

DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-10-35-41

Юрьев А.Г., \*Панченко Л.А.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

\*E-mail: Panchenko.bstu@mail.ru

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ НАЧАЛО В ТЕОРИИ СИНТЕЗА КОНСТРУКЦИЙ

**Аннотация.** В основе теории синтеза конструкций лежит принцип стационарного действия. Фундаментальное начало проекта конструкции составляет вариационный принцип синтеза с энергетическим содержанием. Изменение величин энергии внешних сил и потенциальной энергии деформации зависит не только от изменений перемещений и внутренних сил, что отражают принципы Лагранжа и Кастильяно, но и от вариантов конфигурации тела и модулей материалов. Влияние этих факторов на потенциальную энергию деформации обсуждается на примере растянутого стержня и стержневой системы. Дано обобщение теоремы Васютинского на случай системы с растянутыми и сжатými стержнями, что позволяет сделать переход от минимизации функционала потенциальной энергии деформации к минимизации объема материала. За рамками этой теоремы минимизация объема возможна лишь при наличии энергетического начала в дополнительном условии, что показывает двойственная постановка задачи на условный экстремум с интегральными связями. Это положение иллюстрируется на примере формирования двутаврового сечения консоли, нагруженной на конце моментом. При задании условия в виде относительного прогиба конца консоли двойственная постановка задачи имеет место. Она неприемлема в случае задания допустимого напряжения, исключаящего энергетическое содержание дополнительного условия.

**Ключевые слова:** стержневая система, синтез конструкций, вариационные принципы, минимум объема материала.

«К 100-летию идеи синтеза несущих конструкций»

**Введение.** Одной из главных проблем, стоящих перед строительной механикой, является осуществление проектирования конструкций на строго научной основе, что выражается в активном влиянии инженера на проект сооружения, подчинении создаваемой конструкции определенным требованиям. Эта проблема согласуется с основной задачей строительной механики, заключающейся в установлении зависимостей между параметрами композиции, силовыми и кинематическими характеристиками конструкции и фактором, явившимся причиной ее деформирования.

«Синтез конструкций» – термин, внесенный в механику деформируемого твердого тела членом-корреспондентом АН СССР И.М. Рабиновичем в 1924 году в работе «К теории вантовых ферм». При этом был отмечен односторонний характер науки в том отношении, что она ведет только анализ функционирования конструкций и не занимается их созданием. Потребовалось полвека, чтобы эта идея стала воплощаться в жизнь.

Характерной чертой большинства прикладных методов проектирования несущих конструкций является некий отход от общезначимых принципов. В задачах оптимального проектирования назначается целевая функция переменных параметров проекта. Принимаемый субъективный критерий оптимальности в виде экстремума

целевой функции традиционно имеет экономическую базу (например, минимум массы, стоимости). При таком подходе, как правило, не достигается глобальный экстремум функции. Экстремальная форма, основанная на базе отражения физических процессов, в данном случае получает непредвиденную самостоятельность и отклоняется от истинного воплощения [1–5].

В то же время стремление к отражению реальности вызывает поиск общих принципов, которые могут быть основой всех используемых в физике, в частности, в механике, закономерностей [6–10]. Универсальный метод достижения такого рода закономерностей основан на вариационном подходе [11–15].

**Методика.** Общефизическим принципом является принцип стационарного действия (по Гамильтону). Действие, представляющее собой интеграл по времени, содержит установленную на основе экспериментов функцию Лагранжа, имеющую энергетический смысл.

Рассмотрим случай, когда к телу поступает лишь механическая энергия ( $dT$ ), кинетическая энергия не учитывается, а потенциальная энергия возникает только за счет деформации ( $dU$ ). Уравнение закона сохранения энергии принимает вид:

$$dU - dT = 0. \quad (1)$$

При вариационном подходе ему соответствует уравнение:

$$\delta U - \delta T = \delta J. \quad (2)$$

При  $\delta J = 0$ , то есть, когда возможные приращения параметров (знак  $\delta$ ) совпадают с действительными (знак  $d$ ), соблюдается закон сохранения энергии.

Из вариационных принципов, связанных с основным пространством состояний (напряжения, деформации, перемещения), наиболее известными являются принципы Лагранжа и Кастильяно, различающиеся дополнительными условиями, в общее число которых входят уравнения равновесия, совместности деформаций, статические и кинематические граничные условия, физический закон.

Функционал принципа Кастильяно называется дополнительной энергией системы. При использовании в дальнейшем линейно-упругом физическом законе она равна потенциальной энергии деформации.

