

DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-9-60-71

*Чесноков А.В., Михайлов В.В.

Липецкий государственный технический университет

*E-mail: andreychess742@mail.ru

МЕТОДИКА РАСЧЕТА КОМБИНИРОВАННОЙ КОНСТРУКЦИИ ПОКРЫТИЯ ШПРЕНГЕЛЬНОГО ТИПА

Аннотация. Комбинированные строительные конструкции обладают преимуществами с точки зрения эффективности использования высокопрочных материалов и снижения деформативности под нагрузкой. Для расширения области их практического применения требуется совершенствование методик расчета и проектирования. Объектом исследования в настоящей работе является комбинированная конструкция шпренгельного типа, верхний пояс которой образован прямолинейными балками, расположенными радиально и соединенными шарнирно в коньковом узле, а нижний пояс состоит из высокопрочных вантовых элементов и шарнирных стержней. Для статического анализа исследуемой конструкции принята её плоская модель. Раскрытие статической неопределенности выполнено при помощи метода сил, применимость которого обоснована ограничением деформативности конструкции требованиями второй группы предельных состояний. Предложены аналитические выражения для определения усилий и изгибающих моментов в основных элементах конструкции. Полученные выражения, за счет введения дополнительных параметров, унифицированы для выполнения расчета на предварительное напряжение и внешние нагрузки. Предложена усовершенствованная методика определения матрицы коэффициентов и вектора свободных членов канонической системы метода сил, позволяющая автоматизировать расчет. Разработана методика учета гибких вантовых элементов, способных воспринимать только растягивающие усилия. Методика заключается в последовательном выключении сжатых вант из расчетной схемы. Результаты работы вносят вклад в развитие комбинированных конструкций шпренгельного типа и могут быть использованы при поиске оптимальных проектных решений, а также, для выявления закономерностей напряженно-деформированного состояния комбинированных конструкций посредством численного моделирования.

Ключевые слова: комбинированная строительная конструкция, шпренгельная система, метод сил, гибкая ванта, предварительное напряжение.

Введение. Комбинированные строительные конструкции представляют собой системы разнородных материалов и элементов, обладающих различными областями эффективного использования [1]. Объединение гибких вант с балками жесткости является действенной мерой снижения деформативности большепролетных конструкций и повышения эффективности применения высокопрочных сталей [2]. Вместе с тем, действие ветровой нагрузки на комбинированные системы с балками жесткости, подвешенными к несущим вантовым элементам, приводит к выключению гибких подвесок из работы [3].

Для смягчения негативного влияния знакопеременных нагрузок получили распространение шпренгельные системы, состоящие из жесткого элемента и вантовых предварительно напряженных поясов [4, 5]. В работе [6] предлагается конструкция покрытия повышенной жесткости, верхний пояс которой состоит из горизонтально расположенных полос листовой стали, поддерживаемых предварительно напряженной сетью нижнего пояса. Результаты экспериментальных исследований, подтверждающие эффективность применения комбинированных конструкций повышенной жесткости, приведены в работах [7, 8].

Важным шагом на пути развития шпренгельных систем стало появление конструкций, в которых натяжение вантового пояса создает в жестком элементе изгибающие моменты обратного знака, по сравнению с моментами, реализующимися от действия преобладающих внешних нагрузок [9]. Плоские арочные системы, предварительно напряженные затяжками, находят применение как в зданиях капитального назначения, так и во временных сооружениях [10].

Дальнейшим развитием шпренгельных конструкций можно считать пространственные купольные системы. Эффективность применения шпренгельных куполов подтверждена проведением численного моделирования и натурными испытаниями [11, 12, 13].

Одним из наиболее распространенных приемов статического анализа комбинированных конструкций является применение итерационных методик, позволяющих найти решение за конечное число шагов [14]. Параметрический итерационный анализ работы под нагрузкой подвесных мостов предложен в работе [15]. Смешанный алгоритм для нелинейного анализа комбинированных конструкций, состоящих из гибких вант

и жестких на изгиб элементов, предложен в работе [16]. Достижение равновесного состояния обеспечивается применением итерационного метода секущих.

Энергетический метод применен в работе [17] для нелинейного расчета комбинированного купола. Поиск минимума потенциальной энергии на стадии предварительного напряжения и при действии внешней нагрузки осуществляется итерационным методом решения системы нелинейных уравнений равновесия.

Несмотря на преимущества численных методов, их применение требует предварительного задания основных параметров конструкции. Аналитические подходы к статическому расчету, таким образом, сохраняют свою актуальность, позволяя оценить требуемые жесткостные характеристики элементов, а также, служа инструментом оценки правильности принятых расчетных схем и полученных результатов [18].

Инженерная методика расчета радиально-балочного купола разработана и подтверждена экспериментально в работах [19, 20]. Методика включает определение изгибающих моментов в наиболее опасном сечении ребер верхнего пояса, а также, учитывает влияние стальной мембраны покрытия на работу конструкции.

Методика определения требуемого натяжения гибких элементов купольной конструкции на стадии создания предварительного напряжения предложена в работе [21]. Данная методика может быть применена на этапе разработки проектного решения конструкции при определении ее основных параметров.

При действии внешней нагрузки, гибкие элементы комбинированных конструкций, подверженные «условному сжатию», выключаются из работы, а комбинированная система проявляет конструктивно нелинейное поведение [22].

Для решения проблемы поиска т.н. «рабочей схемы», получаемой из расчетной схемы конструкции путем удаления выключившихся элементов, в работах [23–26] предложено применение метода конечных элементов в форме смешанного метода и метода сил, без учета геометрической нелинейности. Совершенствование метода сил в части оптимизации расчетного алгоритма решения канонической системы большой размерности предложено в [27, 28]. Применение линейных методов, к числу которых относятся метод сил, метод перемещений и смешанный метод, для расчета комбинированных систем шпренгельного типа обосновано ограничением деформаций конструкции требованиями второй группы предельных состояний.

Из приведенного литературного обзора следует вывод о перспективности комбинированных строительных конструкций шпренгельного типа, обладающих преимуществами с точки зрения эффективности использования высокопрочных материалов и снижения деформативности под нагрузкой. Вместе с тем, для расширения области практического применения комбинированных систем требуется совершенствование методик статического расчета, используемых при разработке проектных решений и определении оптимальных параметров конструкции.

Целью работы является разработка усовершенствованной методики статического расчета комбинированной конструкции шпренгельного типа, предназначенной для применения на этапе вариантного проектирования при назначении основных параметров конструкции.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- предложены аналитические выражения для определения усилий и изгибающих моментов в элементах исследуемой конструкции;
- предложено введение параметров, позволяющих автоматизировать процесс расчета;
- предложены выражения для расчета матрицы коэффициентов и вектора свободных членов канонической системы метода сил;
- разработан алгоритм последовательного выключения гибких вантовых элементов из расчетной схемы при их сжатии;
- выполнено сопоставление результатов, полученных применением предложенной методики, с результатами специализированного программного комплекса.

