

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.34031/2071-7318-2022-8-1-102-120

Безмен П.А.

Юго-Западный государственный университет

E-mail: pbezmen@yahoo.com

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПО СОСТОЯНИЮ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С НАБЛЮДАТЕЛЕМ И РЕГУЛЯТОРОМ СОСТОЯНИЯ

Аннотация. В работе предложена модель системы управления по состоянию объекта управления, включающую в себя наблюдатель и регулятор состояния. Задающим воздействием для данной системы управления являются требуемые значения переменных состояния управляемого объекта. В качестве наблюдателя состояния объекта управления в модели системы управления используется система «расширенный фильтр Калмана – адаптивный цифровой фильтр» (система РФК–АЦФ). Описаны структура и принцип работы регулятора состояния системы управления. Изложен адаптивный алгоритм регулятора состояния.

Регулятор состояния с алгоритмом адаптации для формирования вектора выхода (ошибки) регулятора использует выходные данные системы РФК–АЦФ: вектор оценки состояния, выполненной РФК системы РФК–АЦФ, и вектор скорректированной оценки состояния, выполненной АЦФ системы РФК–АЦФ. Алгоритм адаптации регулятора учитывает выходные данные системы РФК–АЦФ таким образом, чтобы сформировать наиболее достоверный вектор выхода регулятора.

Для подтверждения эффективности рассматриваемой системы управления приведены результаты численного моделирования процесса управления мобильным роботом с гусеничным движителем: сравниваются результаты моделирования работы предлагаемой системы управления с результатами моделирования работы системы управления, использующей РФК в качестве наблюдателя состояния.

Сочетание наблюдателя состояния и регулятора состояния в составе предлагаемой системы управления делает возможным управление динамическими объектами с недоступными непосредственному измерению переменными состояния и обладающими неперiodическими внешними возмущениями.

Ключевые слова: система управления, робототехника, расширенный фильтр Калмана, адаптивный цифровой фильтр, наблюдатель состояния, регулятор состояния.

Введение. В системах управления, в частности, системах управления мобильной робототехникой, целью процесса управления является формирование входного воздействия u , при котором управляемая система из текущего состояния $x(0)$ переходит в желаемое состояние $x(T)$ за конечное время T . Управляемость системы зависит от её структуры, состава управляющих параметров и их значений, её энергетических ресурсов и вычислительных ресурсов системы управления. Управляемость характеризуется наличием необходимых для выполнения управления воздействий, составляющих вектор u .

Многим алгоритмам управления роботами требуется возможность получения значений элементов вектора x текущего состояния управляемой системы путем непосредственного измерения значений элементов данного вектора при помощи датчиков физических величин, что редко бывает осуществимо. В случае невозможности получения данных текущего состояния системы с использованием датчиков физических величин важным является косвенное определение текущего состояния. Фильтры Калмана [1 – 3], как

средство оценивания состояния управляемой системы, позволяют выполнить преобразование (например, комплексирование) данных (таких, как информация датчиков) с целью косвенного определения состояния управляемой системы.

Опишем модель некоторой управляемой системы выражениями:

$$x(k+1) = F(x(k), u(k), k) + w, \quad (1)$$

$$y(k) = H(x(k), u(k), k) + v, \quad (2)$$

где $x(k)$ – вектор состояния, размерность вектора n ;

$u(k)$ – вектор управляющих воздействий, размерность вектора e ;

$y(k)$ – вектор выхода системы, размерность вектора m ;

$F(\bullet)$ – некоторая нелинейная (гладкая) вектор-функция процесса изменения состояния размерностью n , имеющая частные производные первого порядка по всем своим переменным;

$H(\bullet)$ – некоторая нелинейная (гладкая) вектор-функция процесса наблюдений размерностью m , имеющая частные производные первого порядка по всем своим переменным;

$w(k)$ – вектор шума процесса, размерность вектора n – характеризуется ковариационной матрицей $Q(k)$ – матрицей ковариаций шума процесса размерностью $n \times n$.

$v(k)$ – вектор шума измерения, размерность вектора m – характеризуется ковариационной

матрицей $R(k)$ – матрицей ковариаций ошибок измерения размерностью $m \times m$;

k – некоторый текущий момент времени;

$(k + 1)$ – следующий момент времени.

Предположим, что данная нелинейная модель управляемой системы известна и может быть линеаризована посредством матриц Якоби:

$$J_{F_x}(k) = \frac{\partial F(\bullet)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x(k), u(k)}, \quad (3)$$

$$J_{F_u}(k) = \frac{\partial F(\bullet)}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial u_e} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial u_e} \end{bmatrix}_{x(k), u(k)}, \quad (4)$$

$$J_{H_x}(k) = \frac{\partial H(\bullet)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x(k), u(k)}, \quad (5)$$

$$J_{H_u}(k) = \frac{\partial H(\bullet)}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial u_e} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial u_e} \end{bmatrix}_{x(k), u(k)}, \quad (6)$$

где $J_{F_x}(k)$ – $n \times n$ -матрица Якоби частных производных функции $F(x(k), u(k), k)$ по x (матрица коэффициентов (динамики) системы);

$J_{F_u}(k)$ – $n \times e$ -матрица Якоби частных производных функции $F(x(k), u(k), k)$ по u (матрица коэффициентов входа (управления));

$J_{H_x}(k)$ – $m \times n$ -матрица Якоби частных производных функции $H(x(k), u(k), k)$ по x (матрица коэффициентов выхода системы);

$J_{H_u}(k)$ – $m \times e$ -матрица Якоби частных производных функции $H(x(k), u(k), k)$ по u (матрица коэффициентов преобразования вход-выход);

x_1, \dots, x_n – элементы вектора x ;

u_1, \dots, u_e – элементы вектора u ;

$F_1(\bullet), \dots, F_n(\bullet)$ – элементы вектор-функции $F(\bullet)$;

$H_1(\bullet), \dots, H_m(\bullet)$ – элементы вектор-функции $H(\bullet)$.

Используя матрицы (3) – (6), перепишем выражения (1) и (2) [4, 5] (рис. 1):

$$x(k+1) = J_{F_x}(k) \cdot x(k) + J_{F_u}(k) \cdot u(k) + w, \quad (7)$$

$$y(k) = J_{H_x}(k) \cdot x(k) + J_{H_u}(k) \cdot u(k) + v. \quad (8)$$

Для наблюдателя состояния объекта управления имеем выражения:

$$\hat{x}(k+1) = J_{F_x}(k) \cdot \hat{x}(k) + J_{F_u}(k) \cdot u(k) + w, \quad (9)$$

$$\hat{y}(k) = J_{H_x}(k) \cdot \hat{x}(k) + J_{H_u}(k) \cdot u(k) + v. \quad (10)$$

На рисунках 1 – 3 символами $1z^{-1}$ для систем с дискретным временем k обозначено звено задержки во времени на один интервал времени, где $\mathbf{1}$ – единичная матрица $n \times n$.

Существуют задачи робототехники, для решения которых требуется использование управления по состоянию управляемого объекта (системы). Задающими воздействиями в этом случае являются требуемые значения переменных со-

стояния объекта, выраженные в виде вектора требуемых состояний $x_T(k)$. Вектор $y(k)$ выхода системы и вектор $u(k)$ управляющих воздействий являются входными данными для наблюдателя,

выполняющего оценку $\hat{x}(k)$ состояния управляемого объекта (рис. 2 – 3). Вектор $u(k)$ формируется регулятором, исходя из значений элементов векторов $\hat{x}(k)$ и $x_T(k)$, поступающих на вход регулятора.

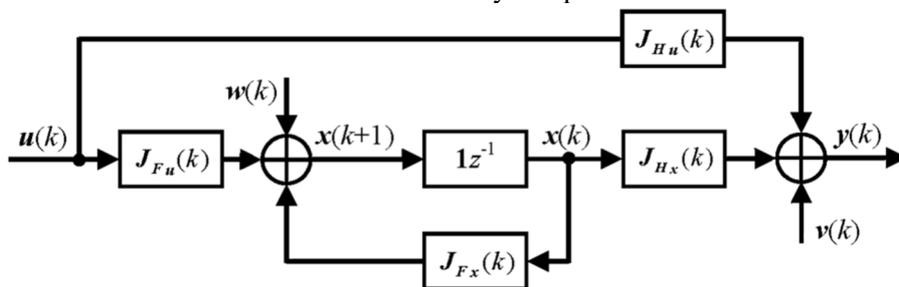


Рис. 1. Схема модели линейной управляемой системы

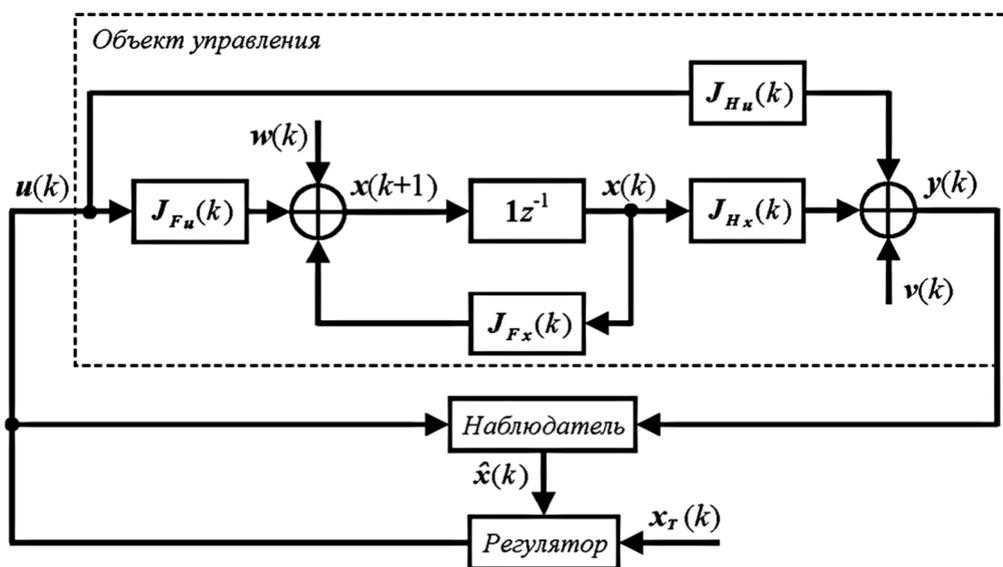


Рис. 2. Обобщенная схема модели линейной управляемой системы с наблюдателем и регулятором состояния

