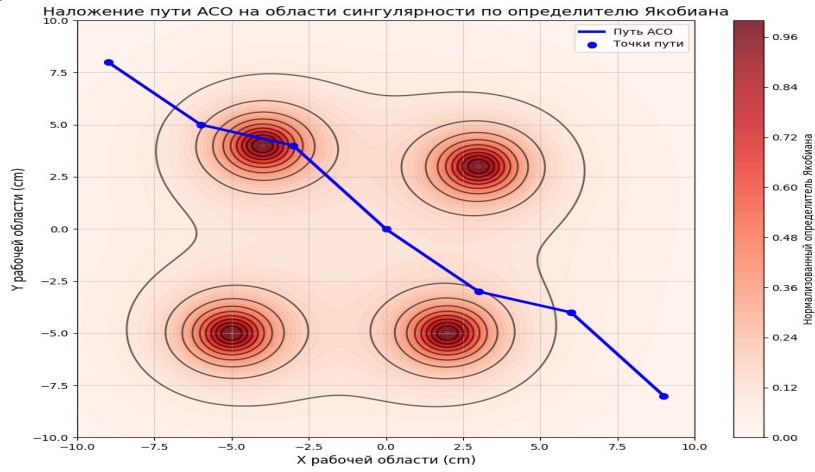


Рис. 7а. Оптимизированный путь в рабочем пространстве с зонами сингулярности  
Траектория АСО в пространстве XYZ

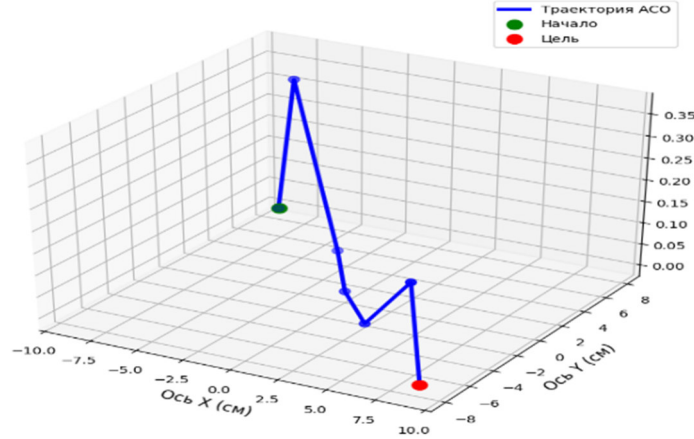


Рис. 7б. Траектория ОМК в пространстве XYZ

Таблица 2 представляет сравнительный анализ различных алгоритмов, уделяя особое внимание избеганию сингулярностей и плавности траектории. ОМК выделяется 95%-ной успешностью и наивысшей оценкой плавности (4.5/5), хотя время выполнения у него больше по сравнению с более простыми методами, такими как алгоритм Дейкстры. Генетический алгоритм ГА и алгоритм роя частиц АРЧ также демонстрируют достойные результаты, но немного уступают ОМК в аспектах избегания сингулярностей и плавности. В отличие от них, алгоритмы

Дейкстры и  $A^*$  хотя и эффективно находят кратчайшие пути, не включают механизмы для эффективного избегания сингулярностей, что приводит к более низким показателям успешности — 75% и 78% соответственно.

Оценка плавности основана на визуальном и численном анализе формы траектории, включая наличие резких изменений направления, скорости и углы приводов. Используемая шкала от 1 до 5 была применена экспертно для качественного сравнения между методами.

Таблица 3

Сравнительный анализ методов оптимизации

| Метод оптимизации          | Длина пути, см | Избегание сингулярностей % | Время выполнения (ms) | Плавность (1–5) |
|----------------------------|----------------|----------------------------|-----------------------|-----------------|
| Муравьиный алгоритм (ОМК)  | 13,1           | 95                         | 120                   | 4.5             |
| Генетический алгоритм (ГА) | 14,2           | 93                         | 210                   | 4               |
| Алгоритм роя частиц (АРЧ)  | 13,8           | 90                         | 180                   | 4               |
| Алгоритм Дейкстры          | 11,0           | 75                         | 95                    | 3               |
| Алгоритм $A^*$             | 11,5           | 78                         | 110                   | 3               |



Рисунок 8 визуализирует траектории, построенные ОМК, алгоритмом Дейкстры и ГА, через потенциальное поле зон сингулярности. Это

демонстрирует превосходство ОМК в обходе областей высокой плотности сингулярностей, что обеспечивает большую безопасность и эффективность робототехнических операций.