Методика проведения исследований. Верхний пояс исследуемой конструкции образован прямолинейными балками, расположенными радиально и соединенными шарнирно в коньковом узле (рис. 1, а). Балки верхнего пояса объединены при помощи распорок с нижним поясом, состоящим из высокопрочных тросовых и вантовых элементов, с образованием ребер несущего каркаса. Кольцевой вантовый элемент и кольцо из шарнирных стержней объединяют радиальные ребра несущего каркаса между собой.

Для статического анализа исследуемой конструкции принята плоская модель с шарнирно подвижной правой опорой (рис. 1, б). В соответствии с работой [29], кольцевой вантовый элемент нижнего яруса и кольцо из шарнирных стержней верхнего яруса пространственной системы заменены на эквивалентные по деформативности затяжку и распорку.

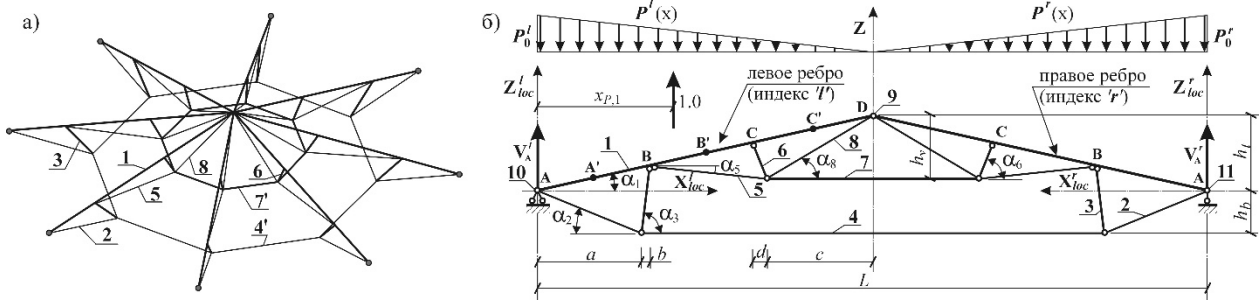


Рис. 1. Несущий каркас комбинированной конструкции: а) общий вид; б) плоская модель; 1 – балка верхнего пояса (изгибно-жесткий элемент); 2 – диагональный несущий трос (гибкая нить); 3 – стойка нижнего яруса (шарнирный стержень); 4' - кольцевой вантовый элемент нижнего яруса; 4 – затяжка плоской модели (гибкая нить); 5 – оттяжка верхнего яруса (гибкая нить); 6 – стойка верхнего яруса (шарнирный стержень); 7' – кольцо из шарнирных стержней верхнего яруса; 7 – распорка плоской модели (шарнирный стержень); 8 – соединительный элемент верхнего яруса (шарнирный стержень); 9 – коньковый шарнир; 10, 11 – шарнирно неподвижная и подвижная опоры, соответственно

Исследуемая конструкция является статически неопределимой системой. Для раскрытия статической неопределимости применен метод сил. За лишние неизвестные $X_1 \dots X_3$ принято усилие в затяжке 4, N_4 , а также, усилия в оттяжках верхнего яруса 5, N_5^l и N_5^r :

$$N_4 = X_1, N_5^l = X_2 \text{ и } N_5^r = X_3, \quad (1)$$

где индексы 'l' и 'r' относятся к левому и правому ребру, соответственно.

Элементы конструкции, а также, ребра в локальных системах координат, $X_{loc}^l Z_{loc}^l$ и $X_{loc}^r Z_{loc}^r$, показаны на рис. 1,б. Введем дополнительные параметры X_4 и Ψ . Параметр Ψ определяет тип внешней нагрузки: $\Psi = 1$, при расчете на внешнюю (полезную) нагрузку и $\Psi = 0$ при расчете на единичную нагрузку (для определения прогиба). Параметр X_4 принимается равным единице, $X_4 = 1$, при учете внешней нагрузки, и нулю, $X_4 = 0$, при отсутствии внешней нагрузки (для расчета на предварительное напряжение).

Лишние неизвестные и параметр X_4 объединим в расширенный вектор:

$$\vec{\Omega} = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4]^T. \quad (2)$$

Схема действия нагрузок приведена на рис. 1,б. С учетом радиального расположения ребер, нагрузки имеют треугольное распределение. Учитываются только вертикальные нагрузки. Полезные нагрузки, $P^l(x)$ и $P^r(x)$, приведены в локальных системах координат ребер.

Предполагается, что полезная нагрузка на правое ребро не превышает нагрузку на левое: $P_0^r \leq P_0^l$, таким образом, максимальный прогиб купола реализуется на левом ребре. Единичная нагрузка для определения прогиба привязана в

глобальной системе координат, связанной с левой опорой: $x_{P,1} \leq L/2$. Направление единичной нагрузки совпадает с глобальной осью Z .

Учитывая требования второй группы предельных состояний, а также применимость метода сил только для линейных систем, запишем ограничение на величину перемещений:

$$\max(|\Delta Z_{ld}|, |\Delta Z_{pr}|) \leq L \cdot \min(1/200, k_{\Delta,II}), \quad (3)$$

где $k_{\Delta,II}$ – относительный предельный прогиб, принятый по требованиям нормальной эксплуатации конструкции; ΔZ_{pr} – вертикальное перемещение, вызванное предварительным напряжением, относительно исходного (ненапряженного) состояния конструкции; ΔZ_{ld} – вертикальное перемещение, вызванное внешней нагрузкой, относительно преднапряженного состояния.

Вертикальные перемещения узлов верхнего пояса определяются методом Мора. Единичная вертикальная сила прикладывается в точке, где производится определение перемещения, с последующим численным интегрированием произведения эпюр от данной силы на эпюры от внешней нагрузки. Термин «эпюра» в настоящей работе означает функциональную зависимость внутреннего силового фактора (продольная сила и изгибающий момент) от координаты расчетного сечения. Численное интегрирование осуществляется методом трапеций при помощи программного комплекса MathCad.

Верификация предложенной расчетной методики выполнена путем сравнения с результатами расчета в специализированном программном комплексе MAV.Structure [30]. Данный программный комплекс позволяет выполнить статический расчет ните-стержневых систем с учетом геометрической нелинейности. Имеющиеся

типы конечных элементов позволяют моделировать работу односторонних связей (гибких нитей), способных воспринимать только растягивающие воздействия.