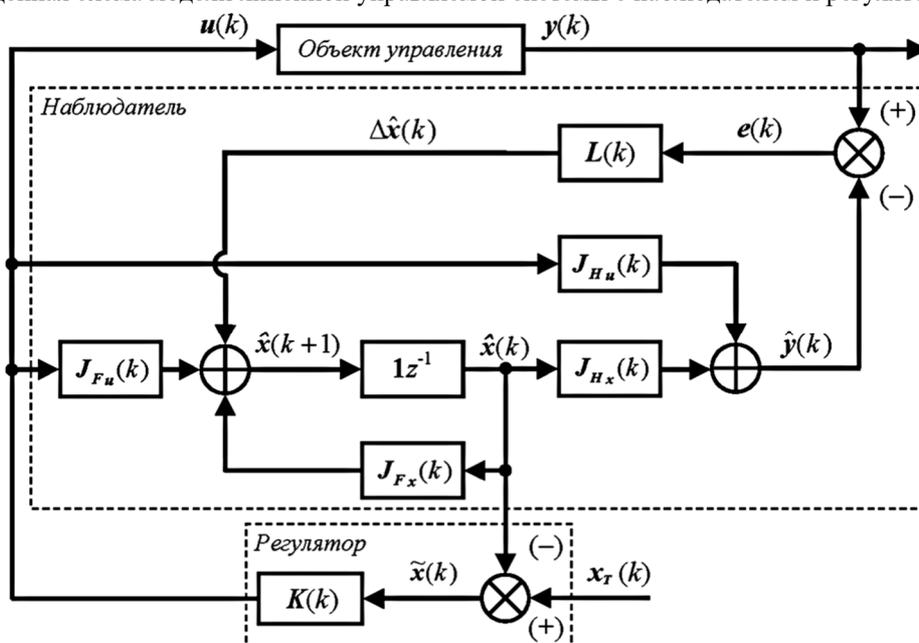


Рис. 3. Обобщенная схема моделей наблюдателя и регулятора состояния

В моделях наблюдателя и регулятора состояния (рис. 3) используются матрицы $L(k)$ и $K(k)$ соответственно. Матрица $L(k)$ наблюдателя состояния может быть найдена как матрица коэффициентов усиления, оптимальных по Калману [6, 7], размерность матрицы $n \times m$.

Для нахождения элементов матрицы $K(k)$ регулятора состояния могут использоваться: решение матричного уравнения Риккати [8, 9], метод линейных матричных неравенств (ЛМН) [10 – 12], метод нахождения псевдообратной матрицы – обобщенной обратной матрицы Э.Г. Мура – Р. Пенроуза (англ. *E.H. Moore – R. Penrose generalized inverse for matrices*) [13, 14], применяемые для нахождения решений систем линейных уравнений, когда в матричной форме записи данных уравнений матрицы системы являются прямоугольными.

Одними из первых работ, в которых описывается применение псевдообратных матриц в синтезе систем управления, являются [15, 16].

Учитывая выражение (7), матрица $K(k)$ регулятора состояния в общем случае может быть найдена как псевдообратная матрица матрице $J_{Fu}(k)$:

$$K(k) = J_{Fu}^+(k), \quad (11)$$

где $J_{Fu}^+(k)$ – обобщенная обратная матрица Мура – Пенроуза, имеющая размерность $e \times n$.

Таким образом, принимая во внимание, что:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k) &= J_{Fu}(k) \cdot u(k), \\ u(k) &\cong J_{Fu}^+(k) \cdot \hat{x}(k), \\ \hat{y}(k) &= J_{Hx}(k) \cdot \hat{x}(k), \quad \hat{x}(k) \cong J_{Hx}^+(k) \cdot \hat{y}(k), \\ \hat{y}(k) &= J_{Hu}(k) \cdot u(k), \\ u(k) &\cong J_{Hu}^+(k) \cdot \hat{y}(k), \end{aligned}$$

можно записать:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k) &\cong J_{Hx}^+(k) \cdot J_{Hu}(k) \cdot J_{Fu}^+(k) \cdot \hat{x}(k), \\ J_{Hx}^+(k) \cdot J_{Hu}(k) \cdot J_{Fu}^+(k) &\cong \mathbf{1}_n, \\ u(k) &\cong J_{Hu}^+(k) \cdot J_{Hx}(k) \cdot J_{Fu}(k) \cdot u(k), \\ J_{Hu}^+(k) \cdot J_{Hx}(k) \cdot J_{Fu}(k) &\cong \mathbf{1}_e, \end{aligned}$$

где $\mathbf{1}$ – единичная матрица,

n – размерность вектора $\hat{x}(k)$ состояния;

e – размерность вектора $u(k)$ управляющих воздействий.

Если матрица $J_{Fu}(k)$ является квадратной и невырожденной (определитель которой отличен от нуля), то матрица $K(k)$ регулятора состояния находится, как обратная матрице $J_{Fu}(k)$:

$$K(k) = J_{Fu}^{-1}(k). \quad (12)$$

Матрица $K(k)$ регулятора состояния, найденная как матрица $J_{Fu}^+(k)$ (11), является субоптимальной, тогда как решение матричного уравнения Риккати в большинстве случаев позволяет получить оптимальную матрицу $K(k)$ регулятора. Однако, нахождение матрицы $K(k)$ как псевдообратной матрице матрице $J_{Fu}(k)$ может быть выполнено с меньшими вычислительными затратами, чем решение матричного уравнения Риккати.

В работе [17] рассмотрен метод сингулярного разложения (англ. *Singular Value Decomposition, SVD*) прямоугольной матрицы для нахождения псевдообратной матрицы, представлена реализация данного метода в виде процедур (подпрограмм), написанных на языке программирования Алгол.

Описание модели системы управления. В работе [18] описывается система управления состоянием объекта, которая может быть использована в системах управления мобильными роботами. В данной системе управления используется система «расширенный фильтр Калмана – адаптивный цифровой фильтр» (система РФК–АЦФ) [19, 20], выполняющая оценку состояния объекта управления. Регулятор состояния рассматриваемой системы обладает алгоритмом адаптации, использующим результаты работы системы РФК–АЦФ: вектор $\hat{x}(k|k)$ значений апостериорной (нескорректированной) оценки состояния системы, вектор $X_{out}(k)$ скорректированных значений оценки состояния системы в некоторый текущий момент времени, вектор $X_{out}(k-1)$ скорректированных значений оценки состояния системы в предыдущий момент времени. В данной системе управления по состоянию объекта управления вместо полноценного наблюдателя состояния используется фильтр – система РФК–АЦФ, выполняющий оценку состояния объекта управления без учета информации о векторе входа (векторе управляющих воздействий) u , что ограничивает возможности использования данной системы управления, делая процесс управления неоптимальным.

Предлагается обобщенная модель системы управления по состоянию объекта управления (рис. 4). Данная модель системы управления включает в себя систему РФК–АЦФ в качестве наблюдателя состояния. РФК рассматриваемой системы использует информацию об управляющих воздействиях при оценке состояния – в алгоритме РФК реализовываются вычисления согласно выражениям (9) – (10).

Принципы работы регулятора состояния (рис. 4) рассматриваемой системы управления

схожи с принципами работы регулятора состояния, описанного в [18]. Алгоритм адаптации (рис. 4 – 5) регулятора состояния системы управления формирует для вектора $X_{out}(k)$ скорректированных значений оценки состояния системы и вектора $\hat{x}(k|k)$ значений апостериорной (нескорректированной) оценки состояния системы соответствующие им диагональные весовые матрицы W_a и W_b , каждая из которых имеет размерность $n \times n$. Вектор $\bar{X}(k)$ среднего арифметического взвешенного значения векторов $X_{out}(k)$, $\hat{x}(k|k)$ находится согласно выражению

$$\bar{X}(k) = W_a(k-1)X_{out}(k) + W_b(k-1)\hat{x}(k|k), \quad (13)$$

вектор $\tilde{x}(k)$ выхода регулятора вычисляется, следуя выражению

$$\tilde{x}(k) = X_T(k) - \bar{X}(k). \quad (14)$$

Матрица $K(k)$ регулятора состояния в общем случае может быть найдена как псевдообратная

матрица матрице $J_{Fu}(k)$. Вектор $u(k)$ управляющих воздействий находится согласно выражению

$$u(k) = K(k)\tilde{x}(k). \quad (15)$$

Входными данными для алгоритма адаптации регулятора состояния являются векторы: $X_T(k)$ – вектор требуемых состояний, $X_{out}(k)$ и $\hat{x}(k|k)$.

На рисунке 4 также присутствуют обозначения:

$\hat{x}(k|k-1)$ – вектор априорной (прогнозируемой) оценки РФК состояния системы,

$X_{diff}(k)$ – вектор разности значений соответствующих элементов векторов $\hat{x}(k|k-1)$ и $\hat{x}(k|k)$.

Размерность n векторов $\hat{x}(k|k-1)$, $\hat{x}(k|k)$, $X_{diff}(k)$, $X_{out}(k)$ определяется задачей управления.