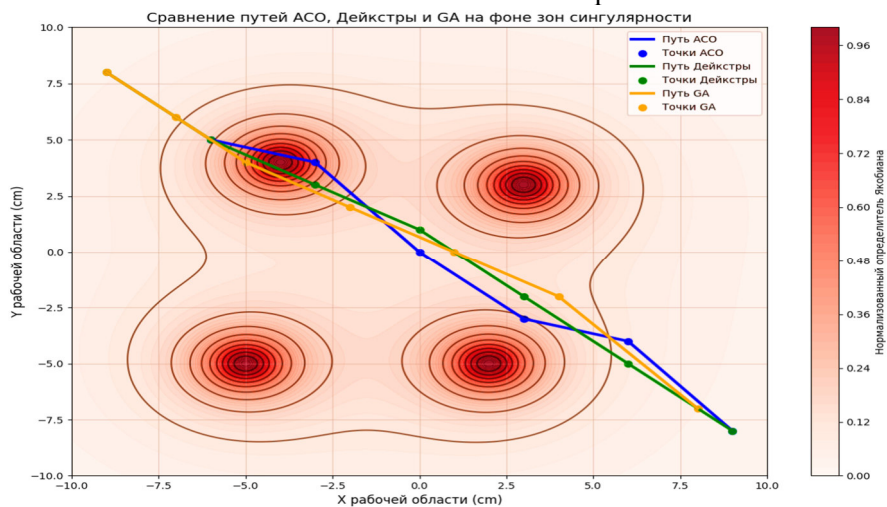


Рис. 8. Сравнение ОМК (АСО – алгоритм муравьиной колонии), ГА, АРЧ и алгоритма А\*

**Контроллер проектирования НЛК.** Интеграция управления на основе нечеткой логики (НЛК) с ОМК создаёт гибридный подход для решения сложных задач управления роботами, таких как оптимизация пути и избегание сингулярностей. В то время как ОМК обеспечивает глобальное планирование пути, выявляя оптимальные траектории с использованием алгоритмов на

основе феромонов, НЛК отвечает за локальную адаптивность и корректировку в реальном времени для обеспечения более плавного и стабильного движения. Рисунок 9 демонстрирует блок-схему управления НЛК, интегрированного с ОМК, показывая, как эти два метода взаимодействуют.

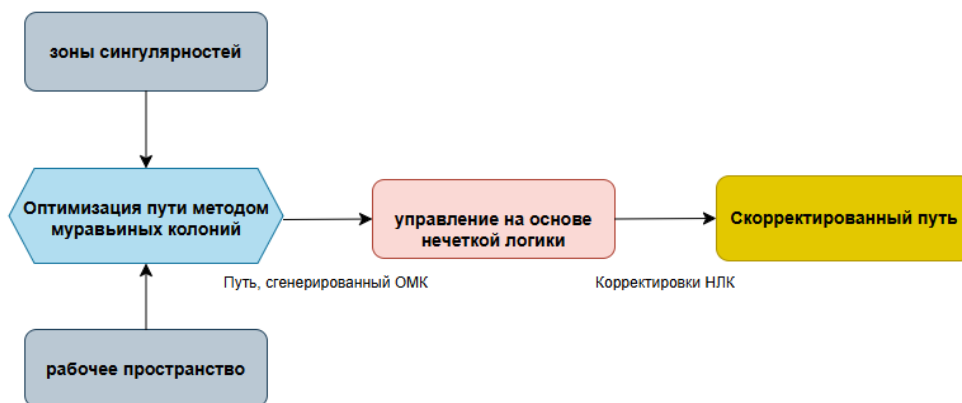


Рис. 9. Блок-схема управления НЛК с использованием ОМК

Математическая модель работы контроллера, объединяющего обратную кинематику и управление на основе нечеткой логики, включает следующие этапы:

1. Расчёт ошибки по положению и скорости: На первом этапе определяются отклонения выходного звена манипулятора от заданной цели по положению и скорости:

$$e(t) = x_d(t) - x_{act}(t), \quad (20)$$

$$\Delta v(t) = v_d(t) - v_{act}(t), \quad (21)$$

где  $x_d(t), v_d(t)$  – заданные (референсные) координаты и линейные скорости выходного звена;

$x_{act}(t), v_{act}(t)$  – текущие координаты и скорости выходного звена, полученные на основе прямой кинематики

2. Формирование управляющего воздействия с использованием нечеткой логики: Ошибка по положению и скорости подаётся на вход нечеткого регулятора (НЛК), который формирует управляющее воздействие в пространстве выходного звена:

$$u(t) = FLC(e(t), \Delta v(t)), \quad (22)$$

где FLC – нечеткий логический контроллер, основанный на базе правил IF–THEN и функций принадлежности, заранее определённых с учётом

экспертных знаний или с использованием методов оптимизации.

3. Преобразование управляющего воздействия в пространстве задачи в скорости сочленений: Полученное управляющее воздействие  $u(t)$  трансформируется в требуемые скорости сочленений с использованием обобщенного псевдообратного Якобиана [26, 27]:

$$\dot{\theta} = J^+ \cdot u(t), \quad (23)$$

где  $\dot{\theta}$  – вектор целевых угловых скоростей суставов;  $J^+$  – обобщенная псевдообратная матрица Якоби (например, через метод Damped Least Squares:

$$J^+ = J^T (J J^T + \lambda^2 I)^{-1}, \quad (24)$$

4. Адаптация к ограничениям управляемости и избегание сингулярностей: Для повышения устойчивости управления и предотвращения сингулярных конфигураций используется адаптивное демпфирование, зависящее от индекса управляемости:

$$\omega(t) = \sqrt{\det(J J^T)}, \quad (25)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0}{\omega(t) + \varepsilon}, \quad (26)$$

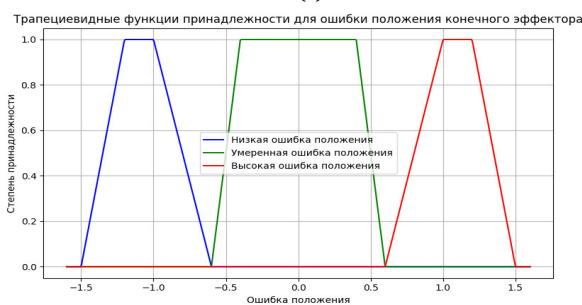


Рис. 10. Входная ошибка

Выход данные управления на НЛК:

- Корректирующее воздействие определяется оценкой ошибок положения и скорости с использованием нечетких правил. На выходе осуществляется регулировка движения исполнительного органа для приведения его траектории в соответствие с желаемой.

