

# МЕХАНИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ И МАШИНОСТРОЕНИЕ

Горшков П. С., аспирант,  
Несмеянов Н. П., канд. техн. наук, проф.  
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ КЛЮЧЕВОГО КОМПОНЕНТА ПРИ ПОЛУЧЕНИИ СУХИХ СТРОИТЕЛЬНЫХ СМЕСЕЙ

Gorshkov\_p@mail.ru

В статье описывается процесс изменения концентрации ключевого компонента сыпучего материала в спирально-лопастном смесителе.

**Ключевые слова:** спирально-лопастной смеситель, сухие строительные смеси, ключевой компонент, концентрация, диффузионная модель.

Сухие строительные смеси (ССС) являются неотъемлемой частью современного строительства. С их участием производится значительный объем строительных работ.

Свойства строительных смесей на основе цемента зависят от физико-химических и физико-механических характеристик используемых в смесях компонентов, а энергетические затраты – от характера их переработки. Поэтому производство цементных строительных смесей следует рассматривать как отдельную химико-технологическую систему, входящую в состав многоассортиментного производства различных строительных материалов и состоящую из различных подсистем, потребляющих для выпуска разнообразных смесей значительные количества различных видов сырья, топливно-энергетических ресурсов и т.п.

Достижение минимальных энергетических затрат при получении различных смесей возможно за счет решения вопросов в подсистеме формирования состава и стабилизации качества цементных строительных смесей, что является в настоящее время актуальной задачей.

Наряду с разработанными способами комплексного снижения энергетических затрат [1] при получении сухих строительных цементных смесей, заключающихся в сочетании рационального механического способа перемешивания и эксергетического анализа [2] цемента, необходимо изучить процесс изменения концентрации его в строительных смесях с использованием спирально-лопастного смесителя.

Этот процесс будем рассматривать в рамках диффузионной модели [3], которая соответствует потоку с поршневым движением материала (применительно к рассматриваемому смеси-

телю – это циркуляция материала (рис. 1.) в зоне 2), осложненная поперечным перемешиванием частиц сыпучего материала (применительно к рассматриваемому смесителю – это движение материала в радиальном направлении (зона 1, рис. 1)), подчиняющимся закону диффузии. Согласно выше сказанному основное уравнение изменения концентрации ключевого компонента смеси можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\bar{v}_z \cdot \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\bar{D}_r}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (1)$$

где  $C$  – концентрация ключевого компонента смеси;  $\bar{v}_z$  – среднее значение скорости циркуляции материала вдоль оси  $Oz$ ;  $\bar{D}_r$  – среднее значение коэффициента поперечного перемешивания смеси.

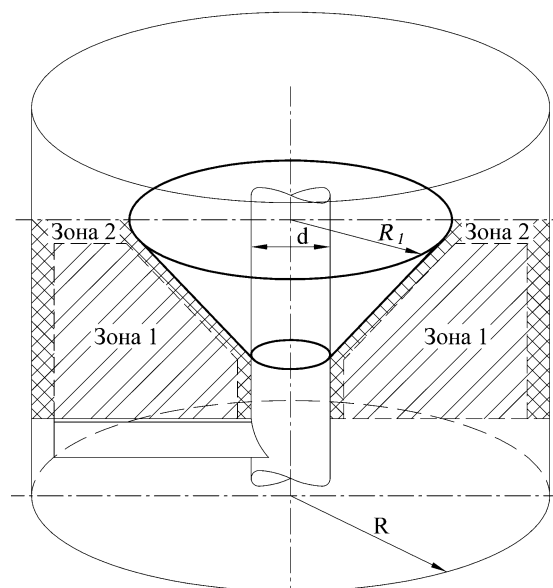


Рис. 1. Схема зон движения материала в спирально-лопастном смесителе

Вычислим среднее значение  $z$ -компоненты вектора скорости:

$$\bar{v}_z = \frac{1}{H_0 + \Delta z} \cdot \int_0^{H_0 + \Delta z} v_z dz \quad (2)$$

$$\bar{v}_z = \frac{1}{H_0 + \Delta z} \cdot \int_0^{H_0 + \Delta z} \sqrt{w^2 - 2 \cdot g \cdot z} dz = \frac{1}{3} \cdot \frac{w^3}{g \cdot H_0 + \Delta z} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2 \cdot g \cdot H_0 + \Delta z}{w^2} \right)^{3/2} \right] \quad (3)$$