Основная часть. Из предположения о вертикальном действии внешних нагрузок следует

$$V_A^l = \frac{X_4 \cdot \Psi}{L} \cdot \left[\int_0^{0.5L} P^l(x) \cdot (L-x) dx + \int_0^{0.5L} P^r(x) \cdot x dx \right] - X_4 \cdot (1-\Psi) \cdot \left(1 - \frac{x_{P,1}}{L} \right), \quad (4,a)$$

$$V_A^r = X_4 \cdot \Psi \cdot \left[\int_0^{0.5L} P^l(x) dx + \int_0^{0.5L} P^r(x) dx \right] - X_4 \cdot (1-\Psi) - V_A^l. \quad (4,b)$$

Запишем выражения для продольных сил в вантовых элементах и распорках:

– усилия в элементах нижнего яруса (маркировка элементов конструкции и обозначение углов α приведены на рис. 1):

$$N_2^{l/r} = N_4 \cdot \sin(\alpha_3) / \sin(\alpha_2 + \alpha_3), \quad (5)$$

$$N_3^{l/r} = -N_4 \cdot \sin(\alpha_2) / \sin(\alpha_2 + \alpha_3), \quad (6)$$

где индекс 'l/r' означает, что усилие действует в элементе, принадлежащем левому 'l', либо правому 'r' ребру конструкции;

– усилие в распорке верхнего яруса, моделирующей кольцо из шарнирных стержней:

$$N_7 = \frac{1}{h_v} \cdot \left[V_A^l \cdot \frac{L}{2} - N_4 \cdot (h_t + h_b) - X_4 \cdot \Delta N_{7,p} \right], \quad (7,a)$$

где

$$\Delta N_{7,p} = \Psi \cdot \int_0^{0.5L} P^l(x) \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) dx - (1-\Psi) \cdot \left(\frac{L}{2} - x_{P,1} \right); \quad (7,b)$$

– усилия в стержневых элементах верхнего яруса:

$$N_6^{l/r} = \frac{N_7 \cdot \sin(\alpha_8) - N_5^{l/r} \cdot \sin(\alpha_5 + \alpha_8)}{\sin(\alpha_6 + \alpha_8)}, \quad (8)$$

$$N_8^{l/r} = \frac{N_6^{l/r} \cdot \cos(\alpha_6) + N_5^{l/r} \cdot \cos(\alpha_5) - N_7}{\cos(\alpha_8)}. \quad (9)$$

Ребро верхнего пояса представим в виде ряда прямолинейных балочных элементов, жестко соединенных между собой. Выразим усилия и изгибающий момент в сечении с абсциссой x , при $x \in [x_{n,i} \dots x_{k,i}]$, где $x_{n,i}$ и $x_{k,i}$ - абсциссы начального и конечного сечений балочного элемента i в локальной системе координат ребра (индексы 'l' и 'r' условно не показаны):

$$N_i(x) = N_{i,n} + X_4 \cdot \sin(\alpha_1) \cdot \Delta F_p, \quad (10,a)$$

$$Q_i(x) = Q_{i,n} - X_4 \cdot \cos(\alpha_1) \cdot \Delta F_p, \quad (10,b)$$

равенство нулю горизонтальной реакции опоры: $H_A = 0$. Запишем выражения для вертикальных опорных реакций $V_A^{l/r}$:

$$M_i(x) = M_{i,n} + Q_{i,n} \cdot \frac{x - x_{n,i}}{\cos(\alpha_1)} - X_4 \cdot \Delta M_p, \quad (10,b)$$

где

$$\Delta F_p = \Psi \cdot \int_{x_{n,i}}^x P(\xi) d\xi + \eta \cdot (1-\Psi), \quad (11,a)$$

$$\Delta M_p = \Psi \cdot \int_{x_{n,i}}^x P(\xi) \cdot (x - \xi) d\xi + \eta \cdot (1-\Psi) \cdot (x - x_{P,1}), \quad (11,b)$$

где $N_{i,n}$, $Q_{i,n}$, $M_{i,n}$ - усилия и изгибающие моменты в начальном сечении рассматриваемого элемента; η - коэффициент: $\eta = -1.0$ при $x_{P,1} \in [x_{n,i} \dots x]$ для левого ребра (с индексом 'l'), $\eta = 0$ при $x_{P,1} \notin [x_{n,i} \dots x]$ для левого ребра и независимо от $x_{P,1}$ для правого ребра (с индексом 'r').

Абсциссы начального и конечного сечений для участков AB , BC и CD верхнего пояса составляют: $x_{n,AB} = 0$, $x_{k,AB} = x_{n,BC} = a + b$, $x_{k,BC} = x_{n,CD} = 0.5 \cdot L - c - d$ и $x_{k,CD} = 0.5 \cdot L$. Усилия в начальных сечениях элементов верхнего пояса:

$$N_{AB,n}^{l/r} = -N_2^{l/r} \cdot \cos(\alpha_1 + \alpha_2) - V_A^{l/r} \cdot \sin(\alpha_1), \quad (12)$$

$$Q_{AB,n}^{l/r} = -N_2^{l/r} \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2) + V_A^{l/r} \cdot \cos(\alpha_1), \quad (13)$$

$$N_{BC,n}^{l/r} = N_{AB,k}^{l/r} + N_3^{l/r} \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_3) - N_5^{l/r} \cdot \cos(\alpha_1 + \alpha_5), \quad (14)$$

$$Q_{BC,n}^{l/r} = Q_{AB,k}^{l/r} + N_3^{l/r} \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_3) - N_5^{l/r} \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_5), \quad (15)$$

$$N_{CD,n}^{l/r} = N_{BC,k}^{l/r} - N_6^{l/r} \cdot \cos(\alpha_1 + \alpha_6), \quad (16)$$

$$Q_{CD,n}^{l/r} = Q_{BC,k}^{l/r} - N_6^{l/r} \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_6). \quad (17)$$

где индекс 'k' означает усилие в конечном сечении, найденное по (10) при $x = x_{k,i}$.

Учитывая, что на конструкцию не действуют внешние сосредоточенные моменты, запишем соотношения для изгибающих моментов

в начальных и конечных сечениях верхнего пояса: $M_{AB,n}^{l/r} = 0$, $M_{BC,n}^{l/r} = M_{AB,k}^{l/r}$ и $M_{CD,n}^{l/r} = M_{BC,k}^{l/r}$. Приведенные выражения позволяют определить усилия и изгибающие моменты в элементах конструкции при заданном векторе Ω (2) и параметре Ψ .

Неизвестные усилия X_1 , X_2 и X_3 определяются из решения системы канонических уравнений метода сил:

$$\vec{X} = -[\delta]^{-1} \cdot \vec{\Delta}, \quad (18)$$

где $\vec{X} = [X_1 \ X_2 \ X_3]^T$ - вектор искомых усилий в лишних связях; $[\delta]$ - квадратная матрица коэффициентов $\delta_{s,j}$, $s \in [1..n]$, $j \in [1..n]$; $n=3$ - число лишних неизвестных; $\vec{\Delta}$ - вектор свободных членов:

$$\vec{\Delta} = \vec{\Delta}_p + \Psi \cdot \vec{\Delta}_t, \quad (19)$$

где $\vec{\Delta}_p = [\Delta_{1,p} \ \Delta_{2,p} \ \Delta_{3,p}]^T$ и $\vec{\Delta}_t = [\Delta_{1,t} \ \Delta_{2,t} \ \Delta_{3,t}]^T$ - вектор перемещений в основной системе от заданной нагрузки и вектор заданных натяжений элементов для обеспечения преднапряжения конструкции.

