

Воробьев Н. Д., канд. техн. наук, доц.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

УРАВНЕНИЕ КИНЕТИКИ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ ПО УДЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

vnd@intbel.ru

Предложено уравнение кинетики измельчения – изменения удельной поверхности измельчаемых материалов с течением времени, отличающегося от известных уравнений введением третьего параметра уравнения – предельной (теоретически достижимой) удельной поверхности. Разработана методика определения параметров предложенного уравнения кинетики по результатам экспериментальных исследований. Приведены результаты расчетов для футеровки типа БРОПЭКС.

Ключевые слова: измельчение, удельная поверхность, уравнение кинетики.

Существует ряд технологических процессов, целью которых является получение конечного продукта с максимальной или наперед заданной удельной поверхностью. В этом случае исследование процесса измельчения путем анализа гранулометрического состава продуктов измельчения позволяет определить требуемые характеристики процесса только опосредованно. Тем более что одну и ту же удельную поверхность могут иметь измельченные материалы с разными гранулометрическими составами.

Для описания кинетики процесса измельчения предложено несколько уравнений, наибольшее распространение из которых получило показательное уравнение А.А. Товарова [1]:

$$R = R_0 e^{-kt^m}, \quad (1)$$

где R_0 и R – начальный (исходный) и в момент времени t (через промежуток времени t от начала процесса измельчения) суммарные остатки продукта измельчения на контрольном сите, измеряются обычно в долях единицы или в процентах; k и m – параметры, характеризующие свойства измельчаемого материала и конкретные условия процесса измельчения.

Использование уравнения кинетики (1) при проведении экспериментальных и промышленных исследований вызывает определенные трудности, поскольку при анализе влияния входных факторов на величину R необходимо сравнивать значения параметра k для различных значений входных факторов, и значения параметра m , но если параметр m – величина безразмерная, то параметр k – нет. Как следует из вида уравнения (1), параметр k , для того чтобы показатель экспоненты был безразмерным, должен иметь размерность (мин)^{- m} , и это притом, что m является величиной переменной.

Кроме того, использование уравнения (1) для оценки влияния входных факторов на величину R в координатах $\lg(\lg R) - \lg t$, как это принято в инженерных расчетах, не очень наглядно. Изменение величины параметра k приводит к параллельному переносу прямой ки-

нетики, а изменение m – к переносу и одновременно повороту. Удобнее было бы параллельный перенос и поворот разделить.

По вышеизложенным причинам для описания кинетики процесса измельчения был выбран следующий вид уравнения кинетики [2]:

$$R = R_0 e^{-(t/t')^m}, \quad (2)$$

в котором параметр m является величиной безразмерной, а параметр t' имеет размерность времени.

Если требования к продукту измельчения не сводятся только к достижению остатка на каком-то одном контрольном сите, в цементной промышленности (и не только в цементной) для описания гранулометрического состава измельченных материалов используется уравнение Розина–Раммлера [3,4]

$$R = e^{-(d/d')^n}, \quad (3)$$

где R – суммарный выход (в долях единицы) класса крупнее d ; d' и n – параметры, значения которых зависят от свойств измельчаемого материала и условий измельчения.

Уравнение (3), для получения характеристик продукта измельчения, должно использоваться совместно с уравнением (2) отдельно для каждой фракции, что приводит к необходимости использования очень большого объема математических вычислений.

В связи с вышеизложенным и была поставлена задача о разработке другого уравнения кинетики. Это уравнение должно описывать зависимость удельной поверхности продукта измельчения S от времени без определения гранулометрического состава (по результатам экспериментальных исследований).

С помощью такого уравнения, выполнив предварительно экспериментальные исследования (лабораторные или промышленные) при различных условиях процесса измельчения, меняя конструктивные и/или технологические входные параметры, можно, определив параметры уравнения, оптимизировать в каком-либо смысле процесс измельчения.

Поскольку остатки на ситах с течением времени измельчения убывают экспоненциально, то такой же должна быть и зависимость удельной поверхности от времени, только стремиться она должна не к нулю, а к некоторой максимально возможной (или достижимой теоретически) величине. И должна возрастать с течением времени измельчения. Указанным требованиям удовлетворяет предлагаемая функция следующего вида:

$$S = S_m + (S_0 - S_m) e^{-\left(\frac{t}{t'_s}\right)^p}, \quad (4)$$

где S – удельная поверхность продукта измельчения в момент времени t ; S_m – предельная (теоретически достижимая) удельная поверхность; S_0 – удельная поверхность исходного материала; t'_s и p – параметры, характеризующие свойства измельчаемого материала и условия измельчения.