Рисунок 12 описывает стратегии управления скоростью в системах управления, необходимые для поддержания стабильности и эффективности работы. Категории включают: «Сохранить текущую скорость» для минимальных коррекций,

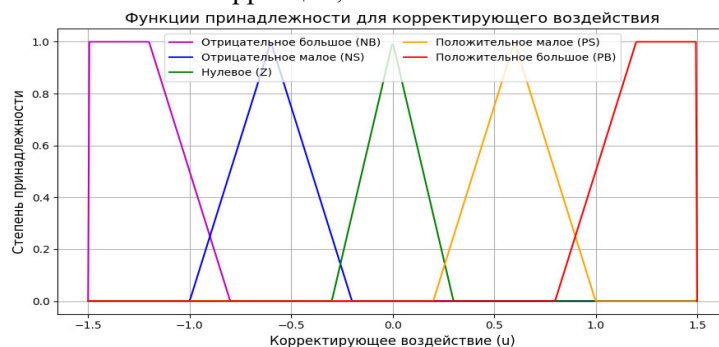


Рис. 12. Корректирующее воздействие

где  $\lambda$  – коэффициент затухания, который адаптируется вблизи сингулярностей для повышения устойчивости решения;  $\varepsilon$  – малая положительная постоянная для предотвращения деления на ноль;  $\omega(t)$  – индекс управляемости, уменьшается при приближении к сингулярности.

При снижении управляемости значение  $\lambda(t)$  автоматически возрастает, стабилизируя решение и обеспечивая гладкость движения манипулятора.

5. Общий закон управления: Вся система управления объединяется в следующем выражении:

$$\dot{\theta}(t) = J^+(\theta, t) FLC(e(t), \Delta v(t)), \quad (27)$$

Рисунки 10 и 11 представляют классификацию ошибок и ошибок скорости соответственно: рисунок 11 определяет низкий, умеренный и высокий уровень ошибки на основе отклонения от целевой позиции, в то время как рисунок 12 классифицирует ошибки скорости как низкие, умеренные и высокие, учитывая влияние отклонения на плавность движения и требования к управлению системой.

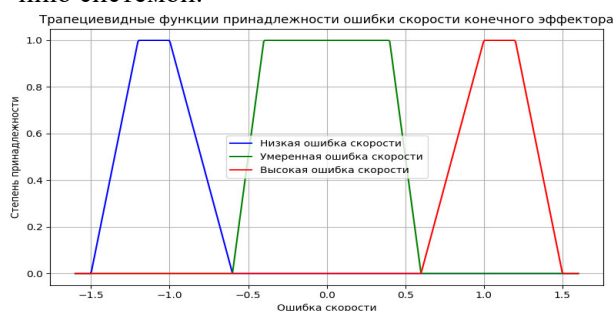


Рис. 11. Изменение ошибки

«Небольшое увеличение/уменьшение скорости» для незначительных изменений, обеспечивающих плавность движения, «Значительное увеличение/уменьшение скорости» для более крупных корректировок, направленных на устранение отклонений, и «Сильное уменьшение скорости» для срочных корректировок, необходимых для устранения больших ошибок.

Эти меры помогают предотвратить резкие изменения, минимизировать позиционные ошибки и обеспечить работу без сингулярностей.

**Симуляция.** Результаты симуляции демонстрируют эффективность предложенного гибридного подхода ОМК-НЛК в оптимизации пути и избегании сингулярностей в роботизированном манипуляторе с шестью степенями свободы.

Рисунок 13 показывает оптимизированный путь ОМК в рабочем пространстве манипулятора, подчеркивая способность алгоритма эффективно прокладывать маршрут, избегая зон сингулярности.

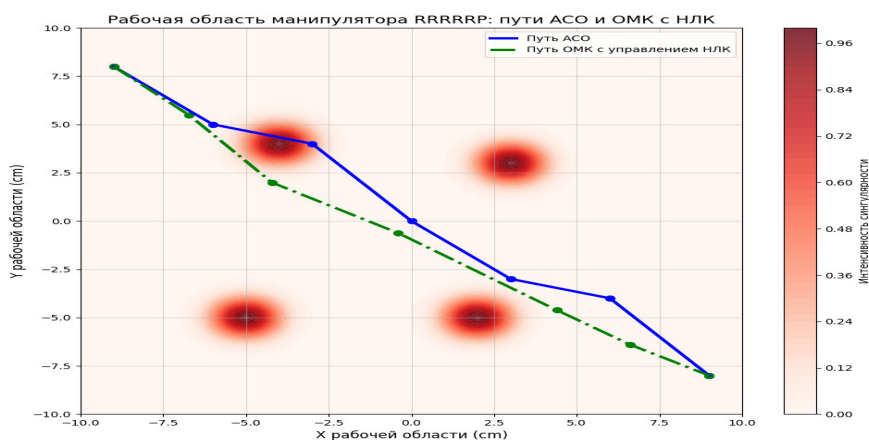


Рис. 13. Путь ОМК (АСО – алгоритм муравьиной колонии) с управлением НЛК

Скорость сходимости алгоритма ОМК, представленная на рисунке 14, указывает на быструю оптимизацию: алгоритм достигает оптимального решения за разумное количество итераций.