Заданное натяжение элемента, $\Delta_{s,t}$ (при растяжении $\Delta_{s,t} < 0$, $s \in [1..n]$), равно разности начальной длины элемента (т.н. длина заготовки), $L_{s,0}$, и геометрической длины элемента (расстояние между начальным и конечным сечениями), $L_{s,g}$:

$$\Delta_{s,t} = L_{s,0} - L_{s,g}. \quad (20)$$

Объединим матрицу $[\delta]$ и вектор $\vec{\Delta}_p$ в расширенную матрицу $[\Phi]$:

$$[\Phi] = \left[[\delta] \mid \vec{\Delta}_p \right]. \quad (21)$$

Элемент $\Phi_{s,k}$ матрицы $[\Phi]$ (при $s \in [1..n]$, $k \in [1..(n+1)]$) определяется интегрированием произведения эпюр внутренних силовых факторов в элементах конструкции:

$$\Phi_{s,k} = \varphi^l + \varphi^r + \varphi_{N_4} + \varphi_{N_7}, \quad (22)$$

где φ_{N_4} и φ_{N_7} - коэффициенты для элементов, объединяющих ребра конструкции; φ^l и φ^r - коэффициенты для левого и правого ребра:

$$\varphi^{l/r} = \varphi_{N'}^{l/r} + \varphi_M^{l/r}, \quad (23)$$

где (индексы 'l' и 'r' условно не показаны):

$$\varphi_N = \varphi_{N_{AB}} + \varphi_{N_{BC}} + \varphi_{N_{CD}} + \varphi_{N_2} + \varphi_{N_3} + \varphi_{N_5} + \varphi_{N_6} + \varphi_{N_8}, \quad (24)$$

$$\varphi_M = \varphi_{M_{AB}} + \varphi_{M_{BC}} + \varphi_{M_{CD}}, \quad (25)$$

где φ_{N_q} - коэффициент для стержневого элемента q :

$$\varphi_{N_q} = \frac{L_q}{EA_q} \cdot N_{q,[s]} \cdot N_{q,[k]}, \quad (26)$$

где L_q , EA_q - длина и продольная жесткость элемента.

Коэффициенты для изгибно-жесткого верхнего пояса, состоящего из ряда участков i , $i = \{ 'AB', 'BC', 'CD' \}$, определяются численным интегрированием при помощи метода трапеций:

$$\varphi_{N_i} = \frac{1}{EA_1 \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \left[\int_{x_{n,i}}^{x_{k,i}} N_{i,[s]}(x) \cdot N_{i,[k]}(x) dx \right], \quad (27)$$

$$\varphi_{M_i} = \frac{1}{EI \cdot \cos(\alpha_1)} \cdot \left[\int_{x_{n,i}}^{x_{k,i}} M_{i,[s]}(x) \cdot M_{i,[k]}(x) dx \right], \quad (28)$$

где EA_1 и EI - продольная жесткость и жесткость на изгиб элемента верхнего пояса.

Продольные усилия и изгибающие моменты, используемые для расчета коэффициентов φ по (26-28), находятся из выражений (1), (5-10). При этом, нижний индекс в квадратных скобках, например $[k]$, означает, что для вычисления данного силового фактора применяется расширенный вектор Ω (2), равный столбцу k единичной матрицы размером $(n+1) \times (n+1)$. Таким образом, при $k \leq n$, продольные силы и изгибающие моменты в элементах конструкции определяются от действия единичных усилий в лишних связях $X_k = 1$, а при $k = n+1$ - от действия внешней нагрузки на основную систему метода сил.

Решение (18) содержит усилия в вантовом элементе нижнего яруса 4 и оттяжках верхнего яруса 5. Данные элементы способны работать только на растяжение, таким образом, все компоненты вектора X должны быть неотрицательны:

$$X_j \geq 0, \quad (29)$$

где $j \in [1..n]$ - индекс, $n=3$.

Предлагается итерационная методика поиска допустимого решения (рис. 2). Методика заключается в последовательном выключении из

расчетной схемы элементов, нарушающих условие (29): $X_j < 0$. На каждой итерации производится выключение т.н. «наиболее сжатого» элемента j , имеющего $X_j = \min(\vec{X})$. При этом, элементы, выключенные на предыдущих итерациях, имеющие $X_j = 0$, выключаются автоматически.

Методика применяется только при расчете на внешнюю нагрузку, при $\Psi = 1$. При расчете на единичную нагрузку ($\Psi = 0$, для определения деформаций) все элементы конструкции условно считаются способными воспринимать усилия обоих знаков.

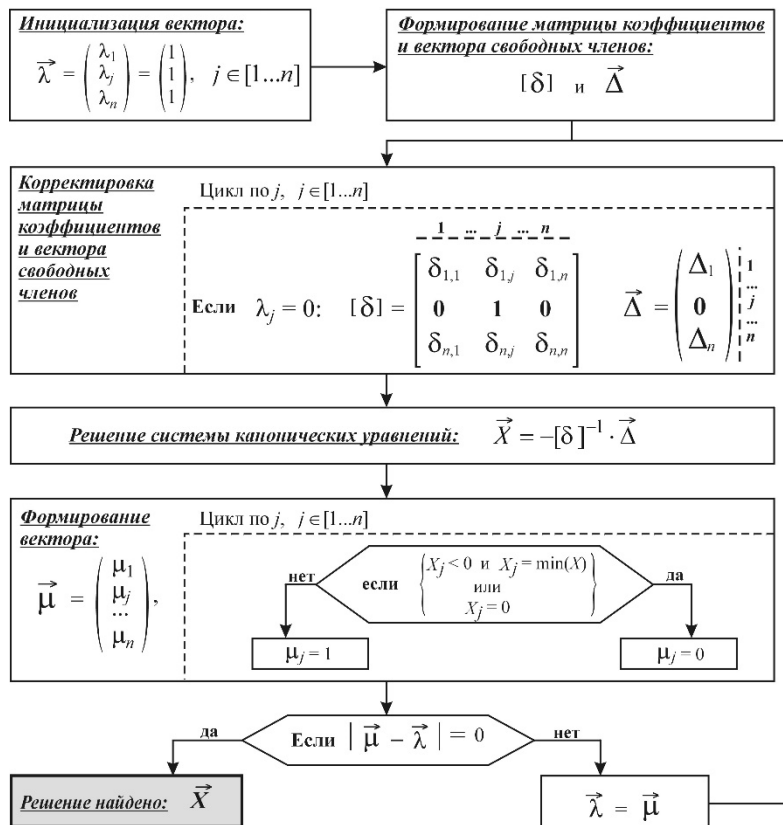


Рис. 2. Алгоритм поиска допустимого решения системы канонических уравнений (18)

Перемещение, вызванное внешней нагрузкой, относительно преднапряженного состояния:

$$\Delta Z_{ld} = \Phi_{s,k}, \tag{30}$$

где $\Phi_{s,k}$ - результат интегрирования произведения эпюр (22), где индекс 's' соответствует единичной нагрузке, а индекс 'k' соответствует заданной нагрузке на конструкцию.