Действительно, при $t = 0$ имеем

$$\begin{aligned} S &= S_m + (S_0 - S_m) e^{-\left(\frac{0}{t'_s}\right)^p} = \\ &= S_m + (S_0 - S_m) \cdot 1 = S_0, \end{aligned} \quad (5)$$

а при $t \rightarrow \infty$ получаем

$$\begin{aligned} S &= S_m + (S_0 - S_m) e^{-\left(\frac{\infty}{t'_s}\right)^p} = \\ &= S_m + (S_0 - S_m) \cdot 0 = S_m. \end{aligned} \quad (6)$$

Определить значения параметров t'_s и p по результатам экспериментальных исследований можно, используя метод наименьших квадратов, так же, как определяются параметры t' и m в уравнении кинетики (2). Поскольку вывод формул аналогичен, приведем здесь окончательные выражения:

$$\begin{aligned} p &= \frac{m\sigma_{xy} - \sigma_x\sigma_y}{n\sigma_{x^2}\sigma_y - \sigma_x^2}, \\ t'_s &= \exp\left(-\frac{\sigma_{x^2}\sigma_y - \sigma_x\sigma_{xy}}{n\sigma_{xy} - \sigma_x\sigma_y}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sum_{i=1}^n \ln t_i, \\ \sigma_y &= \sum_{i=1}^n \ln \ln \frac{S_0 - S_m}{S_i - S_m}, \\ \sigma_{xy} &= \sum_{i=1}^n \ln t_i \cdot \ln \ln \frac{S_0 - S_m}{S_i - S_m}, \\ \sigma_{x^2} &= \sum_{i=1}^n \ln^2 t_i. \end{aligned} \quad (8)$$

В формулах (7) и (8) n – количество измерений величины удельной поверхности (кроме измерения начальной удельной поверхности S_0), t_i – моменты времени проведения измерений (продолжительность времени измельчения до момента измерения), S_i – величины измеренных значений удельной поверхности в моменты времени t_i .

Однако, если в случае с уравнением кинетики получение аналитического описания экспериментальных данных на этом заканчивалось, и можно было переходить к исследованию процессов измельчения с использованием полученных уравнений, то в рассматриваемом случае это не так.

Дело в том, что в уравнении (4) не два, как в уравнении (2) – t' и m , или в уравнении (3) – d' и n , а три параметра, подлежащих определению по результатам экспериментальных исследований: t'_s , p и S_m – предельная (теоретически достижимая) удельная поверхность, которая заранее неизвестна.

Вычислить параметр S_m (по результатам экспериментальных исследований) можно из условия минимизации Σ_2 – суммы квадратов отклонений расчетных (теоретических) значений от экспериментальных:

$$\Sigma_2 = \sum_{i=1}^n \left[S_m + (S_0 - S_m) e^{-\left(\frac{t_i}{t'_s}\right)^p} - S_i \right]^2. \quad (9)$$

В реальных исследованиях экспериментальные данные, как правило, не соответствуют точно никакому (относительно простому) уравнению, в том числе и вида (4). Значит, значение Σ_2 не обращается в ноль ни при каких наборах значений параметров p , t'_s , S_m , и наилучшим выбором в этом случае будет тот, при котором сумма квадратов отклонений Σ_2 минимальна.

Минимум Σ_2 может быть определен из условия

$$\frac{\partial \Sigma_2}{\partial S_m} = 0. \quad (10)$$

Поскольку значения параметров p и t'_s зависят, при расчетах по предлагаемой методике, от величины параметра S_m , т. е. являются функциями $p(S_m)$ и $t'_s(S_m)$, вычисление производной $\frac{\partial \Sigma_2}{\partial S_m}$, не представляя сложной

математической задачи, тем не менее, довольно громоздко, поэтому здесь приводим только окончательные формулы.

$$\frac{\partial \Sigma_2}{\partial S_m} = 2 \sum_{i=1}^n \left(S_m + (S_0 - S_m) e^{-\left(\frac{t_i}{t'_s}\right)^p} - S_i \right) \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{t_i}{t'_s}\right)^p} + (S_0 - S_m) \cdot \frac{\partial e^{-\left(\frac{t_i}{t'_s}\right)^p}}{\partial S_m} \right), \quad (11)$$

где

$$\frac{\partial e^{-\left(\frac{t_i}{t'_s}\right)^p}}{\partial S_m} = -e^{-\left(\frac{t_i}{t'_s}\right)^p} \frac{\partial}{\partial S_m} \left(\frac{t_i}{t'_s} \right)^p, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial S_m} \left(\frac{t_i}{t'_s} \right)^p = \left(\frac{t_i}{t'_s} \right)^p \left(\ln \frac{t_i}{t'_s} \cdot \frac{\partial p}{\partial S_m} - \frac{p}{t'_s} \frac{\partial t'_s}{\partial S_m} \right).$$