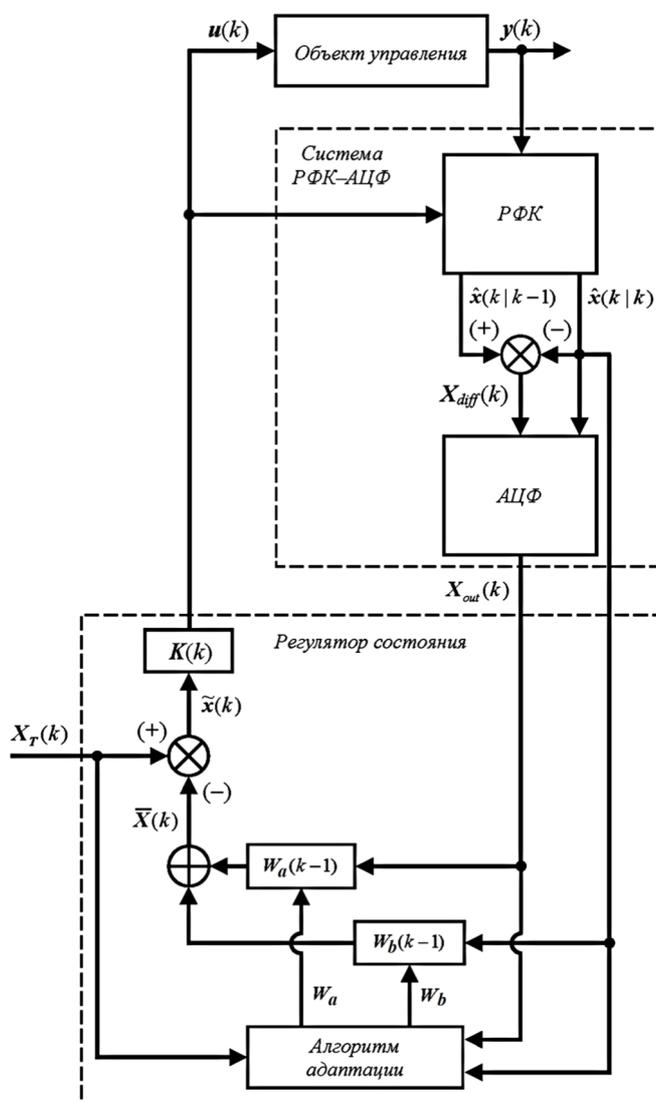


Рис. 4. Схема обобщенной модели системы управления по состоянию, содержащей систему РФК–АЦФ в качестве наблюдателя состояния

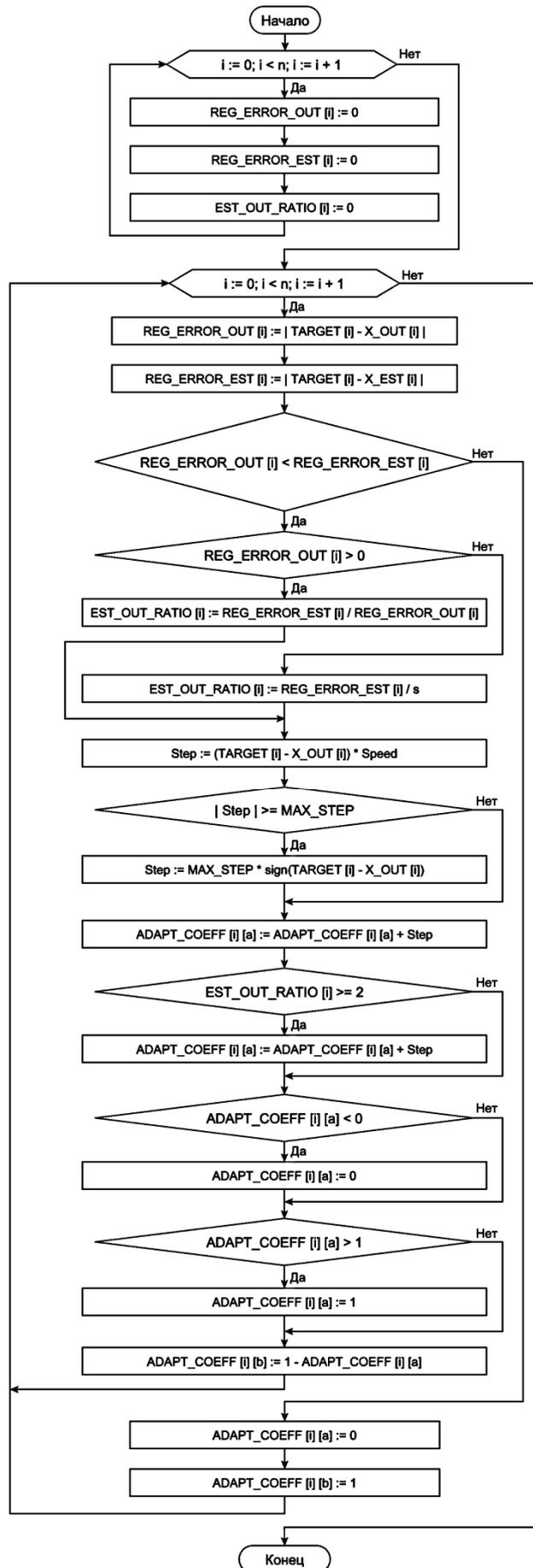


Рис. 5. Блок-схема алгоритма адаптации регулятора состояния

На блок-схеме алгоритма адаптации регулятора обозначены (рис. 5):

n – значение размерности n векторов $X_T(k)$, $X_{out}(k)$ и $\hat{x}(k|k)$;

i – переменная, хранящая текущий номер (индекс) i элементов массивов, $0 \leq i < n$;

REG_ERROR_OUT – одномерный массив (вектор), каждый элемент которого хранит абсолютную величину ошибки (разности) между значениями элементов векторов $X_T(k)$ и $X_{out}(k)$, соответствующих этому элементу, размерность массива – n ;

REG_ERROR_EST – одномерный массив (вектор), каждый элемент которого хранит абсолютную величину ошибки (разности) между значениями элементов векторов $X_T(k)$ и $\hat{x}(k|k)$, соответствующих этому элементу, размерность массива – n ;

EST_OUT_RATIO – одномерный массив (вектор), каждый элемент которого хранит частное значений элементов массивов REG_ERROR_EST и REG_ERROR_OUT, соответствующих этому элементу, размерность массива – n ;

TARGET – одномерный массив (вектор) $X_T(k)$;

X_OUT – одномерный массив (вектор) $X_{out}(k)$;

X_EST – одномерный массив (вектор) $\hat{x}(k|k)$;

s – крайне малая положительная величина, $s > 0$;

Step – переменная, хранящая значение некоторого шага алгоритма адаптации;

Speed – скорость сходимости алгоритма адаптации, Speed > 0 ;

MAX_STEP – максимальное значение шага алгоритма адаптации, MAX_STEP > 0 ;

ADAPT_COEFF – двумерный массив (матрица), который содержит значения элементов главных диагоналей матриц W_a и W_b , размерность массива – $n \times 2$:

$$\mu_i = \begin{cases} \mu_{\max} \cdot \text{sign}(X_{T_i}(k) - X_{out_i}(k)), & \text{если } |(X_{T_i}(k) - X_{out_i}(k)) \cdot \eta| \geq \mu_{\max}, \\ \text{иначе } (X_{T_i}(k) - X_{out_i}(k)) \cdot \eta \end{cases}, \quad (17)$$

где $0 \leq i < n$,

sign(x) – функция определения знака аргумента x .

Некоторый i -ый элемент главной диагонали W_a вычисляется, следуя выражению:

$$W_{ai} = W_{ai} + \mu_i, \quad (18)$$

где $0 \leq i < n$.

При значении отношения

ADAPT_COEFF [i][a] – двумерный массив, в i -ых строках a -го столбца которого содержатся значения элементов главной диагонали матрицы W_a ,

ADAPT_COEFF [i][b] – двумерный массив, в i -ых строках b -го столбца которого содержатся значения элементов главной диагонали матрицы W_b ;

операция $|\bullet|$ возвращает абсолютную величину некоторого числа;

sign(x) – функция определения знака аргумента x :

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}.$$

Алгоритм адаптации при формировании элементов матриц W_a и W_b учитывает абсолютную величину ошибки (разности) между значениями элементов векторов $X_T(k)$ и $X_{out}(k)$, и абсолютную величину ошибки (разности) между значениями элементов векторов $X_T(k)$ и $\hat{x}(k|k)$, а также отношение данных абсолютных величин (рис. 5).

Если выполняется условие

$$|X_{T_i}(k) - X_{out_i}(k)| < |X_{T_i}(k) - \hat{x}_i(k|k)|, \quad (16)$$

где i – индекс элементов векторов $X_{T_i}(k)$, $X_{out_i}(k)$ и $\hat{x}(k|k)$, $0 \leq i < n$, то осуществляется вычисление шага алгоритма адаптации с последующим вычислением элементов весовых диагональных матриц W_a и W_b , иначе данные

матрицы принимают значения: $W_a = \mathbf{0}$, $W_b = \mathbf{1}$, где $\mathbf{0}$ – нулевая матрица размерностью $n \times n$, $\mathbf{1}$ – единичная матрица размерностью $n \times n$.

При вычислении шага μ_i алгоритма адаптации используются постоянные величины – скорость η сходимости алгоритма адаптации и максимальное значение шага μ_{\max} алгоритма адаптации:

При вычислении шага μ_i алгоритма адаптации используются постоянные величины – скорость η сходимости алгоритма адаптации и максимальное значение шага μ_{\max} алгоритма адаптации:

$$\frac{|X_{T_i}(k) - \hat{x}_i(k|k)|}{|X_{T_i}(k) - X_{out_i}(k)|} \geq 2, \quad (19)$$

где операция $|\bullet|$ возвращает абсолютную величину некоторого числа, в рассматриваемом алгоритме адаптации (рис. 5) выполняется дополнительное изменение i -ого элемента главной диагонали диагональной матрицы W_a согласно (18).

Во время своей работы рассматриваемый алгоритм адаптации выполняет постепенное увеличение значений элементов главной диагонали весовой матрицы W_a , и, соответственно, постепенное уменьшение значений элементов главной диагонали весовой матрицы W_b , следуя выражению:

$$W_b = 1 - W_a, \quad (20)$$

где 1 – единичная матрица размерностью $n \times n$.

Постепенное изменение весовых матриц W_a и W_b (20) вызвано наличием некоторого периода времени, необходимого для достижения сходимости алгоритма АЦФ – в начале работы алгоритма АЦФ требуется, чтобы вектор $\hat{x}(k|k)$

оказывал большее влияние на формирование вектора $\bar{X}(k)$, чем вектор $X_{out}(k)$ (13), учитывая, что начальные значения всех элементов матриц W_a и W_b равны нулю. Выполнение данного требования минимизирует ошибку работы системы управления в начальный период времени её функционирования.

Экспериментальные исследования. В работе [21] приведена задача комплексирования бортовых данных мобильного робота с гусеничным движителем. Рассмотрим данную задачу с точки зрения управления в пространстве состояний, где объектом управления является мобильный гусеничный робот.