Изменения величин  $U$  и  $T$  зависят не только от изменений перемещений и внутренних сил, как предусматривают принципы Лагранжа и Кастильяно, но и от вариантов конфигурации тела и модулей материала.

Конструкция обозначается конфигурацией и материалом. Конфигурацию конкретизируют топология, геометрия и параметры элементов. Топология предусматривает взаимосвязь элементов для геометрически неизменяемой структуры. Затем определяется геометрия системы. Наконец, находятся размеры поперечных сечений стержней, толщины пластинок, оболочек и т. д.

Параллельно идет формирование материальной структуры путем определения модулей, коэффициентов анизотропии и других характеристик однородного материала или характеристик композитов. Ориентиром могут служить природные конструкции соответствующего типа.

Организмы, закрепляясь в естественной среде, используют информацию об окружающем пространстве в двух направлениях – в отношении нагрузок и наличия материальных источников. В живой природе материал в то же время и конструкция, так как он изначально конструктивно организован. Эту направленность рационально использовать и при создании технических систем.

Возвращаясь к композитам, следует отметить широкий диапазон их формирования. Этому посвящены отдельные исследования. Следует обратить внимание на так называемые армированные конструкции, когда матрица из хрупкого материала усиливается элементами, в достаточной мере противостоящими растяжению. Армирование может носить дискретный характер, когда используются, например, стержни, или дисперсный характер, когда элементы в виде волокон рассеиваются по объему матрицы [16].

**Основная часть.** Рассмотрим растяжение стержня с длинами участков  $l_1, l_2, l_3$  и площадями поперечных сечений  $A_1, A_2, A_3$  силами  $F$  (рис. 1).

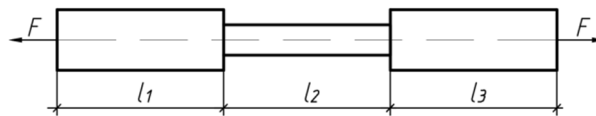


Рис. 1. Растянутый стержень

Потенциальная энергия деформации выражается формулой:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{N^2 l_i}{2EA_i}, \quad (3)$$

где  $N$  – продольная сила ( $N = F$ );  $E$  – модуль продольной упругости;  $n$  – количество участков с длинами  $l_i$  и площадями поперечных сечений  $A_i$ .

Варьирование площадей  $A_i$  ведем в замкнутом пространстве, определяемом объемом:

$$V = \sum_{i=1}^n A_i l_i. \quad (4)$$

При вариационной постановке задачи к функционалу Кастильяно присоединяется дополнительное условие (4):

$$J_1 = \sum_{i=1}^n \frac{N^2 l_i}{2EA_i} + \mu \sum_{i=1}^n A_i l_i, \quad (5)$$

где  $\mu$  – множитель Лагранжа, имеющий постоянную величину в рассматриваемой далее изопериметрической задаче.

Из условий стационарности:  $\partial J_1 / \partial A_i = 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) с учетом, что  $N_i / A_i = \sigma_i$  есть нормальное напряжение, следует:

$$\frac{\sigma_i^2}{2E} = \mu (= \text{const}), \quad (6)$$

или  $\sigma_i = \text{const}$ , то есть стержень имеет постоянное сечение.

Это подтверждает теорема Васютинского [17]: для линейно-упругого тела равенство напряжений идентично минимуму потенциальной энергии деформации. В данном случае она пропорциональна объему тела, минимум которого можно считать критерием оптимальности.

Принцип стационарного действия в организме прослеживается на клеточном уровне. Образование клетки – совмещение синхронных процессов: дифференциации (измельчения) и интеграции (слияния). Природа реализует ограниченное число форм, но она оптимально их сочетает. Чем мельче элемент, тем выше его вариационная сущность.

В 1970 г. канадский ученый П. Кенхэм произвел анализ совокупности виртуальных форм эритроцитов. Было установлено, что минимуму

потенциальной энергии деформации ( $U$ ) соответствует двояковогнутый диск. Как раз эту форму и имеет эритроцит в статическом состоянии.