В формулах (11), (12)

$$\frac{\partial p}{\partial S_m} = \frac{1}{n\sigma_{x^2} - \sigma_x^2} \left(n \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial S_m} - \sigma_x \frac{\partial \sigma_y}{\partial S_m} \right), \quad (13)$$

$$\frac{\partial t'_s}{\partial S_m} = \frac{t'_s (n\sigma_{x^2} - \sigma_x^2)}{(n\sigma_{xy} - \sigma_x \sigma_y)^2} \left(\sigma_{xy} \frac{\partial \sigma_y}{\partial S_m} - \sigma_y \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial S_m} \right), \quad (14)$$

где, в свою очередь, в соответствии с формулами (8),

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial S_m} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{S_0 - S_m} \cdot \frac{S_0 - S_i}{(S_0 - S_m) \cdot (S_i - S_m)}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial S_m} = \sum_{i=1}^n \frac{\ln t_i}{\ln \frac{S_0 - S_m}{S_i - S_m}} \cdot \frac{S_0 - S_i}{(S_0 - S_m) \cdot (S_i - S_m)}. \quad (16)$$

Таким образом, суть методики состоит в определении такого значения S_m , при котором

производная $\frac{\partial \Sigma_2}{\partial S_m}$ для заданных (экспериментально определенных) величин входных факторов S_0 , t_i и S_i обращается в ноль. Вычисленные для этого значения S_m величины параметров p и t'_s , (формулы (7), (8)) вместе с найденным значением S_m , и дают наилучшее (для выбранного вида уравнения) аналитическое описание результатов экспериментальных исследований.

Поскольку решение уравнения (10) в явном виде если и возможно, то весьма и весьма громоздко, была составлена компьютерная программа расчета параметров p , t'_s и S_m .

С использованием составленной программы были рассчитаны параметры уравнения кинетики (4) по данным экспериментальных исследований для различных типов футеровок из прокатных элементов БРОПЭКС [5].

Исследовались пять типов футеровок из прокатных элементов 1Ц, 2Ц и 3Ц (рис. 1)..

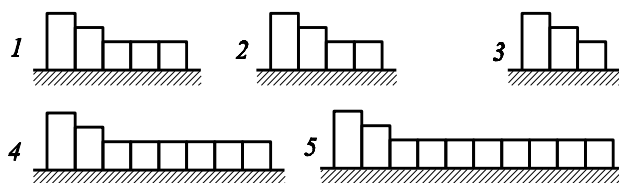


Рис. 1. Исследуемые типы футеровок из прокатных элементов БРОПЭКС

Для каждого типа футеровки были выполнены экспериментальные исследования по кинетике измельчения на лабораторной установке периодического действия. Измельчению подвергался клинкер вращающихся печей. Начальная удельная поверхность измельчаемого материала (легкоразмалываемый клинкер) во всех экспериментах одинакова – 90 м²/кг. В табл. приведены экспериментальные и расчетные данные.

Таблица 1

Время измельчения, мин	Удельная поверхность, м ² /кг									
	Тип футеровки									
	1		2		3		4		5	
	Э	Т	Э	Т	Э	Т	Э	Т	Э	Т
20	92	94	125	130	94	97	122	123	119	123
40	228	140	250	221	229	157	229	217	239	213
60	301	266	336	320	321	285	328	316	328	314
80	374	398	385	396	378	383	381	377	381	388
100	393	443	416	442	381	408	401	402	401	426
120	447	446	470	465	409	409	409	408	444	441
Расчетные значения параметров уравнения кинетики										
p	3,73		1,91		3,41		2,19		2,10	
t'_s	66,58		63,58		61,07		54,61		60,32	
S_m	447,00		478,4		409,0		409,2		446,2	