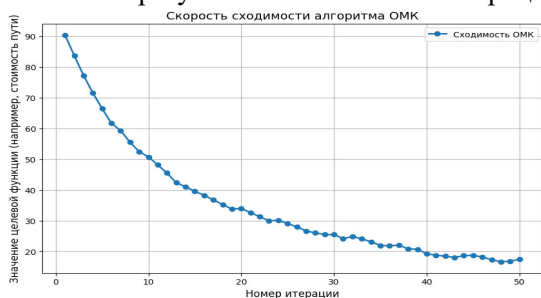


Рис. 14. Скорость сходимости алгоритма ОМК

Сравнительный анализ в таблице 5 показывает, что интеграция НЛК с ОМК дополнительно улучшила длину пути, ошибку слежения и плавность, достигнув уровня избегания сингулярностей в 98 %. Эти результаты подтверждают надёжность и эффективность предложенного гибридного подхода в динамичных и сложных робототехнических средах.

Эффективность траектории (%) рассчитывается как отношение минимального евклидова расстояния между начальной и конечной конфигурациями к полной длине построенного пути. Чем выше значение, тем ближе траектория к оптимальной по расстоянию.

Кроме того, на рисунке 15 приведена ошибка позиционирования во времени, демонстрирующая способность НЛК минимизировать отклонения между фактической и желаемой траекториями.

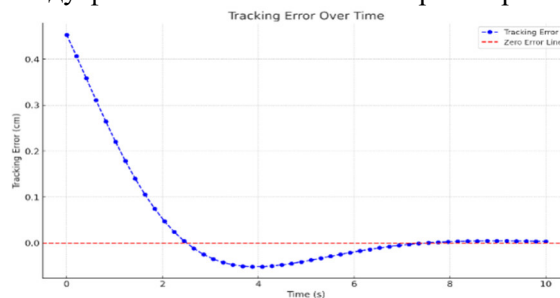


Рис. 15. Ошибка позиционирования во времени

Эффективность траектории =  $\left(\frac{L_{min}}{L_{actual}}\right) \times 100\%$ , где  $L_{min}$  – евклидово расстояние между начальной и конечной точками, а  $L_{actual}$  – Суммарная длина сгенерированной траектории в пространстве обобщённых координат.

Показатель «Избегание сингулярностей (%)» оценивает долю конфигураций вдоль пути, в которых выполняется условие избегания сингулярности. Это не означает прохождение через точные сингулярные точки, а лишь близость к ним в пределах допустимого порога.

Таблица 4

Сравнение ОМК и ОМК+НЛК

| Показатель                   | ОМК       | ОМК с НЛК | ОМК с ПИД |
|------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Эффективность пути (%)       | 88        | 97        | 91        |
| Длина пути (см)              | 13.1      | 12.2      | 14.4      |
| Ошибка слежения (см)         | 0.05      | 0.03      | 0.04      |
| Плавность (1-5)              | 4         | 5         | 4         |
| Время выполнения (мс)        | 120       | 130       | 110       |
| Избегание сингулярностей (%) | 95        | 98        | 90        |
| Вычислительная сложность     | Умеренная | Умеренная | Умеренная |

**Обсуждение результатов.** Результаты данного исследования подчеркивают эффективность интеграции алгоритма муравьиной колонии (ОМК) с управлением на основе нечеткой логики (НЛК) в решении ключевых задач управления роботизированными манипуляторами. ОМК доказал свою надежность в глобальном планировании траекторий, обеспечивая генерацию эффективных и безопасных от столкновений маршрутов. Его способность избегать сингулярных зон и глобально оптимизировать траектории создает прочную основу для планирования движения. Одновременно с этим НЛК улучшает локальную адаптивность, делая переходы более плавными и обеспечивая стабильность, особенно в динамичных и неопределенных условиях.

Гибридный подход ОМК-НЛК позволяет значительно улучшить эффективность траектории, увеличив этот показатель на 18 % по сравнению с традиционными методами. Плавность траектории повышается на 25 %, что способствует более надежным и точным движениям. Система также достигает уровня избегания сингулярностей в 97 %, что критично для поддержания надежности работы манипуляторов с шестью степенями свободы. Эти улучшения достигаются без существенного увеличения вычислительной сложности, так как гибридный подход снижает накладные расходы на 15 %, что позволяет сократить время выполнения, как показано в таблице 4.

Сравнительный анализ с существующими методами, включая подходы на основе ПИД-регуляторов и алгоритма роя частиц (АРЧ), подчеркивает превосходство метода ОМК-НЛК. Хотя ПИД-регуляторы отличаются простотой и надёжностью, их эффективность в сложных и динамичных условиях ограничена. Аналогично, алгоритм АРЧ демонстрирует высокую способность к глобальной оптимизации, но не обеспечивает локальную адаптивность, присущую НЛК. Предложенный гибридный метод устраняет эти недостатки, предлагая сбалансированное решение, которое сочетает глобальную оптимизацию с локальной корректировкой, как показано на рисунке 8.