Тогда за промежуток времени  $t$  при установившемся режиме циркуляции сыпучего материала вдоль оси  $Oz$  будет пройден путь  $2 \cdot z$ . Согласно сказанному можно записать:

$$2 \cdot z = t \cdot \bar{v}_z \quad (4)$$

С учетом (4) уравнение (1) можно привести к следующему виду:

$$3 \cdot \frac{dC}{dt} = \frac{\bar{D}_r}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \cdot \frac{dC}{dr} \right) \quad (5)$$

Коэффициент поперечного перемешивания сыпучего материала определим как произведение скорости движения материала вдоль ради-

$$\bar{D}_r = \frac{A \cdot \omega}{6 \cdot l} \cdot l^3 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{d}{2 \cdot l} \right)^3 - \left( \frac{d}{2 \cdot l} \right)^3 \right] \approx \frac{A \cdot \omega \cdot l^2}{6} \cdot \left( 1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l} \right) \quad (9)$$

Выражение (2) можно привести к следующему виду:

ального направления на величину пути, пройденного вдоль этого направления:

$$D_r = \frac{A}{2} \cdot \omega \cdot r^2 \quad (6)$$

где

$$A = \sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda > 0 \quad (7)$$

Если учесть, что

$$\frac{d}{l} \ll 1 \quad (8)$$

то согласно соотношению (8), с точностью до величины первого порядка малости, выражение (6) можно привести к следующему виду:

С учетом (9) уравнение (1) принимает следующий вид:

$$3 \cdot \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{A \cdot \omega \cdot l^2}{6} \cdot \left( 1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l} \right) \cdot \left[ \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial C}{\partial r} \right] \quad (10)$$

В уравнении (10) перейдем к безразмерным переменным, согласно следующим соотношениям:

$$\varphi = \omega \cdot t \quad (11)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{18}{A \cdot \left( 1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l} \right)}} \cdot \frac{r}{l} \quad (12)$$

С учетом соотношений (11) и (12) уравнение (10) принимает вид:

$$\frac{\partial C}{\partial \varphi} = \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial C}{\partial \xi} \quad (13)$$

Решение уравнения (13) будем искать в виде следующего соотношения:

$$C \varphi, \xi = T \varphi \cdot \Phi \xi \quad (14)$$

Подставив (14) в (13) получим:

$$\Phi \xi \frac{\partial T}{\partial \varphi} = T \varphi \cdot \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right] \quad (15)$$

Если в уравнение (16) разделить переменные, то получим следующее выражение:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{1}{\Phi} \cdot \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right] \quad (16)$$

Согласно соотношению (16) левая часть выражения зависит от  $\varphi$ , а правая часть только от переменной  $\xi$ . Данное соотношение может иметь смысл только в том случае, если левая и правая части уравнения (16) обращаются в некоторую постоянную величину. Согласно смыслу решаемой задачи функция (14) должна быть убывающей функцией при изменении своих переменных.

На основании сказанного выше можно получить два следующих уравнения:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -\lambda_0^2 \quad (17)$$

$$\frac{1}{\Phi} \cdot \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) = -\lambda_0^2 \quad (18)$$

Перепишем уравнение (18) в следующем виде:

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi_1^2} + \frac{1}{\xi_1} \cdot \frac{d\Phi}{d\xi_1} + \Phi = 0 \quad (19)$$

Решением дифференциального уравнения (19) является линейная комбинация цилиндрических уравнений:

$$\Phi \xi_1 = A_1 \cdot J_0 \xi_1 + A_2 \cdot Y_0 \xi_1 \quad (20)$$

где  $J_0(\xi_1)$  и  $Y_0(\xi_1)$  являются функциями Бесселя соответственно первого и второго рода. Графики данных функций  $J_0(\xi_1)$  и  $Y_0(\xi_1)$  представлены соответственно на рисунках 2 и 3.