Возвратясь к стержню на рисунке 1 с площадью сечения  $A$  и модулями  $E_1, E_2, E_3$ , определим замкнутое пространство условием:

$$EV = \sum_{i=1}^n E_i A l_i. \quad (7)$$

Функционал Кастильяно принимает вид:

$$J_2 = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 l_i}{2 E_i A} + \mu \sum_{i=1}^n E_i A l_i. \quad (8)$$

Из условий стационарности:  $\delta J_2 / \delta E_i = 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) следует:

$$\frac{N_i^2 l_i}{2 E_i^2 A} + \mu A l_i = 0, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (9)$$

или

$$\frac{\sigma^2}{2 E_i^2} = \mu (= \text{const}). \quad (10)$$

Поскольку  $\sigma = N/A = \text{const}$ , имеем  $E_i = \text{const}$ , то есть действительным является вариант стержня из однородного материала. Этот результат также находится в рамках теоремы Васютинского.

Изложенную вариационную постановку проектной задачи можно использовать для стержневой системы, которая представляется как виртуальная система с внутренними силами  $N_i / \varphi_i$ , где  $\varphi_i$  – коэффициент устойчивости.

Рассмотрим изопериметрическую задачу с варьируемыми площадями поперечных сечений стержней  $A_i$  при условии (4), где теперь  $l_i$  – длина стержня, число которых  $n$ .

В данном случае функционал Кастильяно имеет вид:

$$J_3 = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 l_i}{2 E \varphi_i^2 A_i} + \mu \sum_{i=1}^n A_i l_i. \quad (11)$$

Следствия стационарности функционала  $J_3$ : уравнение (4) и уравнения из условий  $\delta J_3 / \delta A_i = 0$ , то есть

$$-\frac{N_i^2}{2 E \varphi_i^2 A_i^2} + \mu = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (12)$$

Так как  $N_i / (\varphi_i A_i)$  представляет собой квазинатяжение  $\bar{\sigma}_i$ , то уравнение (12) принимает вид:

$$\frac{\bar{\sigma}_i^2}{2 E} = \mu (= \text{const}), \quad (13)$$

свидетельствующий о квазиравнонапряженности однородной стержневой системы, то есть со своим напряжением в каждой группе (растянутых, сжатых) стержней.

Приняв расчетное сопротивление материала  $R$ , получаем

$$A_i = \frac{N_i}{\varphi_i R}. \quad (14)$$

Переходим к свободной вариационной задаче с функционалом

$$U = \frac{R}{2E} \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{\varphi_i}, \quad (15)$$

который можно использовать при оптимизации структуры стержневой растянуто-сжатой системы. Введем в формулу (15) на основании зависимости (14) вместо величины  $N_i / \varphi_i$  величину  $RA_i$ :

$$U = \frac{R^2 V}{2E}. \quad (16)$$

Минимум энергии  $U$  сопряжен с минимумом объема материала  $V$  (обобщение теоремы Васютинского).

Обобщенная теорема Васютинского позволяет сделать переход от минимизации функционала, основанного на потенциальной энергии деформации, к минимизации функционала, в основу которого положен объем материала, при соблюдении устойчивости равновесия.

Однако, положенная в основу теоремы равнонапряженность не всегда достижима [18, 19]. В первую очередь это касается элементов, испытывающих изгиб и кручение.

Помимо этого, абсолютный (глобальный) минимум объема достижим лишь при присутствии энергетического признака в дополнительном условии, что следует из двойственности вариационных задач с интегральными связями [20].

Изопериметрическая задача определения конфигурации системы выявляет такое распределение материала объемом  $V_0$ , при котором достигается абсолютный минимум потенциальной энергии при вариации векторов функций перемещений  $\vec{q}$  и конфигурации  $\vec{\Psi}_c$ . Функционал представляется в виде:

$$\tilde{J} = J(\vec{q}, \vec{\Psi}_c) + \mu_1 [V(\vec{\Psi}_c) - V_0]. \quad (17)$$

Но можно исходить из величины потенциальной энергии  $J_0$ , чтобы представить конфигурацию из условия стационарности функционала объема  $V(\vec{\Psi}_c)$ , записанного в виде:

$$\tilde{V} = V(\vec{\Psi}_c) + \mu_2 [J(\vec{q}, \vec{\Psi}_c) - J_0]. \quad (18)$$

Двойственной постановке задачи соответствует равенство:  $\mu_2 = 1/\mu_1$ , которое видоизменяет формулу (18):

$$\tilde{V} = \mu_2 [J(\vec{q}, \vec{\Psi}_c) - J_0 + \mu_1 V(\vec{\Psi}_c)]. \quad (19)$$

Решения задач с функционалами (17) и (19) совпадают с точностью до постоянного множителя  $\mu$ .