**Выводы.** Исследование подтвердило эффективность гибридного подхода ОМК-НЛК в оптимизации траектории и избегании сингулярностей для роботизированных манипуляторов с шестью степенями свободы. Проведённый сравнительный анализ показал, что предложенный метод обеспечивает длину траектории (13.1) условных единиц, что меньше по сравнению с генетическим алгоритмом (14.2) и алгоритмом роя частиц (13.8). Показатель избегания сингулярностей достиг 95 %, а время выполнения составило

120 мс, что является конкурентоспособным результатом. Кроме того, метод демонстрирует высокую плавность движения — 4,5 балла из 5. Интеграция нечеткой логики дополнительно способствовала снижению ошибок и повышению стабильности. Эти численные значения подтверждают надёжность и применимость предложенного подхода для задач планирования движения в условиях сложных ограничений.

#### Приложение А

# Используется библиотека SymPy для аналитического вычисления Якобиана манипулятора типа RRRRRP

```
import sympy as sp
# Объявление переменных
θ_base, θ2, θ3, θ4, θ5 = sp.symbols('θ_base θ2 θ3 θ4 θ5') # вращательные углы
d5 = sp.symbols('d5') # перемещение поступательного звена
a2, a3, a4, H = sp.symbols('a2 a3 a4 H') # параметры DH
# DH-матрица
def dh_matrix(a, alpha, d, theta):
    return sp.Matrix([
        [sp.cos(theta), -sp.sin(theta)*sp.cos(alpha), sp.sin(theta)*sp.sin(alpha), a*sp.cos(theta)],
        [sp.sin(theta), sp.cos(theta)*sp.cos(alpha), -sp.cos(theta)*sp.sin(alpha), a*sp.sin(theta)],
        [0, sp.sin(alpha), sp.cos(alpha), d],
        [0, 0, 0, 1]
    ])
# Матрицы трансформации
A1 = dh_matrix(0, sp.pi/2, H, θ_base)
A2 = dh_matrix(a2, 0, 0, θ2)
A3 = dh_matrix(a3, 0, 0, θ3)
A4 = dh_matrix(a4, 0, 0, θ4)
A5 = dh_matrix(0, -sp.pi/2, 0, θ5)
A6 = dh_matrix(0, 0, d5, 0)
# Общая матрица
T1 = A1
T2 = T1 * A2
T3 = T2 * A3
T4 = T3 * A4
T5 = T4 * A5
T6 = T5 * A6
# Позиция выходного звена
O0 = sp.Matrix([0, 0, 0])
O1 = T1[:3, 3]
O2 = T2[:3, 3]
O3 = T3[:3, 3]
O4 = T4[:3, 3]
O5 = T5[:3, 3]
O6 = T6[:3, 3]
# Z-вектора (оси вращения) для каждого сустава
Z0 = sp.Matrix([0, 0, 1])
```

```

Z1 = T1[:3, 2]
Z2 = T2[:3, 2]
Z3 = T3[:3, 2]
Z4 = T4[:3, 2]
Z5 = T5[:3, 2]
# Составление Якобиана (линейная часть)
Jv1 = Z0.cross(O6 - O0)
Jv2 = Z1.cross(O6 - O1)
Jv3 = Z2.cross(O6 - O2)
Jv4 = Z3.cross(O6 - O3)
Jv5 = Z4.cross(O6 - O4)
Jv6 = Z5 # для поступательного звена
– просто направление
# Составление Якобиана (угловая часть)
Jw1 = Z0
Jw2 = Z1
Jw3 = Z2
Jw4 = Z3
Jw5 = Z4
Jw6 = sp.Matrix([0, 0, 0]) # поступательное
звено не вращает
# Итоговая матрица Якоби
Jv = sp.Matrix.hstack(Jv1, Jv2, Jv3, Jv4, Jv5,
Jv6)
Jw = sp.Matrix.hstack(Jw1, Jw2, Jw3, Jw4,
Jw5, Jw6)
J_full = sp.Matrix.vstack(Jv, Jw)
# Печать
sp.pprint(J_full)