Как следует из приведенных графиков, функция Бесселя является убывающей на интервале, здесь – первый корень функции Бесселя первого рода, а функция на этом же интервале является возрастающей функцией. В силу этого факта в соотношении (20) постоянной необходимо присвоить следующее значение:

$$A_2 = 0 \tag{21}$$

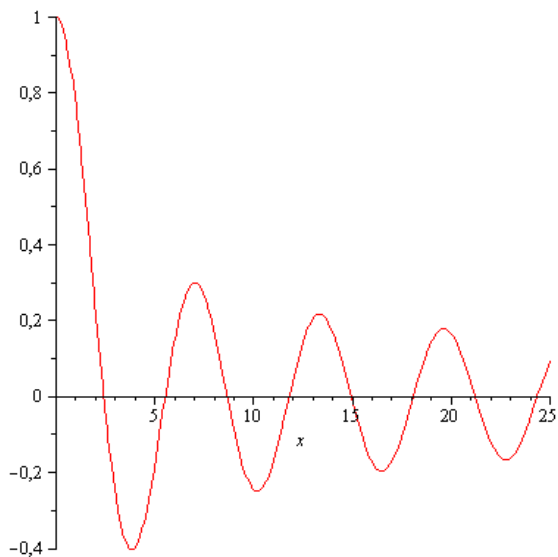


Рис. 2. График функции Bessel  $J_0(\xi_1)$

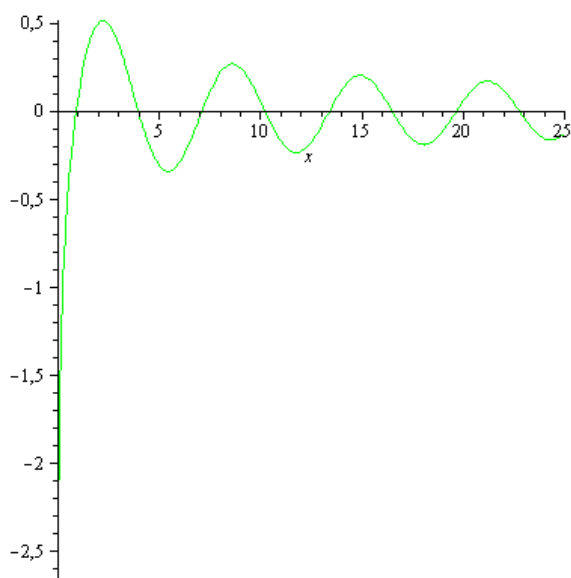


Рис. 3. График функции Bessel  $Y_0(\xi_1)$

$$C_{t,r} = C_0 \cdot \exp\left[-\frac{\psi_1^2 \cdot l^2 \cdot A \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l}\right)}{18 \cdot R^2} \cdot \omega \cdot t\right] \cdot J_0\left(\psi_1 \cdot \frac{r}{R}\right) \tag{30}$$

С учетом (21) соотношение (20) приводится к виду:

$$\Phi_{\xi_1} = A_1 \cdot Z_0 \xi_1 \tag{22}$$

С учетом вышесказанного, выражение (22) примет следующий вид:

$$\Phi_r = A_1 \cdot J_0\left(\lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{18}{A \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l}\right)}} \cdot \frac{r}{l}\right) \tag{23}$$