Первостепенность энергетического начала продемонстрируем на двух примерах [20]. Они относятся к консоли длиной  $l=2$  м, нагруженной на конце моментом  $M$  равным 50 кН·м. Сечение имеет форму двутавра с заданными толщиной стенки 2,2 см и высотой полки 1 см. Модуль упругости равен  $2 \cdot 10^5$  МПа. Подлежат определению высота сечения и ширина полки.

В первом примере задан относительный прогиб конца консоли 0,006, являющийся производной функцией от энергии. Сначала на основании заданного условия определена площадь поперечного сечения. Затем решена изопериметрическая задача при заданной площади сечения с использованием функционала Кастильяно. Двойственная постановка задачи обеспечила совпадение решений: 29,32 см и 1,07 см соответственно.

Во втором примере задано допустимое напряжение 160 МПа, не имеющее энергетического смысла. После аналогичной процедуры получены несовпадающие решения: 22,6 см и 29,13 см для высоты сечения, 8,26 и 1,08 см для ширины полки.

При расчете конструкций обычно имеют место противоречивые установки: переход от строгой теории к численным методам, упрощение диаграммы материала и др., что требует обоснованных упрощений. Это находит отражение в так называемой расчетной схеме конструкции – упрощенной схеме, отражающей ее основные данные.

Модель структурного синтеза приемлет эти установки и дополняет их специфическими параметрами и функциями, а также информацией о вариации внешних связей. Упрощениями является квазистатический характер внешних сил и однократное нагружение.

В ряде случаев оправдывают себя дискретные модели тел. Континуальной системе отвечает модель, включающая дискретные параметры. Это сочетается с методами математической дискретизации.

**Выводы.** Синтез конструкций преследует установление конфигурации (топологии, геометрии, параметров элементов) и подбор материалов. Немаловажную роль играет выбор объективного критерия рационального проектирования, который должен иметь энергетическое начало. Вариационная постановка задачи синтеза несущих конструкций позволила произвести обобщение теоремы Васютинского на линейно-упругие системы с растянутыми и сжатыми стержнями, что несколько расширяет область использования привычного критерия минимума объема материала. Однако обозначенная в теореме равнонапряженность недостижима для элементов, испыты-

вающих изгиб и кручение. Приемлемость критерия минимума объема устанавливается на основе возможности двойственной реализации задачи на условный экстремум с интегральными связями. В других случаях неизбежно непосредственное использование вариационных принципов синтеза конструкций.

Теоретически оптимальная конструкция не отражает утилитарные факторы: методы производства работ, сроки производства и другие обстоятельства, которые не поддаются учету в виде дополнительных условий. При реализации проекта это можно корректировать посредством внесения изменений в конфигурацию или состав материалов. Но даже тогда, когда из-за сложностей технологического характера реализация проекта ограничивается, само представление оптимальной конструкции имеет важное значение, поскольку создает возможность оценить качество существующих конструкций такого рода. Могут быть случаи, когда используемые на практике конструкции оказываются близкими к оптимальным и их совершенствование не оправдывается по экономическим соображениям.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тамразян А.Г., Алексейцев А.В. Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений // Вестник МГСУ. 2020. Том 15. Вып.1. С. 12–30. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30.
2. Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р. Комплексный подход к топологической оптимизации судовых конструкций // Труды Крыловского гос. науч. центра. 2020. №1. С. 95–108. DOI: 10.24937/2542-2324-2020-1-391-95-108.
3. Мищенко А.В. Оптимизация структурно-неоднородных стержневых конструкций на основе энергетического критерия // Известия вузов. Строительство. 2021. №6. С. 20–32. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32.
4. Юрьев А.Г., Панченко Л.А., Зинькова В.А. Структурный синтез стержневых систем // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2022. №10. С. 34–40. DOI: 10.34031/2071-7318-2022-7-10-34-40.
5. Cardoso E.L., Fonseca J.S.O. Complexity control in the topology optimization of continuum structures // J. of the Bras. Soc. of Mech. Sci & Eng. 2003. Vol. 25. №3. Pp. 293–301.
6. Majid K.I. Optimum design of structures. London: Newnes-Butterworths, 1979. 238 p.
7. Ширалиев С.Д., Боинская А.А., Мищенко А.В. Исследование критериев рациональности многопролетных балок // Жилищное хозяйство и коммунальная инфраструктура. 2020. №1. С. 9–14.