Определим векторную функцию процесса $F(x(k), u(k))$ и векторную функцию наблюдений $H(x(k), u(k))$ для моделей системы управления, представленных на рисунках 3 – 4:

$$F(x(k), u(k)) = \begin{bmatrix} F_0(x(k), u(k)) \\ F_1(x(k), u(k)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0(k) + \left(\frac{u_0(k) \cdot C_0 + u_1(k) \cdot C_1}{2} \right) \\ x_1(k) + (-u_0(k) \cdot C_0 + u_1(k) \cdot C_1) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$H(x(k), u(k)) = \begin{bmatrix} H_0(x(k), u(k)) \\ H_1(x(k), u(k)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2 \cdot x_0(k) - x_1(k)}{2} \right) + u_0(k) \cdot C_0 \\ \left(\frac{2 \cdot x_0(k) + x_1(k)}{2} \right) + u_1(k) \cdot C_1 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

учитывая, что

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_0(k) \\ x_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{cp}(k) \\ \omega_{\Sigma}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_L(k) + \omega_R(k)}{2} \\ -\omega_L(k) + \omega_R(k) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} \hat{x}_0(k) \\ \hat{x}_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{cp}(k) \\ \hat{\omega}_{\Sigma}(k) \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} y_0(k) \\ y_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_L(k) \\ \omega_R(k) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

где $\omega_L(k)$ и $\omega_R(k)$ – значения угловых скоростей вращения ведущих колес левой и правой гусениц робота соответственно,

$\omega_{cp}(k)$ – среднее арифметическое значений $\omega_L(k)$ и $\omega_R(k)$,

$\omega_{\Sigma}(k)$ – сумма $\omega_L(k)$ и $\omega_R(k)$, причем в данной сумме значение $\omega_L(k)$ участвует с противоположным знаком,

C_0 и C_1 – некоторые положительные ненулевые ($C_0 > 0$, $C_1 > 0$) коэффициенты для значений элементов u_0 и u_1 вектора u управляющих воздействий соответственно:

$$u(k) = \begin{bmatrix} u_0(k) \\ u_1(k) \end{bmatrix}.$$

Получим матрицы Якоби (3 – 6) – $J_{Fx}(k)$,

$J_{Fu}(k)$, $J_{Hx}(k)$, $J_{Hu}(k)$:

$$J_{Fx} = \frac{\partial F(\bullet)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$J_{Fu} = \frac{\partial F(\bullet)}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial F_1(\bullet)}{\partial u_e} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial F_n(\bullet)}{\partial u_e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot C_0 & \frac{1}{2} \cdot C_1 \\ -C_0 & C_1 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$J_{Hx} = \frac{\partial H(\bullet)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$J_{Hu} = \frac{\partial H(\bullet)}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial H_1(\bullet)}{\partial u_e} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial H_m(\bullet)}{\partial u_e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_0 & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Найдем матрицу K регулятора состояния как обратную матрицу матрице J_{Fu} :

$$K = J_{Fu}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{2 \cdot C_0} \\ \frac{1}{C_1} & \frac{1}{2 \cdot C_1} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Для подтверждения эффективности работы системы управления по состоянию (рис. 4), содержащей систему РФК–АЦФ в качестве наблюдателя состояния и регулятор состояния с алгоритмом адаптации (рис. 5), в ходе численного моделирования проводилось сравнение результатов работы данной системы управления для управления мобильным роботом с гусеничным движителем и результатов работы системы управления (рис. 3), использующей РФК в качестве наблюдателя состояния, для управления мобильным гусеничным роботом.

Для проведения численного моделирования работы системы управления мобильным роботом с гусеничным движителем принимались параметры:

- радиус ведущих колес левой и правой гусениц робота $R = 0,12$ м;
- расстояние между продольными осями левой и правой гусениц мобильного робота $B = 0,5$ м;
- длина обеих гусениц робота $L = 1$ м;
- требуемая траектория движения робота (рис. 6), насчитывающая 1000 точек (движение корпуса робота вдоль требуемой траектории начинается в начале системы координат XOY);
- шаг времени моделирования $\Delta T = 0,1$ с;
- коэффициенты $C_0 = C_1 = 1$.

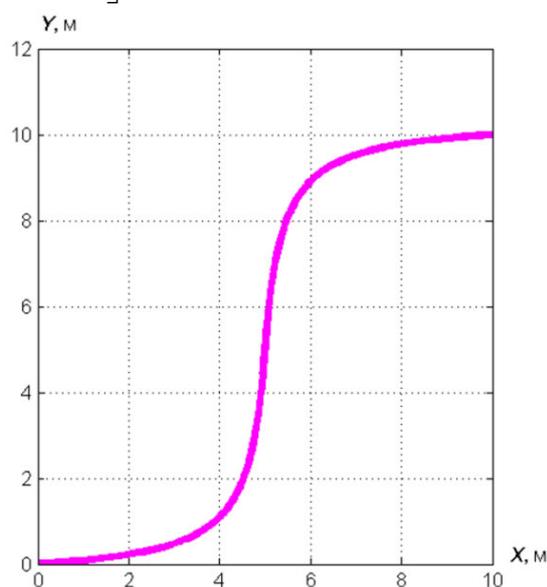


Рис. 6. Требуемая траектория движения робота

В ходе вычислительных экспериментов на выход $y(k)$ системы ($\omega_L(k)$ и $\omega_R(k)$) либо не действует шум, либо накладывается шум максимальной амплитудой 0,001, 0,01, 0,1. На состояние $x(k)$ системы шум не действует.

Результаты численного моделирования представлены абсолютными значениями ошибок E_{X_c} и E_{Y_c} , определяемых как

$$E_{X_c}(p) = |X_c(p) - X_{C_d}(p)|, \quad (31)$$

$$E_{Y_c}(p) = |Y_c(p) - Y_{C_d}(p)|, \quad (32)$$

где $X_c(p)$ и $Y_c(p)$ – требуемые координаты X и Y центра корпуса робота соответственно;

$X_{C_d}(p)$ и $Y_{C_d}(p)$ – действительные значения координат X и Y центра корпуса робота соответственно;

p – некоторая точка требуемой/действительной траектории;

$|\cdot|$ – операция определения абсолютной величины (модуля) некоторого числа.

Для реализации РФК, системы РФК–АЦФ и регулятора состояния использовался набор библиотек «РФК-АЦФ-АРС» реализации системы управления состоянием объекта [22]. В библиотеки входят: библиотека класса расширенного фильтра Калмана (РФК), библиотека класса адаптивного цифрового фильтра (АЦФ) с алгоритмами адаптации LMS/NLMS, библиотека класса адаптивного регулятора состояния (АРС). РФК является наблюдателем состояния объекта управления. АЦФ осуществляет коррекцию оценки состояния объекта управления, выполненной РФК. АРС вычисляет ошибку состояния управляемого объекта на основе: требуемых значений переменных состояния, оценки состояния,

выполненной РФК, скорректированной оценки состояния, выполненной АЦФ.

Все вычисления в ходе проведения моделирования выполнялись в среде программирования Embarcadero CodeGear C++ Builder, используя 64-битные переменные (float64) для хранения чисел с плавающей запятой.

С целью определения величин ошибок E_{X_c} и E_{Y_c} работы системы управления (рис. 3) мобильным роботом, использующей РФК в качестве наблюдателя состояния, были заданы ковариационные матрицы $Q(k)$ и $R(k)$ РФК, являющиеся диагональными и скалярными со значениями своих ненулевых элементов, равными 10^{-4} и $1,0$ соответственно.

На рисунках 7–10 приведены результаты численного моделирования работы системы управления с РФК в качестве наблюдателя состояния.

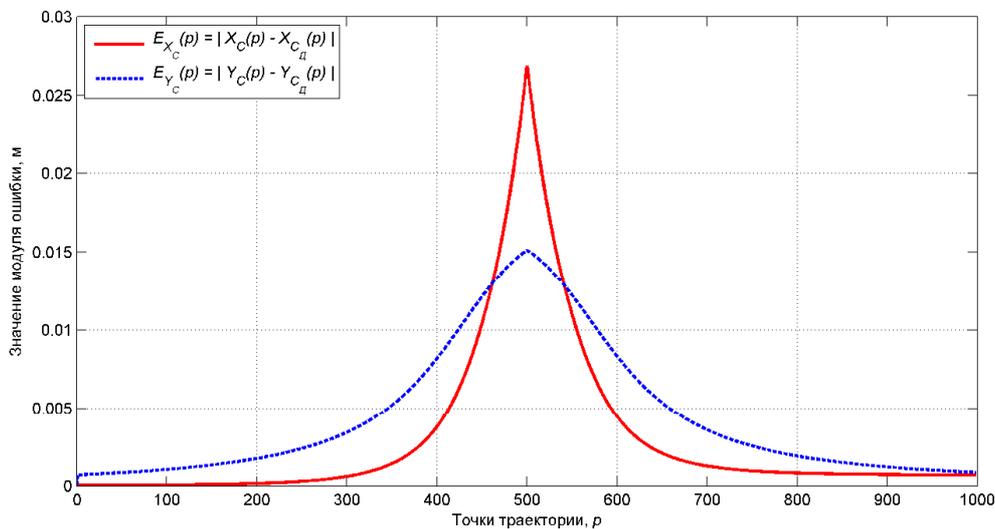


Рис. 7. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при отсутствии действия шума на выход $y(k)$ системы