Изгибающие моменты и усилия в элементах, необходимые для вычисления $\Phi_{s,k}$, определяются по (1), (5-10) при $X_4 = 1$ и найденных усилиях $X_{j,[s]}$ и $X_{j,[k]}$, где $j \in [1...n]$ - номер лишней связи метода сил. В расчете на единичную нагрузку (индекс 's' в квадратных скобках) применяется параметр $\Psi = 0$, а усилия $X_{j,[s]}$ определяются решением системы линейных уравнений (18) за один шаг. При расчете на внешнюю нагрузку (индекс 'k' в квадратных скобках), при-

меняется параметр $\Psi = 1$, а для определения усилий $X_{j,[k]}$ применяется итерационная методика (рис. 2).

Вертикальное перемещение от предварительного напряжения конструкции найдем по [31]:

$$\Delta Z_{pr} = \Delta_{1,t} \cdot N_{4,[s]} + \Delta_{2,t} \cdot N_{5,[s]}^l + \Delta_{3,t} \cdot N_{5,[s]}^r, \tag{31}$$

где $\Delta_{1,t}$ - натяжение вантового элемента нижнего яруса 4; $\Delta_{2,t}$ и $\Delta_{3,t}$ - натяжения оттяжек верхнего яруса 5, расположенных на левом и правом ребре, соответственно.

В качестве примера рассмотрена плоская модель комбинированной конструкции, имеющая пролет $L = 24.0$ м, высоту в коньке $h_t = 4.5$ м, высоту нижнего яруса $h_b = 2.0$ м, горизонтальные размеры $a = 3.5$ м, $b = -0.28$ м, $c = 3.0$ м, и $d = 0.29$ м. Углы наклона элементов к горизонту

составляют: $\alpha_1 = 20.5^0$, $\alpha_2 = 30^0$, $\alpha_3 = 95^0$, $\alpha_5 = 2.8^0$, $\alpha_6 = 83^0$ и $\alpha_8 = 50^0$.

Вантовые элементы исследуемой конструкции приняты из высокопрочных стальных тросов с расчетным сопротивлением при растяжении $R_c = 70$ кН/см² и модулем деформации $E_c = 1.3 \cdot 10^4$ кН/см². Диагональный несущий трос и затяжка плоской модели (элементы 2 и 4, обозначенные на рис. 1) приняты диаметром 16.6 мм, с площадью поперечного сечения $A_2 = A_4 = 1.61$ см². Оттяжки верхнего яруса (элементы 5) приняты диаметром 8.1 мм, с площадью поперечного сечения $A_5 = 0.38$ см².

Стойки, а также, шарнирные стержни верхнего яруса (элементы 3, 6 и 7) приняты из стальной трубы 102×4. Соединительный элемент верхнего яруса (элемент 8) принят из стальной трубы 70×4. Верхний пояс принят из прокатного двутавра I40. Материал верхнего пояса, а также, стоек, шарнирных стержней и соединительных элементов – сталь класса С245 с расчетным сопротивлением $R_y = 24$ кН/см² и модулем упругости $E = 2.06 \cdot 10^4$ кН/см².

Предварительное напряжение конструкции создается за счет натяжения затяжки 4, моделирующей кольцевой вантовый элемент. Предполагается, что оттяжки 5 изначально не напряжены. Величины заданных натяжений элементов содержатся в векторе $\vec{\Delta}_t = [-0.15 \ 0.0 \ 0.0]^T$ м, в котором первый элемент соответствует затяжке 4, а оставшиеся элементы – оттяжкам 5, расположенным на левом и правом ребре конструкции, соответственно. Максимальное значение внешней нагрузки на опоре принято $P_0 = 18.0$ кН/м. Предполагается, что данная нагрузка включает снеговое воздействие и собственный вес элементов покрытия. Из условия нормальной эксплуатации конструкции, принят относительный предельный прогиб: $k_{\Delta,II} = 1/200$ (3).

Сравнение усилий и изгибающих моментов, полученных по предложенной расчетной методике, с результатами расчета в специализированном программном комплексе MAV.Structure, приведено в таблице 1.

Таблица 1

Сравнение усилий и изгибающих моментов

№ п.п.	Силовой фактор	Ед. изм.	Предложенная методика	Результаты MAV.Structure	Расхождение, %	№ п.п.	Силовой фактор	Ед. изм.	Предложенная методика	Результаты MAV.Structure	Расхождение, %
Верхний пояс						Верхний пояс					
1.	$N_{AA',A}$	кН	-105,45	-106,41	0,9	17.	M_C	кН×м	-37,32	-37,18	0,4
2.	$Q_{AA',A}$	кН	19,65	19,34	1,6	18.	$N_{CC',C}$	кН	-93,59	-93,97	0,4
3.	M_A	кН×м	0,00	0,00	0,0	19.	$Q_{CC',C}$	кН	15,68	15,40	1,8
4.	$N_{AA',A'}$	кН	-95,91	-96,81	0,9	20.	$N_{CC',C'}$	кН	-91,42	-92,02	0,7
5.	$Q_{AA',A'}$	кН	-5,91	-6,01	1,7	21.	$Q_{CC',C'}$	кН	-9,35	-9,84	5,1
6.	$M_{A'}$	кН×м	11,51	11,49	0,2	22.	M_C	кН×м	-15,27	-15,63	2,3
7.	$N_{A'B,B}$	кН	-87,74	-88,58	1,0	23.	$N_{C'D,D}$	кН	-90,70	-91,05	0,4
8.	$Q_{A'B,B}$	кН	-27,35	-27,66	1,1	24.	$Q_{C'D,D}$	кН	8,01	7,87	1,8
9.	M_B	кН×м	-17,46	-17,52	0,4	Нижний пояс					
10.	$N_{BB',B}$	кН	-102,01	-102,41	0,4	25.	N_2	кН	105,67	106,32	0,6
11.	$Q_{BB',B}$	кН	23,30	22,91	1,7	26.	N_3	кН	-52,62	-52,43	0,4
12.	$N_{BB',B'}$	кН	-91,29	-91,85	0,6	27.	N_4	кН	87,24	87,61	0,4
13.	$Q_{BB',B'}$	кН	-3,25	-3,40	4,5	28.	N_5	кН	0,00	0,00	0,0
14.	$M_{B'}$	кН×м	6,51	6,17	5,4	29.	N_6	кН	-39,81	-39,83	0,1
15.	$N_{B'C,C}$	кН	-84,53	-84,83	0,4	30.	N_7	кН	-38,33	-38,31	0,1
16.	$Q_{B'C,C}$	кН	-23,09	-23,37	1,2	31.	N_8	кН	51,54	51,55	0,1

Примечания: 1. Для нижнего пояса обозначение продольной силы N включает номер элемента по рис. 1,б.
 2. Для изгибающих моментов M в верхнем поясе указаны узлы по рис. 1,б.
 3. Для продольных N и поперечных сил Q в верхнем поясе указаны узлы, а также, участки верхнего пояса, которым принадлежит элемент (рис. 1,б), например: $N_{AA',A}$ – усилие на участке AA' в узле A'

Вертикальные перемещения конькового узла D от предварительного напряжения конструкции, ΔZ_{pr} , найденные по (31) и при помощи

программного комплекса MAV.Structure, составляющие 88 мм и 94 мм, отличаются на 6,8 %. Расхождение вертикальных перемещений узла D от

внешней нагрузки относительно преднапряженного состояния, ΔZ_{id} , составляющих -67 мм (30) и -71 мм (MAV.Structure), не превышает 6 %.