8. Сысоева В.В., Чедрик В.В. Алгоритмы оптимизации топологии силовых конструкций // Ученые записки ЦАГИ, 2011. Т.42. Вып.2. С. 1–12.
9. Bendsøe M.P., Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method // Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 1988. No. 71 (2). Pp. 197–224.
10. Diaz A.R., Kikuchi N. Solutions to shape and topology eigenvalue optimization using a homogenization method // Int. J. Numer. Methods Eng. 1992. No. 35. Pp. 1487–1502.
11. Bendsøe M.P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods, and applications. Berlin: Springer, 2003. 376 p.
12. Bendsøe M.P. Optimal shape design as a material distribution problem // Structural Optimization. 1989. No. 1. Pp. 193–202.
13. Rozvany G.I.N. Structural design via optimality criteria. Dordrecht: Kluwer, 1989. 463 p.
14. Rozvany G.I.N., Zhou N., Sigmund O. Topology optimization in structural design // Advances in design optimization. London: Adeli, 1994. Pp. 240–299.
15. Yang R.J., Chahande A.I. Automotive applications of topologie optimization // Structural Optimization. 1995. No. 9. Pp. 245–249.
16. Панченко Л.А. Расчет фибробетонных конструкций с учетом физической нелинейности // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2022. №1. С. 44–50. DOI: 10.34031/2071-7318-2021-7-1-44-50.
17. Wasiutynski Z. On the congruency of the forming according to the minimum potential energy with that according to the equal strength // Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences. Serie des Sciences Techniques. 1960. Vol. 8. No. 6. Pp. 259–268.
18. Мищенко А.В. Расчетная модель нелинейного динамического деформирования составных многофазных стержней // Вестник МГСУ. 2014. №5. С. 35–43.
19. Мищенко А.В. Нелинейное термоупругое деформирование многофазных стержней // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. №4. С. 42–51.
20. Юрьев А.Г. Вариационные принципы строительной механики. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2002. 90 с.

#### Информация об авторах

**Юрьев Александр Гаврилович**, доктор технических наук, профессор. E-mail: yuriev\_ag@mail.ru. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д.46.

**Панченко Лариса Александровна**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов. E-mail: panchenko.bstu@mail.ru. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д.46.

Поступила 15.06.2023 г.

© Юрьев А.Г., Панченко Л.А., 2023

**Yuriev A.G., \*Panchenko L.A.**

*Belgorod State Technological University named after V.G.Shukhov*

*\*E-mail: Panchenko.bstu@mail.ru*

## ENERGY BEGINNING IN THE THEORY OF STRUCTURE SYNTHESIS

**Abstract.** *The theory of construction synthesis is based on the principle of stationary action. The fundamental beginning of the design of structure is the variational principle of structural synthesis with energy content. The increment in the energy of external forces and the potential energy of deformation depends not only on the increments of displacements and internal forces, as provided by the principles of Lagrange and Castigliano, but also on the changes of configuration body and materials modules. The influence of these factors on the potential strain energy is discussed on the example of a tensioned rod and a rod system. A generalization of Vasyutinskii's theorem to the case of a system with stretched and compressed rods is given, which makes it possible to make a transition from minimizing the potential strain energy functional to minimizing the volume of material. Outside of this theorem, volume minimization is possible only when the energy principle is introduced into an additional condition, as evidenced by the dual substitution of the problem for a conditional extremum with integral connections. This situation is illustrated by the example of the formation of an I-section of a console loaded at the end with a moment. When the condition is set in the form of a relative deflection of the end of the console, the dual substitution of the problem takes place. It is unacceptable in the case of setting the admissible stress, excluding the energy content of the additional condition.*