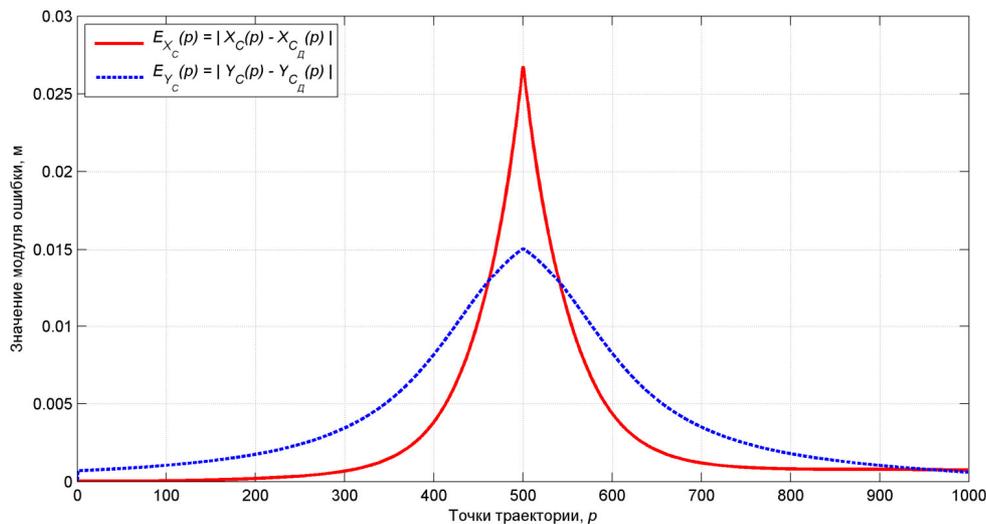


Рис. 8. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,001 на выход $y(k)$ системы

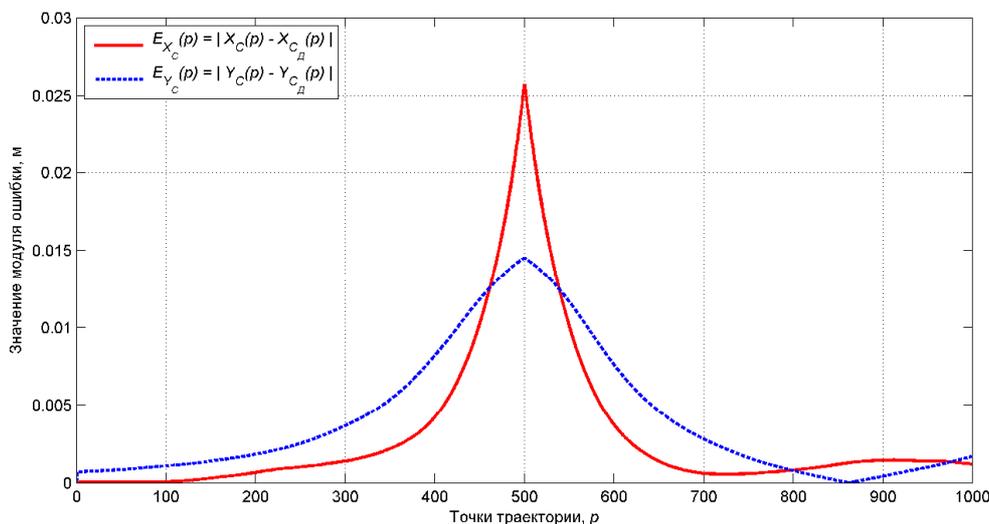


Рис. 9. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,01 на выход $y(k)$ системы

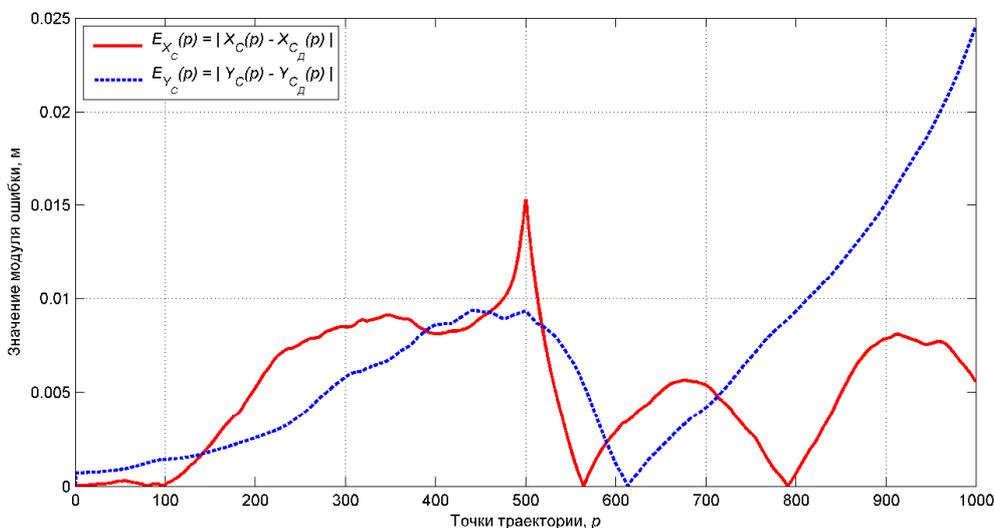


Рис. 10. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,1 на выход $y(k)$ системы

Для определения величин ошибок E_{X_c} и E_{Y_c} работы системы управления (рис. 4) мобильным роботом с системой РФК–АЦФ в качестве наблюдателя состояния и регулятором состояния, проводилось численное моделирование со следующими параметрами:

- для наблюдателя состояния – системы РФК–АЦФ были заданы ковариационные матрицы $Q(k)$ и $R(k)$ РФК, являющиеся диагональными и скалярными со значениями своих ненулевых элементов, равными 10^{-4} и 1,0 соответственно;

- АЦФ [20], входящий в состав системы РФК–АЦФ, обладает буферной памятью, состоящей из основного раздела (дополнительный раздел буферной памяти не используется) размером (объемом) N ячеек;

- величина шага сходимости μ для АЦФ с алгоритмом NLMS определялась, как

$$\mu = \frac{1}{(N \cdot 1000)},$$

где N обозначает количество ячеек

основного раздела буферной памяти АЦФ;

- для АЦФ с алгоритмом NLMS было принято значение $\varepsilon = 10^{-13}$ [20];

- максимальное значение шага алгоритма адаптации регулятора состояния $\mu_{max} = 0,1$;

- постоянная скорость сходимости алгоритма адаптации регулятора состояния $\eta = 10^{-5}$.

В ходе вычислительных экспериментов размер основного раздела буферной памяти системы РФК–АЦФ принимался равным: $N = 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 100$ ячеек. На рисунках 11–14 приведены некоторые результаты моделирования работы системы управления мобильным роботом с системой РФК–АЦФ в качестве наблюдателя состояния и регулятором состояния.

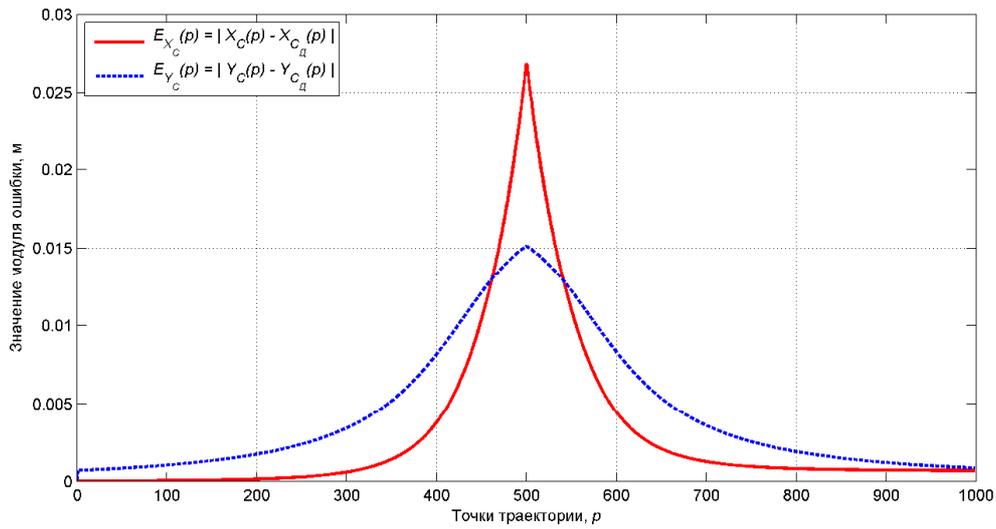


Рис. 11. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при отсутствии действия шума на выход $y(k)$ системы и размере буферной

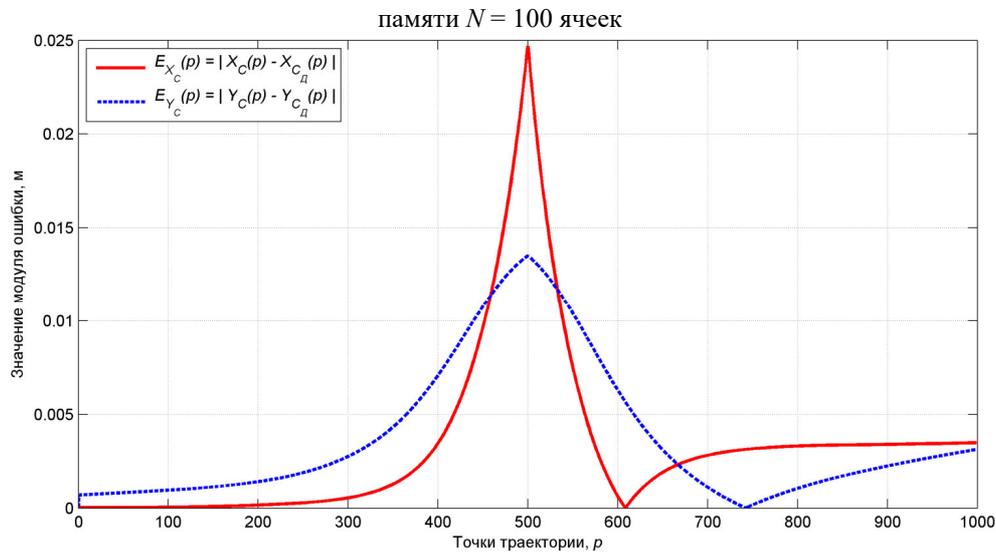


Рис. 12. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,001 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 100$ ячеек