Из приведенного сравнения видно хорошее соответствие результатов предложенной методики статического анализа исследуемой конструкции и результатов, полученных при помощи специализированного программного комплекса MAV.Structure. Основная часть расхождений усилий и изгибающих моментов находится в диапазоне от 1 до 2 % (таблица 1). Наибольшее расхождение, составляющее 5,4 %, объясняется малыми абсолютными значениями сравниваемых величин (6.51 и 6.17 кН×м). Расхождения вертикальных перемещений конькового узла от предварительного напряжения и внешней нагрузки находятся в пределах 7 %.

Выводы

1. Разработана усовершенствованная методика статического расчета комбинированной конструкции шпренгельного типа, включающая аналитические выражения для определения усилий и изгибающих моментов в основных элементах. Предложенные выражения унифицированы для выполнения статического расчета на предварительное напряжение, а также, на действие внешней полезной и единичной нагрузки.

2. Предложена усовершенствованная методика определения матрицы коэффициентов и вектора свободных членов канонической системы метода сил, позволяющая автоматизировать расчет.

3. Разработана методика учета гибких элементов конструкции, способных воспринимать только растягивающие усилия. Методика заключается в последовательном выключении сжатых гибких элементов из расчетной схемы, что позволило применить метод сил для расчета исследуемой конструкции.

4. Результаты работы вносят вклад в развитие комбинированных конструкций шпренгельного типа. Предложенная методика расчета предназначена для реализации в математических программных комплексах общего назначения, позволяющих выполнять поиск оптимальных проектных решений, а также, выявлять закономерности напряженно-деформированного состояния комбинированных конструкций посредством численного моделирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Еремеев П.Г. Металлические комбинированные конструкции покрытий // Вестник НИЦ Строительство. 2019. № 2 (21). С. 30–40.
2. Al-Rousan R. The impact of cable spacing on the behavior of cable-stayed bridges // Magazine

of Civil Engineering. 2019. № 91(7). Pp. 49–59. DOI: 10.18720/MCE.91.5

3. Mushchanov V., Protopopov I., Korsun O., Garifullin M. Definition of the rational geometry of the cable-beam cover over stadium tribunes // Procedia Engineering. 2015. № 117. Pp. 1001–1012. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.209

4. Егоров В.В. Комбинированные системы шпренгельного типа // VII международная научно-практическая интернет-конференция. Инновационные технологии в строительстве и геоэкологии. Сборник научных трудов. 2020. С. 13-16.

5. Башаров Ф.Ф., Низамеев В.Г. Методика оптимизации конструктивных параметров плит покрытия из профнастила, подкрепленного шпренгельной системой // Перспективы науки. 2018. № 7 (106). С. 81–87.

6. Ding M., Shen Y., Wei Y., Luo B., Wang L., Zhang N. Preliminary design and experimental study of a steel-batten ribbed cable dome // Symmetry. 2021. Vol. 13, Iss. 11. Article 2136. DOI: 10.3390/sym13112136

7. Xue S., Wang Z., Li X., Liu R., Lu Z., Jing H., Fan Q., Liu T., Dezhkam M. Model test study on static performance of rib-patterned small rise-span ratio suspend-dome structure // Structures. 2022. Vol. 43. Pp. 1615–1628. DOI: 10.1016/j.istruc.2022.07.070

8. Zhang A., Shangguan G., Zhang Y., Zou M., Wang J. Experimental study on static performance of fully assembled ridge-tube threading cable with annular-struts cable dome // Engineering Structures. 2023. Vol. 288. Article 116194. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.116194

9. Ибрагимов А.М., Гнедина Л.Ю., Долгушева В.В. Проблемы применения и проектирования арочных комбинированных систем // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. 2021. № 2. С. 25–35.

10. Xia Z., Jiang T., Yu T. Innovating arch structures with fiber-reinforced polymer composites: a review // Advances in Structural Engineering. 2023. Vol. 26, issue 13. Pp. 2341–2358. DOI: 10.1177/13694332231180373

11. Ундалов А.М., Клюев С.В., Сабитов Л.С., Клюев А.В. Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния радиально-балочных куполов // Инженерный вестник Дона. 2022. № 12 (96). С. 521–530.

12. Sabitov L., Klyuev S., Undalov A., Mailyan L., Klyuev A., Fediuk R., Kashapov N., Akhtyamova L., Khezhev T., Zagidullin R. Comparison of the results of numerical and experimental studies of the

design of a radial-beam dome with triangular membrane core-shells // Structures. 2023. Vol. 48. Pp. 1118–1127. DOI: 10.1016/j.istruc.2023.01.037

13. Ундалов А.М. Исследование напряженно-деформированного состояния радиально-балочного купола с мембранной кровлей // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 3 (33). С. 70–77.

14. Зиганшин А.Д., Ахтямова Л.Ш., Сабитов Л.С., Радайкин О.В., Киямов И.К. Численное моделирование конструкций сооружений башенного типа в программных комплексах ANSYS и Лира-Сапр // Научно-технический вестник Поволжья. 2021. № 2. С. 65–67.

15. Arellano H., Gomez R., Tolentino D. Parametric analysis of multi-span cable-stayed bridges under alternate loads // The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. 2019. № 14(4). Pp. 543–567. DOI: 10.7250/bjrbe.2019-14.457

16. Coarita E., Flores L. Nonlinear analysis of structures cable – truss // International Journal of Engineering and Technology. 2015. № 7(3). Pp. 160–169. DOI: 10.7763/IJET.2015.V7.786

17. Xue Y., Luo Y., Wang Y., Xu X., Wan H.P., Shen Y., Fu W. A new configuration of Geiger-type cable domes with sliding ridge cables: Computational framework and structural feasibility investigation // Engineering Structures. 2023. Vol. 286. Article 116028. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.116028

18. Wagner R. Bauen mit seilen und membranen. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2016. 517 p.

19. Лапшин А.А., Ундалов А.М. Инженерная методика расчета конического радиально-балочного купола с мембранной кровлей // Приволжский научный журнал. 2016. № 3 (39). С. 9–16.