**Keywords:** *Rod system, structural synthesis, variational principles, minimum of material volume.*

## REFERENCES

1. Tamrazjan A.G., Alexejtsev A.V. Modern methods of constructive decisions optimization for supporting systems of buildings and structures [Sovremennye metody optimizacii konstruktivnyh reshenij dlya nesushchih sistem zdaniy i sooruzhenij]. Bulletin of MGSU. 2020. Vol. 15. No. 1. Pp. 12–30. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30. (rus)
2. Kryzhevich G.B., Filatov A.P. Complex approach to topology optimization of vessel constructions [Kompleksnyj podhod k topologicheskoj optimizacii sudovyh konstrukcij]. Proceedings of the Krylov's State Scientific Center. 2020. No. 1. Pp. 95–108. DOI: 10.24937/2542-2324-2020-1-391-95-108. (rus)
3. Mishchenko A.V. Optimization of structural inhomogeneous pivotal systems on the basis of energetic criterion [Optimizaciya strukturno-neodnorodnyh sterzhnevnyh konstrukcij na osnove energeticheskogo kriteriya]. News of institutions of higher education. Building. 2021. No. 6. Pp. 20–32. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-750-6-20-32. (rus)
4. Yuriev A.G., Panchenko L.A., Zinkova V.A. Construction synthesis of pivotal systems [Stukturnyj sintez stergnevnyh sistem]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2022. No.10. Pp. 34–40. (rus)
5. Cardoso E.L., Fonseca J.S.O. Complexity control in the topology optimization of continuum structures. J. of the Bras. Soc. of Mech. Sci & Eng. 2003. Vol. 25. No. 3. Pp. 293–301.
6. Majid K.I. Optimum design of structures. London: Newnes-Butterworths, 1979. 238 p.
7. Shiraliev S.D., Boinskaya A.A., Mishchenko A.V. Research of rationality criterions of multi-span beams [Issledovanie kriteriev racional'nosti mnogoproletnyh balok]. Housing Economy and Municipal Infrastructure. 2020. No. 1. Pp. 9–14. (rus)
8. Sysoeva V.V., Chedrik V.V. Algorithms for optimizing the topology of power structures [Algoritmy optimizacii topologii silovyh konstrukcij]. Scientific Notes of CAGI, 2011. Vol. 42. No. 2. Pp. 1–12. (rus)
9. Bendsøe M.P., Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 1988. No. 71 (2). Pp. 197–224.
10. Diaz A.R., Kikuchi N. Solutions to shape and topology eigenvalue optimization using a homogenization method. Int. J. Numer. Methods Eng. 1992. No. 35. Pp. 1487–1502.
11. Bendsøe M.P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods, and applications. Berlin: Springer, 2003. 376 p.
12. Bendsøe M.P. Optimal shape design as a material distribution problem. Structural Optimization. 1989. No 1. Pp. 193–202.
13. Rozvany G.I.N. Structural design via optimality criteria. Dordrecht: Kluwer, 1989. 463 p.
14. Rozvany G.I.N., Zhou N., Sigmund O. Topology optimization in structural design. Advances in design optimization. London: Adeli, 1994. Pp. 240–299.
15. Yang R.J., Chahande A.I. Automotive applications of topologie optimization. Structural Optimization. 1995. No. 9. Pp. 245–249.
16. Panchenko L.A. Calculation of fiber-concrete constructions with regard to physical nonlinearity [Raschet fibrobetonnyh konstrukcij s uchetom fizicheskoy nelinejnosti]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2022. No. 1. Pp. 44–50. DOI: 10.34031/2071-7318-2021-7-1-44-50. (rus)
17. Wasiutynski Z. On the congruency of the forming according to the minimum potential energy with that according to the equal strength. Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences. Serie des Sciences techniques. 1960. Vol. 8. No. 6. Pp. 259–268.
18. Mishchenko A.V. Designed model nonlinear dynamic deformation of component multiphase pivots [Raschetnaya model' nelinejnogo dinamicheskogo deformirovaniya sostavnyh mnogofaznyh sterzhnej]. Bulletin of MGSU. 2014. No. 5. Pp. 35–43. (rus)
19. Mishchenko A.V. Nonlinear thermoelastic deformation of multiphase pivots [Nelinejnoe termouprugoe deformirovanie mnogofaznyh sterzhnej]. Structure Mechanics of engineering constructions. 2014. No. 4. Pp. 42–51. (rus)
20. Yuriev A.G. Variational principles of structure mechanics [Variacionnye principy stroitelnoj mehaniki]. Belgorod: Publishing house BELGTASM, 2002. 90 p. (rus).

*Information about the authors*

**Yuriev, Alexandr G.** DSc, Professor. E-mail: yuriev\_ag@mail.ru. Belgorod State Technological University named after V.G. Shuhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostykova, 46.

**Panchenko, Larisa A.** PhD, Assistant professor. E-mail: panchenko.bstu@mail.ru. Belgorod State Technological University named after V.G. Shuhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostykova, 46.

---

*Received 15.06.2023*

**Для цитирования:**

Юрьев А.Г., Панченко Л.А. Энергетическое начало в теории синтеза конструкций // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2023. № 10. С. 35–41. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-10-35-41

**For citation:**

Yuriev A.G., Panchenko L.A. Energy beginning in the theory of structure synthesis. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2023. No. 10. Pp. 35–41. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-10-35-41