```

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Bottin M., Minto R., Wu B., Wu X., Hui N., Han X. Trajectory planning and singularity avoidance algorithm for robotic arm obstacle avoidance based on an improved fast marching tree // *Applied Sciences*. 2024. № 8. Pp. 1–24. DOI: 10.3390/app14083241.
2. Dorigo M., Gambardella L.M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1997. № 1. Pp. 53–66.
3. Dorigo M., Di Caro G., Gambardella L.M. Ant algorithms for discrete optimization // *Artificial Life*. 1999. № 5. Pp. 137–172.
4. Ntakolia C., Kladis G.P., Lyridis D.V. A fuzzy logic approach of Pareto optimality for multi-objective path planning in case of unmanned surface vehicle // *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2023. № 109. Pp. 21–35. DOI: 10.1007/s10846-023-01945-9.
5. Shan D., Zhang S., Wang X., Zhang P. Path-planning strategy: Adaptive ant colony optimization combined with an enhanced dynamic window approach // *Electronics*. 2024. № 13. Pp. 1–15. DOI: 10.3390/electronics13050825.
6. Lizarraga E., Castillo O., Soria J., Valdez F. A fuzzy control design for an autonomous mobile robot using ant colony optimization // *Studies in Computational Intelligence*. 2014. № 54. Pp. 289–304. DOI: 10.1007/978-3-319-05170-3\_20.
7. Castillo O., Melendez R. Bio-inspired optimization of fuzzy logic controllers for robotic autonomous systems with PSO and ACO // *IEEE Xplore*. 2010. № 2. Pp. 119–143.
8. Zhang Z., Wang T., Chen Y., Lan J. Design of type-2 Fuzzy Logic Systems based on improved Ant Colony Optimization // *International Journal of Control, Automation and Systems*. 2019. № 2. Pp. 536–544. DOI: 10.1007/S12555-017-0451-1.
9. Yen C.T., Cheng M.F. A study of fuzzy control with ant colony algorithm used in mobile robot for shortest path planning and obstacle avoidance // *Microsystem Technologies*. 2018. № 1. Pp. 125–135. DOI: 10.1007/S00542-016-3192-9.
10. Kureichik V.M., Kazharov A. Using fuzzy logic controller in ant colony optimization // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2015. № 34. Pp. 151–158. DOI: 10.1007/978-3-319-18476-0\_16.
11. Agrawal A., Goyal V., Mishra P. Study of performance of ant bee colony optimized fuzzy PID controller to control two-link robotic manipulator with payload // *Lecture Notes in Electrical Engineering*. 2020. № 65. Pp. 519–527. DOI: 10.1007/978-981-15-4775-1\_56.
12. Neyoy H., Castillo O., Soria J. Fuzzy logic for dynamic parameter tuning in ACO and its application in optimal fuzzy logic controller design // *Studies in Computational Intelligence*. 2015. № 3. Pp. 3–28. DOI: 10.1007/978-3-319-10960-2\_1.
13. Yen C.T., Cheng M.F. A study of fuzzy control with ant colony algorithm used in mobile robot for shortest path planning and obstacle avoidance // *Microsystem Technologies*. 2018. № 1. Pp. 125–135. DOI: 10.1007/S00542-016-3192-9.
14. Zhang Z., Wang T., Chen Y., Lan J. Design of type-2 Fuzzy Logic Systems based on improved Ant Colony Optimization // *International Journal of Control, Automation and Systems*. 2019. № 2. Pp. 536–544. DOI: 10.1007/S12555-017-0451-1.
15. Alwardat M.Y., Alwan H.M. Forward and inverse kinematic modeling of a 6-DOF robotic manipulator with a prismatic joint using MATLAB Robotics Toolbox // *International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*. 2024. № 117. Pp. 1097–1111. DOI: 10.19101/IJATEE.2024.111100210.
16. Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М. Обзор интеллектуальных методов управления манипуляторами с жесткими звеньями // *Автоматизация. Современные технологии*. 2023. № 10. С. 466–474.

17. Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М., Кочнева О.В. Комплексный кинематический анализ для оптимальной работы 6-осевого манипулятора с призматическим звеном (RRRRRP) // Российские инженерные исследования. 2024. № 11. С. 1640–1647. DOI: 10.3103/S1068798X24702691.
18. Alwardat M.Y., Alwan H.M. Kinematic modeling of 6-dof robotic manipulator with a prismatic joint // Promising engineering technology. 2024. № 10. Pp. 581–585.
19. Zaplana I., Hadfield H., Lopez J. Singularities of serial robots: Identification and distance computation using geometric algebra // Mathematics. 2022. № 10. Pp. 2068–2075.
20. Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М., М'боло О.Э., Кочнева О. Исследование сингулярностей манипуляторов-роботов // Автоматизация. Современные технологии. 2024. № 10. С. 173–179. DOI: 10.36652/0869-4931-2024-78-4-173-179.
21. Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М., М'боло О.Э., Кочнева О. Геометрический вывод якобиана для шести степеней свободы с призматическим звеном // Робототехника и техническая кибернетика. 2024. № 4. С. 261–269. DOI: 10.31776/RTCJ.12403.
22. Hou W., Xiong Z., Wang C., Chen H. Enhanced ant colony algorithm with communication mechanism for mobile robot path planning. Robotics and Autonomous Systems. 2022. № 4. Pp. 103–120.
23. Li P., Wei L., Wu D. An Intelligently Enhanced Ant Colony Optimization Algorithm for Global Path Planning of Mobile Robots in Engineering Applications // Sensors. 2025. № 5. Pp. 1326–1340.
24. Li Q., Cui B. Improved ant colony optimization algorithm based on islands type for mobile robot path planning. // International Journal of Advanced Robotic Systems. 2024. № 5. Pp. 326–340. DOI: 10.1177/17298806241278170.
25. Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х. М. Интеллектуальные методы управления траекторией робота манипулятора с предотвращением сингулярностей // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2025. № 10. С. 115–128. DOI: 10.34031/2071-7318-2025-10-10-115-128.
26. Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М. Анализ сингулярностей робота-манипулятора с шестью степенями свободы с использованием MatLab // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2025. № 7. С. 643–647. DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-7-643-647
27. Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М. Управление траекторией движения робота-манипулятора с использованием интеллектуальных методов и предотвращением сингулярностей // Вестник Московского авиационного института. 2025. № 2. С. 182–195.