20. Ключев С.В., Ундалов А.М., Сабитов Л.С., Ключев А.В. Исследование напряженно-деформированного состояния элементов купола с мембранной кровлей // Научные труды КубГТУ. 2022. № 6. С. 1–8.

21. Guo J., Zhao Y., Mangalathu S., Liu G., Zhou G., Chen W. Control equation of feasible prestresses and feasibility of new types of rotating surface cable domes // Engineering Structures. 2021.

Vol. 246. Article 113000. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113000

22. Городецкий А.С., Городецкий А.В., Пиккуль А.В. Конструктивная нелинейность. Односторонние связи. Проблемы реализации // International journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2016. Т. 12, вып. 3. С. 35–39. DOI: 10.22337/1524-5845-2016-12-3-35-39

23. Аверин А.Н., Пузаков А.Ю. Расчет систем с односторонними связями // Строительная механика и конструкции. 2015. №10. С. 15–32.

24. Игнатьев А.В., Бочков М.И. Алгоритм расчета систем с односторонними связями с заменой реакций опор на силовые неизвестные // Инженерный вестник Дона. 2019. № 5 (56). 7 с.

25. Игнатьев А.В., Игнатьев В.А., Бочков М.И. Применение метода конечных элементов в форме классического смешанного метода к расчету систем с односторонними связями // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. №2 (271). С. 52–61.

26. Игнатьев А.В., Бочков М.И., Курочкина И.В. Сравнительный анализ эффективности некоторых алгоритмов расчета систем с односторонними связями // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2019. № 11 (731). С. 87–98.

27. Кичеев В.Е. Рациональный способ решения канонических уравнений метода сил // Качество и жизнь. 2019. № 2 (22). С. 113–117.

28. Кичеев В.Е. Малозатратный способ решения канонических уравнений методом сил большой размерности // Качество и жизнь. 2020. № 3 (27). С. 33–38.

29. Krishnan S. Structural design and behavior of prestressed cable domes // Engineering Structures. 2020. Vol. 209. Article 110294. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.110294

30. MAV.Structure. Расчет конструкций методом конечных элементов. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.bridgeart.ru/cad/59-cad/519-mavstructure.html> (дата обращения: 06.05.2024)

31. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. М.: Высшая школа. 1986. 608 с.

Информация об авторах

Чесноков Андрей Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительного производства. E-mail: andreychess742@mail.ru. Липецкий государственный технический университет. Россия, 398055, г. Липецк, ул. Московская, д. 30.

Михайлов Виталий Витальевич, доктор технических наук, профессор кафедры строительного производства. E-mail: mmvv46@rambler.ru. Липецкий государственный технический университет. Россия, 398055, г. Липецк, ул. Московская, д. 30.

Поступила 13.04.2024 г.

© Чесноков А.В., Михайлов В.В., 2024

***Chesnokov A.V., Mikhailov V.V.**
 Lipetsk State Technical University
 *E-mail: andreychess742@mail.ru

TECHNIQUE FOR ANALYSIS OF HYBRID ROOF STRUCTURE OF THE STRUTTED TYPE

Abstract. Hybrid building structures have advantages in terms of efficiency of using high-strength materials and reducing deformations under load. To expand the scope of their practical application, it is necessary to improve techniques for structural analysis and design methods. The object of the present research is a hybrid structure of the strutted-type. The top chord of the structure is formed by rectilinear beams arranged in radial direction and pivotally connected in the ridge joint. The bottom chord consists of high-strength cable elements and hinge struts. For the static analysis of the structure, its flat model is adopted. The static indeterminacy is solved by means of the method of redundant reactions. The applicability of the method is justified by restriction of structural deformations implied by the serviceability limit state. Analytical expressions are proposed to determine the forces and bending moments in the main structural elements. The resulting expressions are unified to perform the structural analysis under pre-stress and external loads by means of supplementary parameters introduced. An improved technique for finding the matrix of coefficients and the vector of free terms of the canonical system of the method of redundant reactions is proposed. The technique allows automating the calculation. A method for taking into account flexible cable elements is developed. The method includes step-by-step eliminating of compressed cables from the design scheme. The results of the work contribute to the development of hybrid strutted-type structures and can be used for developing optimal design solutions, as well as to identify patterns of stress-strain state of the hybrid structures by means of the numerical simulation.

Keywords: hybrid building structure, strutted system, method of redundant reactions, flexible cable, pre-stress.

REFERENCES

1. Eremeev P.G. Metal hybrid structures of roofs [Metallicheskie kombinirovannye konstruksii pokrytiy]. Bulletin of Science and Research Center of Construction. 2019. No. 2 (21). Pp. 30–40. (rus)
2. Al-Rousan R. The impact of cable spacing on the behavior of cable-stayed bridges. Magazine of Civil Engineering. 2019. No. 91(7). Pp. 49–59. DOI: 10.18720/MCE.91.5
3. Mushchanov V., Protopopov I., Korsun O., Garifullin M. Definition of the rational geometry of the cable-beam cover over stadium tribunes. Procedia Engineering. 2015. No. 117. Pp. 1001–1012. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.209
4. Egorov V.V. Combined systems of the strutted type [Kombinirovannye sistemy shprengel'nogo tipa]. VII mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya internet-konferentsiya. Innovatsionnye tekhnologii v stroitel'stve i geoekologii. Sbornik nauchnykh trudov. 2020. Pp. 13–16. (rus)
5. Basharov F.F., Nizameev V.G. Methodology for optimizing the design parameters of profiled roof slabs reinforced with a spangle system [Metodika optimizatsii konstruktivnykh parametrov plit pokrytiya iz profnastila, podkreplennogo shprengel'noy sistemoy]. Perspektivy nauki. 2018. No. 7 (106). Pp. 81–87. (rus)
6. Ding M., Shen Y., Wei Y., Luo B., Wang L., Zhang N. Preliminary design and experimental study of a steel-batten ribbed cable dome. Symmetry. 2021. Vol. 13, issue 11. Article 2136. DOI: 10.3390/sym13112136
7. Xue S., Wang Z., Li X., Liu R., Lu Z., Jing H., Fan Q., Liu T., Dezhkam M. Model test study on static performance of rib-patterned small rise-span ratio suspend-dome structure. Structures. 2022. Vol. 43. Pp. 1615–1628. DOI: 10.1016/j.istruc.2022.07.070
8. Zhang A., Shangguan G., Zhang Y., Zou M., Wang J. Experimental study on static performance of fully assembled ridge-tube threading cable with annular-struts cable dome. Engineering Structures. 2023. Vol. 288. Article 116194. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.116194
9. Ibragimov A.M., Gnedina L.Yu., Dolgusheva V.V. Problems of application and design of arched combined systems [Problemy primeneniya i proektirovaniya arochnykh kombinirovannykh sistem]. Vestnik of Volga state university of technology. Series: Materials. Constructions. Technologies. 2021. No. 2. Pp. 25–35. (rus)
10. Xia Z., Jiang T., Yu T. Innovating arch structures with fiber-reinforced polymer composites: a review. Advances in Structural Engineering. 2023. Vol. 26, Iss. 13. Pp. 2341–2358. DOI: 10.1177/13694332231180373
11. Undalov A.M., Klyuev S.V., Sabitov L.S., Klyuev A.V. Experimental study of the stress-strain state of radial beam domes [Eksperimental'noe issle-

dovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya radial'no-balochnykh kupolov]. Engineering journal of Don. 2022. No. 12 (96). Pp. 521–530. (rus)