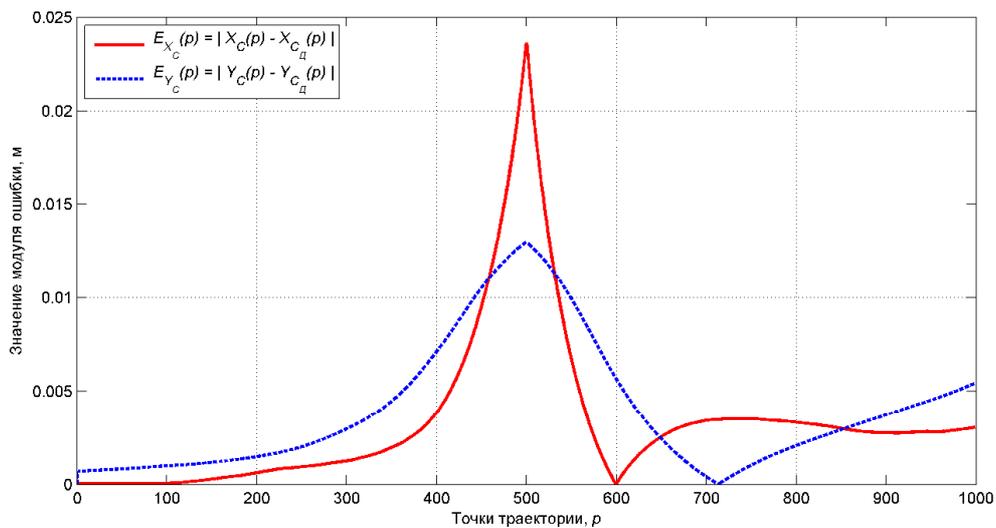


Рис. 13. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,01 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 100$ ячеек

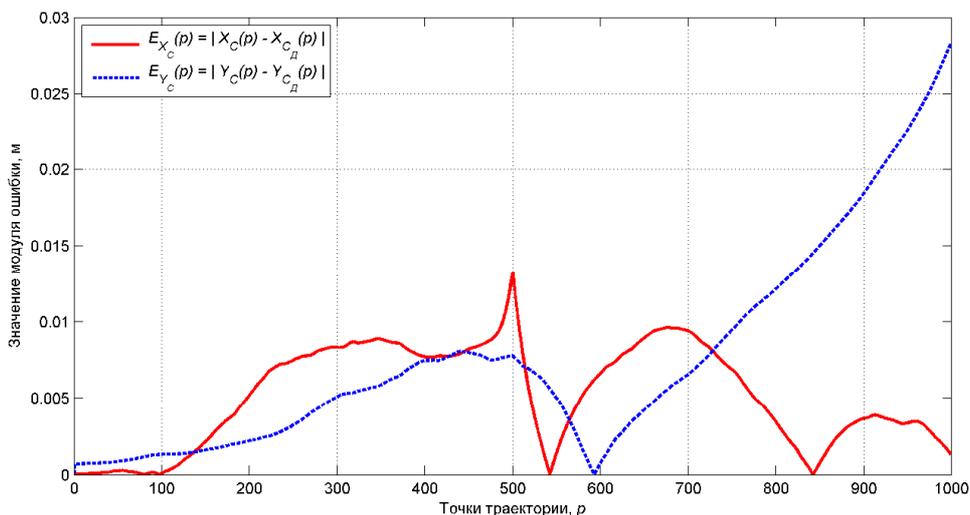


Рис. 14. Значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,1 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 100$ ячеек

Рисунки 15–18 демонстрируют зависимости максимальных значений ошибок E_{X_c} и E_{Y_c} от размера буферной памяти системы управления при отсутствии шума, а также при наложении шума максимальной амплитудой 0,001, 0,01, 0,1 на выход $y(k)$ системы:

– результаты работы системы управления (рис. 3), использующей РФК в качестве наблюдателя состояния, соответствуют максимальным

значениям ошибок E_{X_c} и E_{Y_c} при размере буферной памяти $N = 0$ ячеек;

– результаты работы системы управления (рис. 4), использующей систему РФК–АЦФ в качестве наблюдателя состояния и регулятора состояния с алгоритмом адаптации (рис. 5), соответствуют максимальным значениям ошибок E_{X_c} и E_{Y_c} при размере буферной памяти $N = 2 \dots 100$ ячеек АЦФ.

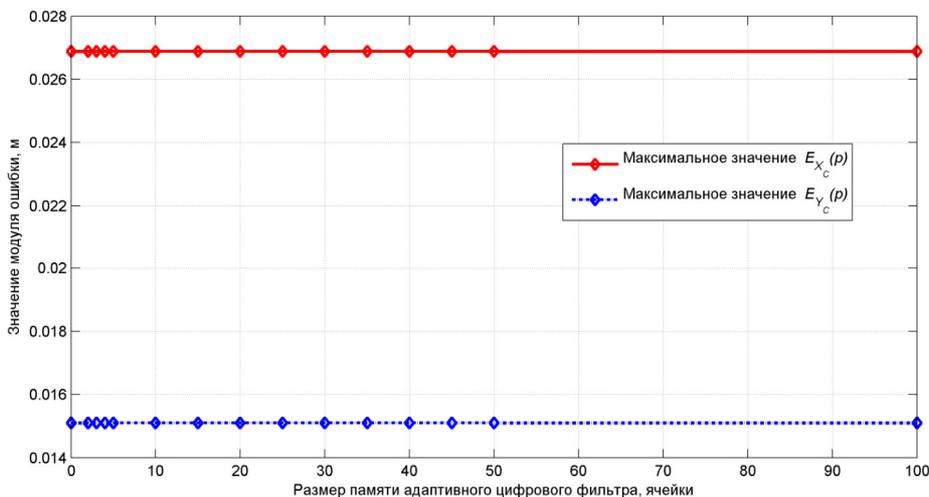


Рис. 15. Максимальные значения E_{X_c} и E_{Y_c} при отсутствии действия шума на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

С целью изучения влияния регулятора состояния с алгоритмом адаптации (рис. 5) на работу системы управления (рис. 4) при неоптимальных ковариационных матрицах $Q(k)$ и/или $R(k)$ (с точки зрения конкретных условий работы системы управления) проводились, аналогичные предыдущим опытам, вычислительные эксперименты для систем управления, представленных на рисунке 3 и 4, где для наблюдателей состояния

$\hat{x}(k)$ – РФК и системы РФК–АЦФ были заданы ковариационные матрицы $Q(k)$ и $R(k)$, являющиеся диагональными и скалярными со значениями своих ненулевых элементов, равными 0,1 и 0,1 соответственно. Для данных экспериментов также принимались:

– максимальное значение шага алгоритма адаптации регулятора состояния $\mu_{max} = 0,01$;

– постоянная скорость сходимости алгоритма адаптации регулятора состояния $\eta = 0,01$.

Для данных вычислительных экспериментов ковариационная матрица $Q(k)$ не является оптимальной, так как на состояние $x(k)$ системы в рассматриваемой задаче не действует шум.

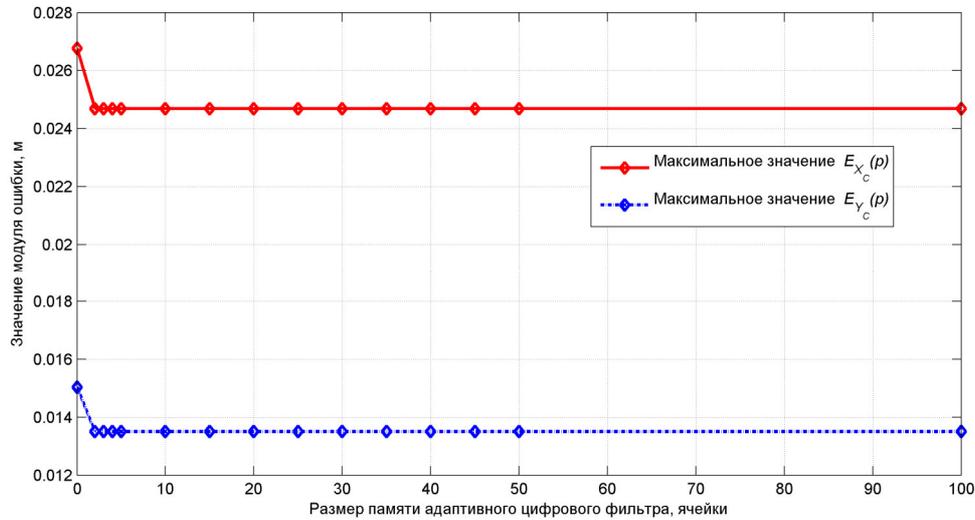


Рис. 16. Максимальные значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,001 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

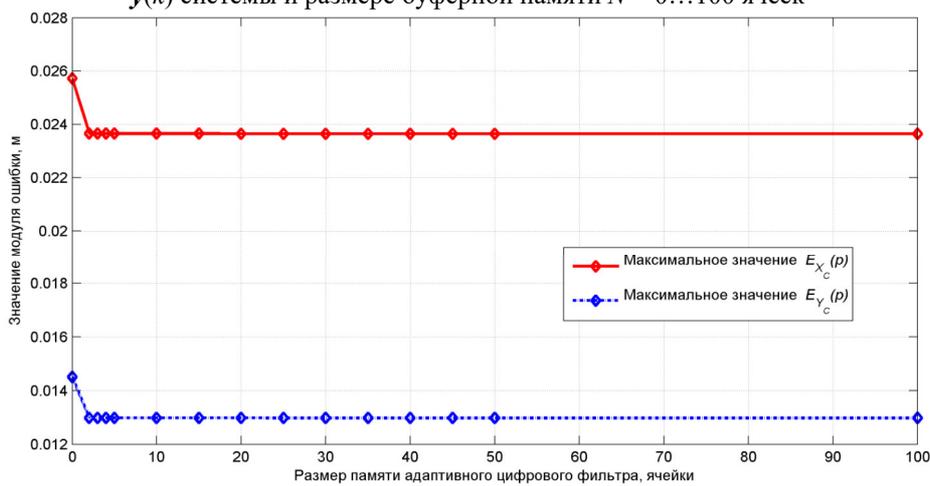


Рис. 17. Максимальные значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,01 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

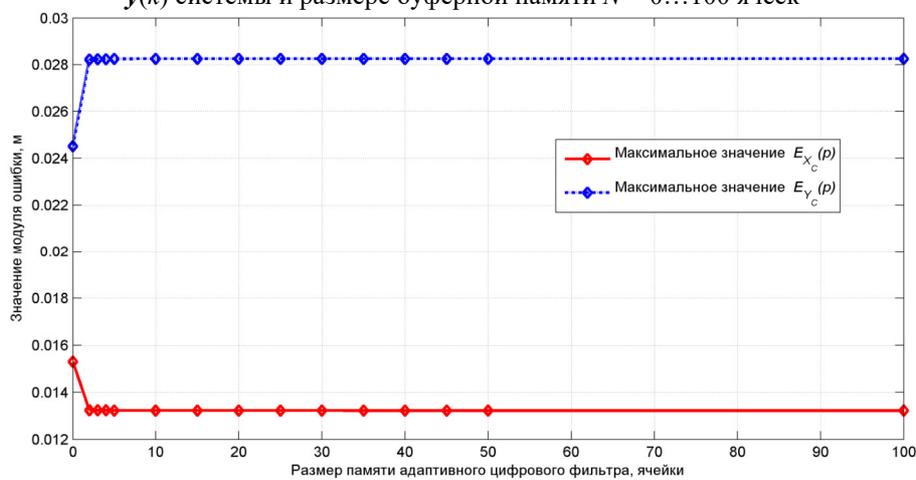


Рис. 18. Максимальные значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,1 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

Остальные параметры моделирования имели те же значения, что и для предыдущих вычислительных экспериментов над системами управле-

ния (рис. 3 и 4). Результаты данного моделирования приведены на рисунках 19–22 и имеют такое же представление, как результаты, показанные на рисунках 15–18.