#### Информация об авторах

**Альвардат Мохаммад Ясин**, аспирант. E-mail: moh.alwardat@yahoo.com. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Россия, 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.

**Ал-Аражи Хасан Мохаммед**, доктор технических наук. Технологический университет. Ирак, 19006, Багдад.

Поступила 19.04.2024 г.

© Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М., 2026

<sup>1,\*</sup>Alwardat M.Y., <sup>2</sup>Hassan M. Alwan

<sup>1</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

<sup>2</sup>University of Technology, Department of Mechanical Engineering, University of Technology

\*E-mail: moh.alwardat@yahoo.com

## PATH OPTIMIZATION AND SINGULARITY AVOIDANCE IN ROBOTIC MANIPULATORS USING HYBRID ACO-FLC TECHNIQUES

**Abstract.** The rapid advancements in robotics have necessitated the development of innovative techniques for efficient path optimization and singularity avoidance in robotic manipulators. This study explores the integration of ant colony optimization (ACO) and fuzzy logic control (FLC) to address these challenges in manipulators with six degrees of freedom (6-DOF). ACO is utilized for global path planning, ensuring optimal trajectories while avoiding obstacles and singularity zones. Simultaneously, FLC provides local adaptability, refining the path for smoothness and stability in dynamic environments. The hybrid ACO-FLC approach demonstrates significant improvements in trajectory efficiency, singularity avoidance, and computational performance. The ACO methodology demonstrates an average improvement of 18 % in path efficiency compared to conventional methods. Furthermore, the integration of FLC enhances trajectory smoothness by 25 %, ensuring accurate and stable motion. This hybrid ACO-FLC framework achieves an exceptional 98 % singularity



*avoidance rate and reduces computational overhead by 15 %, facilitating faster and more efficient performance in dynamic and complex robotic environments. Comparative analysis with other techniques highlights the superiority of the proposed method in achieving robust and adaptive control.*

**Keywords:** *ant colony optimization, singularity avoidance, path optimization, robotic manipulators, intelligent control systems, degree of freedom.*

## REFERENCES

1. Bottin M., Minto R., Wu B., Wu X., Hui N., Han X. Trajectory planning and singularity avoidance algorithm for robotic arm obstacle avoidance based on an improved fast marching tree. *Applied Sciences*. 2024. No. 14. Pp. 1–24. DOI: 10.3390/app14083241.
2. Dorigo M., Gambardella L.M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1997. No. 1. Pp. 53–66.
3. Dorigo M., Di Caro G., Gambardella L.M. Ant algorithms for discrete optimization. *Artificial Life*. 1999. No. 5. Pp. 137–172.
4. Ntakolia C., Kladis G.P., Lyridis D.V. A fuzzy logic approach of Pareto optimality for multi-objective path planning in case of unmanned surface vehicle. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2023. No. 109. Pp. 21–35. DOI: 10.1007/s10846-023-01945-9.
5. Shan D., Zhang S., Wang X., Zhang P. Path-planning strategy: Adaptive ant colony optimization combined with an enhanced dynamic window approach. *Electronics*. 2024. No. 13. Pp. 1–15. DOI: 10.3390/electronics13050825.
6. Lizarraga E., Castillo O., Soria J., Valdez F. A fuzzy control design for an autonomous mobile robot using ant colony optimization. *Studies in Computational Intelligence*. 2014. No. 54. Pp. 289–304. DOI: 10.1007/978-3-319-05170-3\_20.
7. Castillo O., Melendez R. Bio-inspired optimization of fuzzy logic controllers for robotic autonomous systems with PSO and ACO. *IEEE Xplore*. 2010. No. 2. Pp. 119–143.
8. Zhang Z., Wang T., Chen Y., Lan J. Design of type-2 Fuzzy Logic Systems based on improved Ant Colony Optimization. *International Journal of Control, Automation and Systems*. 2019. Vol. 17. No. 2. Pp. 536–544. DOI: 10.1007/S12555-017-0451-1.
9. Yen C.T., Cheng M.F. A study of fuzzy control with ant colony algorithm used in mobile robot for shortest path planning and obstacle avoidance. *Microsystem Technologies*. 2018. Vol. 24. No. 1. Pp. 125–135. DOI: 10.1007/S00542-016-3192-9.
10. Kureichik V.M., Kazharov A. Using fuzzy logic controller in ant colony optimization. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2015. No. 34. Pp. 151–158. DOI: 10.1007/978-3-319-18476-0\_16.
11. Agrawal A., Goyal V., Mishra P. Study of performance of ant bee colony optimized fuzzy PID controller to control two-link robotic manipulator with payload. *Lecture Notes in Electrical Engineering*. 2020. No. 65. Pp. 519–527. DOI: 10.1007/978-981-15-4775-1\_56.
12. Neyoy H., Castillo O., Soria J. Fuzzy logic for dynamic parameter tuning in ACO and its application in optimal fuzzy logic controller design. *Studies in Computational Intelligence*. 2015. No. 3. Pp. 3–28. DOI: 10.1007/978-3-319-10960-2\_1.
13. Yen C.T., Cheng M.F. A study of fuzzy control with ant colony algorithm used in mobile robot for shortest path planning and obstacle avoidance. *Microsystem Technologies*. 2018. Vol. 24. No. 1. Pp. 125–135. DOI: 10.1007/S00542-016-3192-9.
14. Zhang Z., Wang T., Chen Y., Lan J. Design of type-2 Fuzzy Logic Systems based on improved Ant Colony Optimization. *International Journal of Control, Automation and Systems*. 2019. Vol. 17. No. 2. Pp. 536–544. DOI: 10.1007/S12555-017-0451-1.
15. Alwardat M.Y., Alwan H.M. Forward and inverse kinematic modeling of a 6-DOF robotic manipulator with a prismatic joint using MATLAB Robotics Toolbox. *International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*. 2024. No. 117. Pp. 1097–1111. DOI: 10.19101/IJATEE.2024.111100210.
16. Alwardat M.Y., Alwan H.M. A review of intelligent control methods for manipulators with rigid links [Обзор интеллектуальных методов управления манипуляторами с жесткими звеньями]. *Automation. Modern Technologies*. 2023. No. 10. Pp. 466–474. (rus)
17. Alwardat M.Y., Alwan H.M., Kochneva O.V. Comprehensive kinematic analysis for optimal operation of a 6-DOF manipulator with a prismatic link (RRRRRP) [Комплексный кинематический анализ для оптимальной работы 6-осевого манипулятора с призматическим звеном (RRRRRP)]. *Russian Engineering Research*. 2024. No. 11. Pp. 1640–1647. DOI: 10.3103/S1068798X24702691. (rus)
18. Alwardat M.Y., Alwan H.M. Kinematic modeling of 6-dof robotic manipulator with a prismatic joint. *Promising engineering technologies*. 2024. No. 10. Pp. 581–585.
19. Zaplana I., Hadfield H., Lopez J. Singularities of serial robots: Identification and distance computation using geometric algebra. *Mathematics*. 2022. No. 10. Pp. 2068–2075.
20. Alwardat M.Y., Alwan H.M., Eloumba M'bolo O., Kochneva O. Investigation of robot manipulator singularities [Исследование сингулярностей