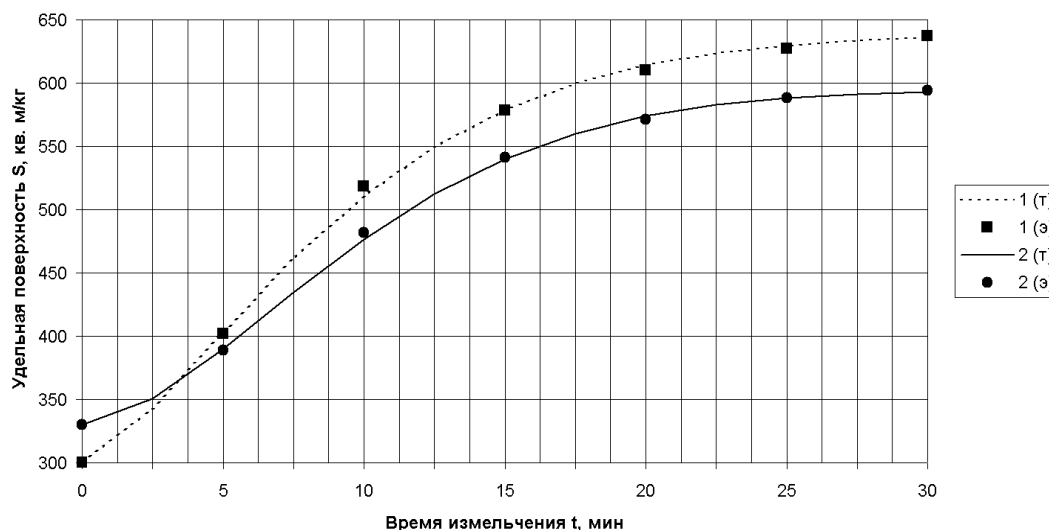


Рис. 2. Экспериментальные (э) и расчетные (т) значения удельной поверхности

Вычисленные по экспериментальным данным значения параметров уравнения кинетики p , t'_s и S_m приведены в нижней части таблицы. В таблице буквами "Э" и "Т" обозначены, соответственно, экспериментальные и теоретические (рассчитанные по уравнению (4)) значения.

Также были проведены вычисления параметров уравнения кинетики на основании результатов экспериментальных исследований по измельчению многокомпонентного вяжущего (от начальной удельной поверхности $300 \text{ м}^2/\text{кг}$) и портландцемента (от начальной удельной поверхности $330 \text{ м}^2/\text{кг}$) [6]. На рис.2 маркерами отмечены экспериментальные данные, соответствующие кривые – рассчитанные по уравнению кинетики. Для многокомпонентного вяжущего (кривая 1) значения параметров уравнения кинетики получились следующими: $p = 1,42$, $t'_s = 10,23$, $S_m = 639$. Для портландцемента (кривая 2) – $p = 1,65$, $t'_s = 11,39$, $S_m = 595$.

Максимальные отклонения расчетных значений от экспериментальных в обоих случаях наблюдаются при $t = 10$ мин. Для первой кривой оно составляет около 1 %, для второй – около 1,5 % от экспериментальных значений, что свидетельствует о высокой степени приближения экспериментальных данных уравнением (4).

При измельчении материалов в различных условиях (изменяя регулируемые параметры), используя уравнение (4), можно решать задачи оптимизации процесса измельчения. Например, получение измельченного материала с заданной удельной поверхностью при заданной производительности установки и минимальным удельным расходом электроэнергии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андреев, С.Е. Закономерности измельчения и исчисление характеристик гранулометрического состава / С.Е. Андреев, В.В. Товаров, В.А. Перов. – М.: Гос. науч.-тех. изд-во литературы по черной и цветной металлургии, 1959. – 438 с.
2. Богданов, В.С. Синтез и анализ уравнения кинетики при измельчении материалов в условиях поперечно-продольного движения мелющих тел / В.С. Богданов, Н.Д. Воробьев, Н.С. Богданов и др. // Цемент. – 1988. – № 2. – С. 13–15.
3. Кузнецова, Т.В. Механоактивация портландцементных сырьевых смесей / Т.В. Кузнецова, Л.М. Сулименко // Цемент. – 1985. – № 4. – С. 20–21.
4. Пироцкий, В.З. Кинетика процесса и дисперсные характеристики при совместном помоле портландцементных клинкеров с высоким и низким содержанием алитовой фазы / В.З. Пироцкий, Г.М. Нилова // Повышение эффективности измельчения портландцементного клинкера и добавок: сб. науч. тр. – М.: 1983. – С. 3–16. (Тр. НИИцемента, вып. 73)
5. Воробьев, Н.Д. Моделирование процесса измельчения в мельницах с комбинированной футеровкой / Н.Д. Воробьев, Г.И. Чемеричко, А.Н. Щенников // Совершенствование техники и технологии измельчения материалов: сб. науч. тр. – Белгород: 1989. – С. 113–125.
6. Заурбеков, Ш.Ш. Утилизация бетонного и железобетонного лома / Ш.Ш. Заурбеков, С.А.Ю. Муртазаев, М.С. Сайдумов, М.А.В. Абдуллаев // Экология и промышленность России. – 2011. – Февраль. – С. 26–28.