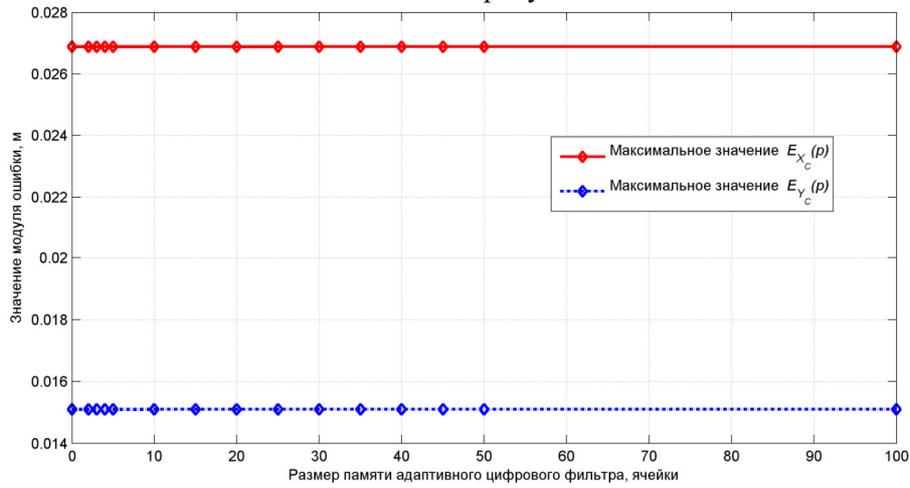


Рис. 19. Максимальные значения E_{X_c} и E_{Y_c} при отсутствии действия шума на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

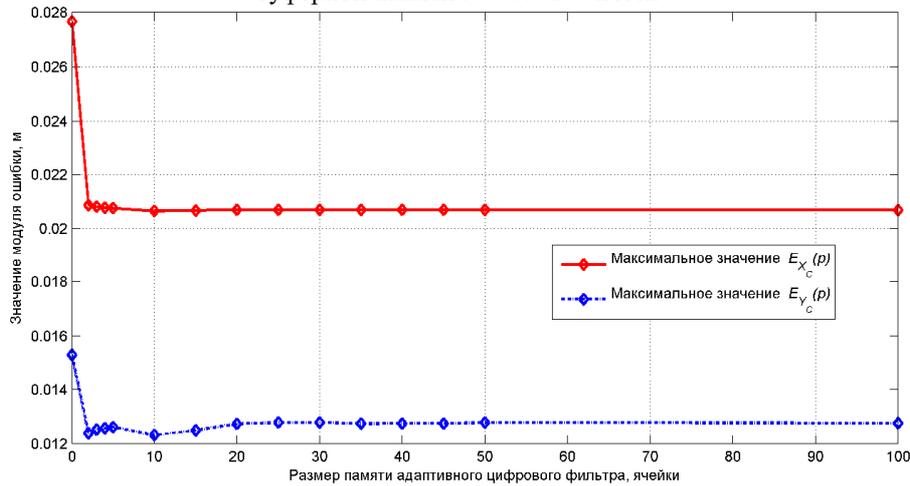


Рис. 20. Максимальные значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,001 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

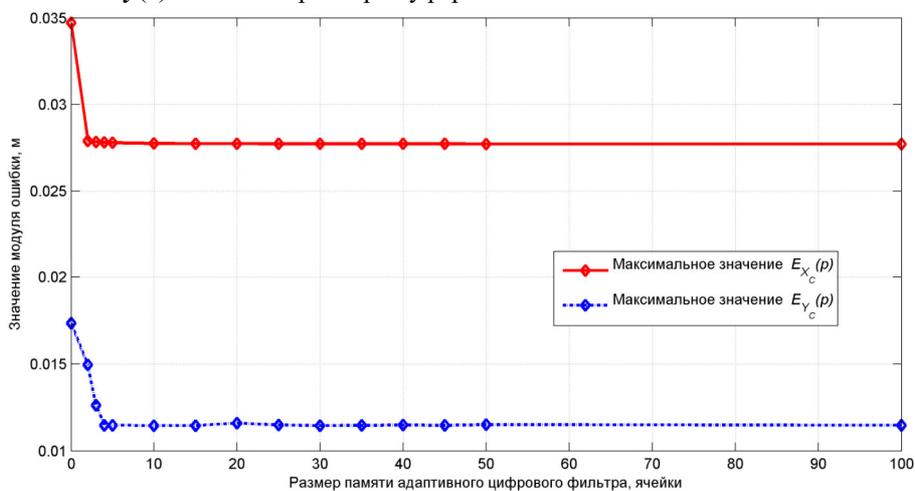


Рис. 21. Максимальные значения E_{X_c} и E_{Y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,01 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

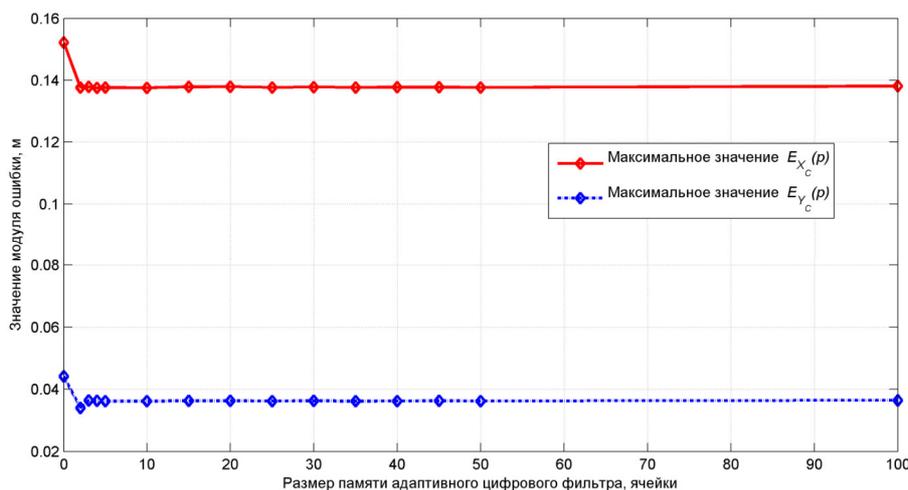


Рис. 22. Максимальные значения E_{x_c} и E_{y_c} при действии шума максимальной амплитудой 0,1 на выход $y(k)$ системы и размере буферной памяти $N = 0 \dots 100$ ячеек

Выводы. Результаты вычислительных экспериментов, представленные на рисунках 15 – 18 и рисунках 19 – 22, позволяют сделать вывод, что регулятор состояния с предложенным алгоритмом адаптации в системе управления по состоянию, содержащей систему РФК–АЦФ в качестве наблюдателя состояния объекта управления, делает возможным компенсацию ошибок работы системы управления, вызванную заданием неоптимальных ковариационных матриц $Q(k)$ и $R(k)$ РФК с точки зрения конкретных условий работы системы управления. При задании ковариационных матриц $Q(k)$ и $R(k)$, соответствующих условиям работы системы управления, в большинстве случаев регулятор состояния с алгоритмом адаптации позволяет снизить величину ошибок работы системы управления в условиях действия шумов малой амплитуды относительно значений элементов векторов $x(k)$ и $y(k)$ системы. На результат управления оказывает действие алгоритм адаптации регулятора состояния, тем не менее, размер (объем) буферной памяти АЦФ системы РФК–АЦФ влияет на величину ошибок работы системы управления.

Регулятор состояния с алгоритмом адаптации для формирования вектора $\tilde{x}(k)$ выхода (ошибки) регулятора использует выходные данные системы РФК–АЦФ: вектор $\hat{x}(k|k)$ оценки состояния, выполненной РФК системы РФК–АЦФ, и вектор $X_{out}(k)$ скорректированной оценки состояния, выполненной АЦФ системы РФК–АЦФ. Данный алгоритм адаптации учитывает выходные данные системы РФК–АЦФ таким образом, чтобы сформировать наиболее достоверный вектор $\tilde{x}(k)$.

Сочетание наблюдателя состояния и регулятора состояния в составе предлагаемой системы

управления делает возможным управление динамическими объектами с недоступными непосредственному измерению переменными состояниями и обладающими непериодическими внешними возмущениями.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers) // Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82 (1). Pp. 35–45. DOI: 10.1115/1.3662552.
2. Kalman R.E., Busy R.S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers) // Journal of Basic Engineering. 1961. Vol. 83 (1). Pp. 95–108. DOI: 10.1115/1.3658902.
3. Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software. John Wiley & Sons, 2001. 584 p.
4. Певзнер Л.Д. Теория систем управления. Москва: Издательство Московского государственного горного университета, 2002. 472 с.
5. Gyorgy K. The LQG Control Algorithms for Nonlinear Dynamic Systems. Procedia Manufacturing. 2019. Vol. 32. Pp. 553–563. DOI: 10.1016/j.promfg.2019.02.252.
6. Безмен П.А. Алгоритм фильтра Калмана для комплексирования данных в системе управления мобильным роботом // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2019. №3. С. 82–87.
7. Безмен П.А. Комплексирование данных системы управления мобильным роботом с использованием расширенного фильтра Калмана //

Известия Юго-Западного государственного университета. 2019. №2. С. 53–64. DOI: 10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64.

8. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. Москва: Мир, 1972. 544 с.

9. Simaan M. A note on the stabilizing solution of the algebraic Riccati equation // International Journal of Control. 1974. Vol. 20. No. 2. Pp. 239–241.

10. Willems J.S. Least Squares Stationary Optimal Control and the Algebraic Riccati Equation // IEEE Transactions on Automatic Control. 1971. Vol. 16. Issue 6. Pp. 621–634.

11. Хлебников М.В., Щербаков П.С., Честнов В.Н. Задача линейно-квадратичного управления: I. Новое решение // Автоматика и телемеханика. 2015. № 12. С. 65–79. DOI: 10.1134/S0005117915120048.

12. Баландин Д.В., Коган, М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. Москва: Физматлит, 2007. 280 с.

13. Penrose R. A generalized inverse for matrices // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1955. Vol. 51. issue 3. Pp. 406–413.

14. Penrose R. On best approximate solutions of linear matrix equations. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1956. Vol. 52. Issue 1. Pp. 17–19.

15. Kalman R., Ho Y., Narendra K. Controllability of linear dynamical systems. Contribution to Differential Equations. Vol. 1, Wiley, New York, 1962. Pp. 189–213.

16. Beutler F.J., Root W.L. The operator pseudoinverse in control and systems identification. Computer, Information & Control Engineering Program. The University of Michigan, 1973. 111 p.

17. Golub G.H., Reinsch C. Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions. In: Handbook for Automatic Computation. Vol. II – Linear Algebra. Springer-Verlag, 1971. Pp. 134–151.

18. Пат. 2775514, Российская Федерация, МПК G05B 13/02. Система управления по состоянию объекта управления с наблюдателем и регулятором состояния / П.А. Безмен; заявитель и патентообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ). № 2021127025; заявл. 14.09.2021; опубл. 04.07.2022, Бюл. № 19. 26 с.

19. Пат. 2747199, Российская Федерация, МПК H03H 17/04, H03H 21/00. Цифровой фильтр для нестационарных сигналов / П.А. Безмен; заявитель и патентообладатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ). № 2020122203; заявл. 05.07.2020; опубл. 29.04.2021, Бюл. №13. 20 с.

20. Безмен П.А. Исследование работы расширенного фильтра Калмана, дополненного адаптивным цифровым фильтром, для комплексирования данных системы управления мобильным роботом // Известия Юго-Западного государственного университета. 2020. № 24(1). С. 68–89. DOI: 10.21869/2223-1560-2020-24-1-68-89.

21. Безмен П.А. Комплексирование данных системы управления мобильным гусеничным роботом // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2022. № 3. С. 89–102. DOI: 10.34031/2071-7318-2021-7-3-89-102.

22. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2022663792 Российской Федерация. Набор библиотек «РФК-АЦФ-АРС» реализации системы управления состоянием объекта / П.А. Безмен; заявитель и правообладатель П.А. Безмен. № 2022662272; заявл. 01.07.2022; опубл. 20.07.2022, Бюл. 7. Реестр программ для ЭВМ. 1 с.

Информация об авторах

Безмен Петр Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры механики, мехатроники и робототехники. E-mail: pbezmen@yahoo.com. Юго-Западный государственный университет. Россия, 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94.

Поступила 5.09.2022 г.

© Безмен П.А., 2023

Bezmen P.A.

Southwest State University
E-mail: pbezmen@yahoo.com

A CONTROL SYSTEM ON A CONTROLLED OBJECT STATE WITH AN OBSERVER AND A STATE REGULATOR

Abstract. The paper proposes the model of a control system based on the controlled object state. The model includes a state observer and a state controller. The reference signal for this control system is the required values of the controlled object state variables. As a state observer of a controlled object in the control system model, the system "extended Kalman filter - adaptive digital filter" (the EKF-ADF system) is used. The structure and operation principle of the control system state controller are described. The adaptive algorithm of the control system state controller is presented.

The control system state controller with the adaptive algorithm uses the output data of the EKF-ADF system to form the controller output (error) vector. The output data consist of the state estimation vector performed by the EKF of the EKF-ADF system and the vector of the corrected state estimation performed by the ADF of the EKF-ADF system. The adaptive algorithm of the control system state controller takes into account the output data of the EKF-ADF system in such a way as to form the most reliable state controller output vector.

To confirm the effectiveness of the considered control system, the control process numerical simulation results of a mobile robot with a caterpillar mover are presented: the proposed control system simulation results are compared with the simulation results of the control system that uses the EKF as a state observer.

The combination of the state observer and the state regulator as part of the proposed control system makes it possible to control dynamic objects with state variables which are inaccessible to direct measurement and have non-periodic external disturbances.

Keywords: control system, robotics, extended Kalman filter, adaptive digital filter, state observer, state controller.

REFERENCES

1. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82 (1). Pp. 35–45. DOI: 10.1115/1.3662552
2. Kalman R.E., Busy R.S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Journal of Basic Engineering. 1961. Vol. 83 (1). Pp. 95–108. DOI: 10.1115/1.3658902
3. Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software. John Wiley & Sons, 2001. 584 p.
4. Pevzner L.D. Theory of control systems [Teoriya sistem upravleniya]. Moscow: Publishing house of the Moscow State Mining University, 2002. 472 p. (rus.).
5. Gyorgy K. The LQG Control Algorithms for Nonlinear Dynamic Systems. Procedia Manufacturing. Vol. 32. 2019. Pp. 553–563. DOI: 10.1016/j.promfg.2019.02.252
6. Bezmen P.A. The Kalman filter algorithm for data fusion of a mobile robot control system [Algoritm fil'tra Kalmana dlya kompleksirovaniya dannykh v sisteme upravleniya mobil'nym robotom]. Fundamental and applied problems of engineering and technology. 2019. No. 3. Pp. 82–87. (rus.)
7. Bezmen P.A. Integration of Mobile Robot Control System Data Using the Extended Kalman Filter [Kompleksirovaniye dannykh sistemy upravleniya mobil'nym robotom s ispol'zovaniyem ras-shirennogo fil'tra Kalmana]. Proceedings of the Southwest State University. 2019. No. 2. Pp. 53–64. DOI: 10.21869/2223-1560-2019-23-2-53-64 (rus.)
8. Bryson A.E., Ho Yu-Chi. Applied optimal control theory [Prikladnaya teoriya optimal'nogo upravleniya]: Translation from English. Moscow: Mir, 1972. 544 p.
9. Simaan M. A note on the stabilizing solution of the algebraic Riccati equation. International Journal of Control. 1974. Vol. 20. No. 2. Pp. 239–241.
10. Willems J.S. Least Squares Stationary Optimal Control and the Algebraic Riccati Equation. IEEE Transactions on Automatic Control. 1971. Vol. 16. issue 6. Pp. 621–634.
11. Khlebnikov M.V., Shcherbakov P.S., Chestnov V.N. Linear-quadratic regulator: I. A new solution [Zadacha lineynno-kvadraticnogo upravleniya: I. Novoye resheniye]. Automation and Remote Control. 2015. No 12. Pp. 65–79. DOI: 10.1134/S0005117915120048. (rus.)
12. Balandin D.V., Kogan, M.M. Synthesis of control laws based on linear matrix inequalities [Sintez zakonov upravleniya na osnove lineynykh matrichnykh neravenstv]. Moscow: Fizmatlit, 2007. 280 p. (rus.)

13. Penrose R. A generalized inverse for matrices. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1955. Vol. 51. Issue 3. Pp. 406–413.

14. Penrose R. On best approximate solutions of linear matrix equations. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1956. Vol. 52. issue 1. Pp. 17–19.

15. Kalman R., Ho Y., Narendra K. Controllability of linear dynamical systems. *Contribution to Differential Equations*. Vol. 1, Wiley, New York, 1962. Pp. 189–213.

16. Beutler F.J., Root W.L. The operator pseudoinverse in control and systems identification. *Computer, Information & Control Engineering Program*. The University of Michigan, 1973. 111 p.

17. Golub G.H., Reinsch C. Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions. In: *Handbook for Automatic Computation*. Vol. II – Linear Algebra. Springer-Verlag, 1971. Pp. 134–151.

18. Bezmen P.A. Control system based on the state of the control object with an observer and a state controller. Patent RF, no. 2775514, 2022.

19. Bezmen P.A. Digital filter for non-stationary signals. Patent RF, no. 2747199, 2021.

20. Bezmen P.A. Investigation of the Operation of the Extended Kalman Filter Supplemented by an Adaptive Digital Filter for Integrating Data from a Mobile Robot Control System [Issledovaniye raboty rasshirennogo fil'tra Kalmana, dopolnennogo adaptivnym tsifrovym fil'trom, dlya kompleksirovaniya dannykh sistemy upravleniya mobil'nym robotom]. *Proceedings of the Southwest State University*. 2020. No. 24(1). Pp. 68–89. DOI: 10.21869/2223-1560-2020-24-1-68-89. (rus.)

21. Bezmen P.A. An integration of a mobile tracked robot control system data [Kompleksirovaniye dannykh sistemi upravleniya mobil'nym gusenichnym robotom]. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2022. No. 3. Pp. 89–102. DOI: 10.34031/2071-7318-2021-7-3-89-102. (rus.)

22. Bezmen P.A. A set of libraries "EKF-ADF-ASR" for the implementation of the object state control system. Certificate RF of state registration of the computer program, no. 2022663792, 2022.

Information about the authors

Bezmen, Petr A. PhD, Assistant professor. E-mail: pbezmen@yahoo.com. Southwest State University. Russia, 305040, Kursk, st. 50 let Oktyabrya, 94.

Received 5.09.2022

Для цитирования:

Безмен П.А. Система управления по состоянию объекта управления с наблюдателем и регулятором состояния // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2023. № 1. С. 102–120. DOI: 10.34031/2071-7318-2022-8-1-102-120

For citation:

Bezmen P.A. A control system on a controlled object state with an observer and a state regulator. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2023. No. 1. Pp. 102–120. DOI: 10.34031/2071-7318-2022-8-1-102-120