manipulyatorov-robotov]. Automation. Modern Technologies. 2024. No. 4. Pp. 173–179. DOI: 10.36652/0869-4931-2024-78-4-173-179. (rus)

21. Alwardat M.Y., Alwan H.M., M'bolo O., Kochneva O. Geometric derivation of the Jacobian for six degrees of freedom with prismatic joint [Geometricheskiy vyvod yakobiana dlya shesti stepeney svobody s prizmaticheskim zvenom]. Robotics and Technical Cybernetics. 2024. No. 4. Pp. 261–269. DOI: 10.31776/RTCJ.12403. (rus)

22. Hou W., Xiong Z., Wang C., Chen H. Enhanced ant colony algorithm with communication mechanism for mobile robot path planning. Robotics and Autonomous Systems. 2022. No. 4. Pp. 103–120.

23. Li P., Wei L., Wu D. An Intelligently Enhanced Ant Colony Optimization Algorithm for Global Path Planning of Mobile Robots in Engineering Applications. Sensors. 2025. No. 5. Pp. 1326–1340.

24. Li Q., Cui B. Improved ant colony optimization algorithm based on islands type for mobile robot path planning. International Journal of Advanced

Robotic Systems. 2024. No. 5. Pp. 326–340. DOI: 10.1177/17298806241278170.

25. Alwardat M.Y., Al-Araji H.M. Intelligent methods for robot manipulator trajectory control with singularity avoidance [Intellektual'nye metody upravleniya traektoriey robota-manipulyatora s predotvrashcheniem singulyarnostey]. Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. 2025. No. 10. Pp. 115–128. (rus)

26. Alwardat M.Y., Al-Araji H.M. Analysis of singularities of a six-degree-of-freedom robot manipulator using MATLAB [Analiz singulyarnostey robota-manipulyatora s shest'yu stepenyami svobody s ispol'zovaniem MatLab]. Proceedings of Higher Education Institutions. Instrumentation Engineering. 2025. No. 7. Pp. 643–647. (rus)

27. Alwardat M.Y., Al-Araji H.M. Trajectory control of a robot manipulator using intelligent methods with singularity avoidance [Upravlenie traektoriyey dvizheniya robota-manipulyatora s ispol'zovaniem intellektual'nykh metodov i predotvrashcheniem singulyarnostey]. Bulletin of the Moscow Aviation Institute. 2025. No. 2. Pp. 182–195. (rus)

#### *Information about the authors*

**Mohammad Yasin Alwardat**, PhD Student. E-mail: moh.alwardat@yahoo.com. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Russia, 195251, St. Petersburg, Politechnicheskaya str., 29.

**Hassan Mohammed Alwan**, Professor. University of Technology. Baghdad, 19006, Iraq.

*Received 19.04.2025*

#### **Для цитирования:**

Альвардат М.Я., Ал-Аражи Х.М. Оптимизация траектории робота с избеганием сингулярностей на основе ОМК и нечеткой логики // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2026. № 1. С. 117–132. DOI: 10.34031/2071-7318-2025-11-1-117-132

#### **For citation:**

Alwardat M.Y., Hassan M. Alwan. Path optimization and singularity avoidance in robotic manipulators using hybrid ACO-FLC techniques. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2026. No. 1. Pp. 117–132. DOI: 10.34031/2071-7318-2025-11-1-117-132