12. Sabitov L., Klyuev S., Undalov A., Mailyan L., Klyuev A., Fediuk R., Kashapov N., Akhtyamova L., Khezhev T., Zagidullin R. Comparison of the results of numerical and experimental studies of the design of a radial-beam dome with triangular membrane core-shells. Structures. 2023. Vol. 48. Pp. 1118–1127. DOI: 10.1016/j.istruc.2023.01.037

13. Undalov A.M. Investigation of the stress-strain state of a radial-beam dome with a membrane roof [Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya radial'no-balochnogo kupola s membrannoy krovley]. News KSUAE. 2015. No. 3 (33). Pp. 70–77. (rus)

14. Ziganshin A.D., Akhtyamova L.Sh., Sabitov L.S., Radaykin O.V., Kiyamov I.K. Numerical modeling of tower-type structures in ANSYS and Lira-Cad software complexes [Chislennoe modelirovanie konstruksiy sooruzheniy bashennogo tipa v programmnykh kompleksakh ANSYS i Lira-Sapr]. Scientific and technical Volga region bulletin. 2021. No. 2. Pp. 65–67. (rus)

15. Arellano H., Gomez R., Tolentino D. Parametric analysis of multi-span cable-stayed bridges under alternate loads. The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. 2019. No. 14(4). Pp. 543–567. DOI: 10.7250/bjrbe.2019-14.457

16. Coarita E., Flores L. Nonlinear analysis of structures cable – truss. International Journal of Engineering and Technology. 2015. No. 7(3). Pp. 160–169. DOI: 10.7763/IJET.2015.V7.786

17. Xue Y., Luo Y., Wang Y., Xu X., Wan H.P., Shen Y., Fu W. A new configuration of Geiger-type cable domes with sliding ridge cables: Computational framework and structural feasibility investigation. Engineering Structures. 2023. Vol. 286. Article 116028. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.116028

18. Wagner R. Bauen mit seilen und membranen. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2016. 517 p.

19. Lapshin A.A., Undalov A.M. Engineering methodology for calculating a conical radial-beam dome with a membrane roof [Inzhenernaya metodika rascheta konicheskogo radial'no-balochnogo kupola s membrannoy krovley]. Privolzhsky scientific journal. 2016. No. 3 (39). Pp. 9–16. (rus)

20. Klyuev S.V., Undalov A.M., Sabitov L.S., Klyuev A.V. Investigation of the stress-strain state of dome elements with a membrane roof [Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya elementov kupola s membrannoy krovley]. Scientific Works of the Kuban State Technological University. 2022. No. 6. Pp. 1–8. (rus)

21. Guo J., Zhao Y., Mangalathu S., Liu G., Zhou G., Chen W. Control equation of feasible pre-

stresses and feasibility of new types of rotating surface cable domes. Engineering Structures. 2021. Vol. 246. Article 113000. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.113000

22. Gorodetskiy A.S., Gorodetskiy A.V., Pikul' A.V. Constructive nonlinearity. One-way connections. Implementation problems [Konstruktivnaya nelineynost'. Odnostoronnie svyazi. Problemy realizatsii]. International journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2016. Vol. 12, issue. 3. Pp. 35–39. (rus) DOI: 10.22337/1524-5845-2016-12-3-35-39

23. Averin A.N., Puzakov A.Yu. Calculation of systems with one-way connections [Raschet sistem s odnostoronnimi svyazyami]. Construction mechanics and constructions. 2015. No. 10. Pp. 15–32. (rus)

24. Ignat'ev A.V., Bochkov M.I. Algorithm for calculating systems with one-way connections with replacement of support reactions by force unknowns [Algoritm rascheta sistem s odnostoronnimi svyazyami s zamenoy reaktsiy opor na silovye neizvestnyye]. Engineering journal of Don. 2019. No. 5 (56). 7 p. (rus)

25. Ignat'ev A.V., Ignat'ev V.A., Bochkov M.I. Application of the finite element method in the form of a classical mixed method to the calculation of systems with one-way connections [Primenenie metoda konechnykh elementov v forme klassicheskogo smeshannogo metoda k raschetu sistem s odnostoronnimi svyazyami]. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 2017. No. 2 (271). Pp. 52–61. (rus)

26. Ignat'ev A.V., Bochkov M.I., Kurochkina I.V. Comparative analysis of the effectiveness of some algorithms for calculating systems with one-way connections [Srvnitel'nyy analiz effektivnosti nekotorykh algoritmov rascheta sistem s odnostoronnimi svyazyami]. News of higher educational institutions. Construction. 2019. No. 11 (731). Pp. 87–98. (rus)

27. Kicheev V.E. A rational way to solve canonical equations of the method of forces [Ratsional'nyy sposob resheniya kanonicheskikh uravneniy metoda sil]. Quality and life. 2019. No. 2 (22). Pp. 113–117. (rus)

28. Kicheev V.E. A low-cost method for solving canonical equations by the method of large-dimensional forces [Malozatratnyy sposob resheniya kanonicheskikh uravneniy metodom sil bol'shoy razmernosti]. Quality and life. 2020. No. 3 (27). Pp. 33–38. (rus)

29. Krishnan S. Structural design and behavior of prestressed cable domes. Engineering Structures. 2020. Vol. 209. Article 110294. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.110294

30. MAV. Structure. Calculation of structures by the finite element method [Raschet konstruksiy

metodom konechnykh elementov]. [Electronic resource]. URL: <http://www.bridgeart.ru/cad/59-cad/519-mavstructure.html> (date of treatment: 06.05.2024)

31. Darkov A.V., Shaposhnikov N.N. Structural mechanics [Stroitel'naya mekhanika]. Moscow: Vysshaya shkola. 1986. 608 p. (rus)

Information about the authors

Chesnokov, Andrei V. PhD, Assistant professor. E-mail: andreychess742@mail.ru. Lipetsk State Technical University. Russia, 398055, Lipetsk, st. Moskovskaya, 30

Mikhailov, Vitalii V. DSc, Professor. E-mail: mmvv46@rambler.ru. Lipetsk State Technical University. Russia, 398055, Lipetsk, st. Moskovskaya, 30

Received 13.04.2024

Для цитирования:

Чесноков А.В., Михайлов В.В. Методика расчета комбинированной конструкции покрытия шпренгельного типа // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2024. №9. С. 60–71. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-9-60-71

For citation:

Chesnokov A.V., Mikhailov V.V. Technique for analysis of hybrid roof structure of the strutted type. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2024. No. 9. Pp. 60–71. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-9-60-71