Для определения постоянной величины  $\lambda_0$  необходимо воспользоваться следующим граничным условием:

$$C_{r=R} = \Phi_{r=R} = 0 \tag{24}$$

Применение граничного условия (24) к (23) позволяет получить следующее уравнение:

$$A_1 \cdot J_0\left(\lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{18}{A \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l}\right)}} \cdot \frac{R}{l}\right) = 0 \tag{25}$$

В силу того что  $A_1 \neq 0$ , то на основании (25) получим:

$$\lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{18}{A \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l}\right)}} \cdot \frac{R}{l} = \psi_1 \tag{26}$$

Выразим  $\lambda_0$  из выражения (26):

$$\lambda_0 = \frac{\psi_1 \cdot l \cdot \sqrt{A \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l}\right)}}{3 \cdot \sqrt{2} \cdot R} \tag{27}$$

Подстановка (27) в (23) приводит к следующим результатам:

$$\Phi_r = A_1 \cdot Z_0\left(\psi_1 \cdot \frac{r}{R}\right) \tag{28}$$

Подстановка (27) позволяет получить соотношение:

$$T_{t,r} = T_0 \cdot \exp\left[-\frac{\psi_1^2 \cdot l^2 \cdot A \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l}\right)}{18 \cdot R^2} \cdot \omega \cdot t\right] \tag{29}$$

На основании выражений (28) и (29) соотношение (14) принимает следующий вид:

Постоянную  $C_0=A_I \cdot T_0$  можно определить, если исходить из следующего граничного условия:

$$C\left(t=0, r=\frac{d}{2}\right)=C_{\text{н}} \quad (31)$$

здесь  $C_i$  - начальное значение концентрации ключевого компонента смеси сыпучего материала. Применение (31) к (30) позволит получить:

$$C_{t,r} = \frac{C_{\text{н}}}{Z_0\left(\psi_1 \cdot \frac{d}{2 \cdot R}\right)} \cdot \exp\left(-\frac{\psi_1^2 \cdot l^2 \cdot A \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot d}{2 \cdot l}\right)}{18 \cdot R^2} \cdot \omega \cdot t\right) \cdot Z_0\left(\psi_1 \cdot \frac{r}{R}\right) \quad (33)$$

Таким образом, полученное соотношение (33) позволяет описать процесс изменения концентрации ключевого компонента сыпучего материала в спирально-лопастном смесителе в зависимости от конструктивных ( $l$ ,  $d$ ,  $R$ ) и технологических параметров ( $\lambda$ ,  $\omega$ ,  $t$ ) и найти распределение концентрации основного компонента сухой смеси в зависимости от времени и радиальной координаты.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горшков, П. С. Новые способы комплексного снижения энергетических затрат при получении сухих строительных цементных смесей / П.С. Горшков, Н.П. Несмеянов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова – 2012. – №2. – С. 49.

2. Горшков, П. С. Методика расчета продольной скорости циркуляции сыпучего материала в спирально-лопастном смесителе / П.С. Горшков, В.П. Воронов, Н.П. Несмеянов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова – 2012. – №4. – С. 88.

$$C_0 = \frac{C_{\text{н}}}{J_0\left(\psi_1 \cdot \frac{d}{2 \cdot R}\right)} \quad (32)$$

Подстановка полученного результата (32) в (30) позволяет получить следующее выражение, описывающее изменение концентрации ключевого компонента:

3. Лозовой, Н.М. Исследование процесса смешения в смесительно-помольном устройстве с изменяемой рабочей камерой с использованием современных компьютерных технологий / Н.М. Лозовой // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова – 2012. – №1. – С. 79.

4. Вердиян, М. А. Эксергетический анализ в задачах формирования состава и стабилизации качества цементных строительных смесей / Р. Т. Лукманов, А. М. Вердиян, Н. П. Несмеянов, Д. П. Селюк, В. Г. Пермяков – М.: Издательство МАСИ, 2006. – 86 с.

5. Макаров, Ю. И. Аппараты для смешения сыпучих материалов / Ю.И. Макаров. – М.: «Машиностроение», 1973. – 216 с.