ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Шаптала В. Г., д-р. техн. наук, проф.,
Радоуцкий В. Ю., канд. техн. наук, доц.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, КАК ИНСТРУМЕНТ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ

zchs@intbel.ru

Замена реальной ЧС ее воображаемым виртуальным образом – математической моделью дает возможность безболезненно, сравнительно быстро и с минимальными затратами исследовать все мыслимые сценарии возникновения и развития ЧС, а также прогнозировать ее последствия.

Ключевые слова: *чрезвычайная ситуация, математическая модель, адекватность, этапы моделирования, параметр модели, дисперсионный анализ, критерий Фишера.*

Характерные особенности чрезвычайных ситуаций (ЧС), такие как внезапность возникновения, быстрота развития, неполнота и неопределенность исходной информации, разнообразие и цепной характер последствий затрудняют использование для их изучения традиционных эмпирических методов.

В связи с этим, для анализа и прогнозирования чрезвычайных ситуаций все шире применяется математическое моделирование, которое является во многих случаях единственно допустимым, как, например, при экспертизе особо опасных природных или техногенных явлений.

Математической моделью ЧС называется система соотношений, уравнений, неравенств, геометрических понятий и т.д., которые в математической форме отображают, воспроизводят или имитируют наиболее важные особенности и свойства реальных опасных явлений с целью анализа и прогнозирования их возникновения, развития и последствий.

Особенности математической модели во многом определяются типом моделируемой ЧС. Все ЧС можно разделить на природные, техногенные и социально-политические.

К природным ЧС относятся такие стихийные бедствия, как землетрясения, извержения вулканов, цунами, наводнения, ураганы, лавины, оползни, засухи, лесные пожары и др.

Техногенные (технологические) ЧС связаны с авариями на энергетических и промышленных объектах, а также транспортные катастрофы, которые сопровождаются взрывами, пожарами, химическим и радиоактивным заражением территорий.

К социально-политическим ЧС относятся войны, пограничные конфликты, терроризм, диверсии, саботаж.

К комбинированным природно-техногенным и природно-социальным ЧС относятся просадки грунтов, эпидемии, эпизоотии (инфекционные заболевания животных), эпифитотии (инфекционные болезни сельскохозяйственных культур) и др.

Все перечисленные выше ЧС могут быть исследованы методами математического моделирования.

Создание математической модели ЧС включает в себя несколько этапов. Начальным этапом является содержательное описание ЧС, которое составляется на основе всех имеющихся о ней знаний, результатов натурных обследований сходных ситуаций, консультаций с экспертами, изучения справочной и специальной литературы.

На втором этапе выполняется формализация содержательного описания модели, математическая постановка задачи с указанием всех необходимых исходных данных и искомых величин.

На третьем этапе формализованная схема ЧС должна быть преобразована в ее математическую модель. Для этого всю имеющуюся информацию необходимо выразить с помощью соотношений, неравенств, уравнений, алгоритмов. Уравнения, входящие в модель, дополняются начальными и граничными условиями, а также неравенствами, определяющими область допустимых значений вычисляемых величин.

На четвертом этапе, исследуется сама модель. Путем проведения многовариантных расчетов изучаются свойства модели и ее поведение при различных условиях.

На следующем этапе модель применяется к описанию реальных ЧС. Путем сопоставления результатов вычислительных экспериментов с имеющимися опытными данными выполняется идентификация или уточнение параметров модели, ее тестирование, отладка и проверка адекватности.

После того, как адекватность модели, т.е. ее достаточное соответствие реальности, установлена, начинается использование модели для анализа и прогнозирования ЧС, происходящих в реальных условиях.

Схема построения математической модели приведена на рис. 1.

Необходимым условием получения достаточно точной и надежной математической модели ЧС является проверка ее адекватности.

Предположим, что математическая модель поражающего воздействия y некоторого фактора ЧС имеет вид:

$$y_x = \varphi(x, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_p), \tag{1.1}$$

где x – интенсивность этого фактора, θ_1, θ_2, …, θ_p – p параметров модели, которые предварительно задаются или определятся по опытным данным методом наименьших квадратов.

Рисунок 1. Схема построения математической модели

Проверка адекватности математической модели осуществляется путем сравнения модельных (расчетных) значений y_{xi} с эмпирическими значениями y_i, найденными на m различных уровнях независимой переменной x_i, где $i = 1, 2, \ldots, m$.

Простейшей предварительной мерой соответствия математической модели реальной ситуации является относительное среднее квадратическое отклонение расчетных данных от опытных:

$$\tilde{\Delta} = \frac{S_e}{\bar{y}}, \tag{1.2}$$

где $\bar{y} = \left(\sum_{i=1}^{m} y_i \right) \Big/ m$ – среднее значение опытных данных,

$$S_e = \sqrt{\frac{Q_e}{m-p}}, \quad Q_e = \sum_{i=1}^{m} (y_i - y_{xi})^2, \tag{1.3}$$

p – число параметров модели.

Удовлетворительным можно считать значение $\tilde{\Delta} \le 0{,}1 - 0{,}2$.

Более полную оценку адекватности математической модели можно получить с помощью критерия Вилкоксона-Манна-Уитни. Для проверки гипотезы о статистической однородности выборок модельных y_{xi} и эмпирических значений исследуемой характеристики ЧС из этих выборок составляется общий вариационный ряд и подсчитывается величина

$$S = \sum_{i=1}^{m} R_i, \tag{1.4}$$

где R_i – ранги, т.е. порядковые номера экспериментальных значений y_i в общем вариационном ряде.

При объемах выборок $m > 8$ распределение случайной величины S близко к нормальному распределению с параметрами:

$$m_S = \frac{m(2m+1)}{2}, \quad \sigma_S = \sqrt{\frac{m^3}{6}}. \qquad (1.5)$$

При уровне значимости α = 0,05 критическая область для гипотезы об однородности теоретической и экспериментальных выборок определяется неравенствами:

$$S \le m_S - 1{,}96\sigma_S, \quad S \ge m_S + 1{,}96\sigma_S. \qquad (1.6)$$

Если значение S не попадает в критическую область, то обе выборки однородны, т.е. принадлежат одной и той же генеральной совокупности и поэтому математическую модель следует признать адекватной.

Если условия позволяют на каждом из m уровней независимой переменной x выполнить по n параллельных опытов (наблюдений), результаты которых образуют матрицу наблюдений (y_{ij}), то появляется возможность выполнить дисперсионный анализ расчетных и эмпирических данных. Для этого на каждом уровне независимой переменной x_i вычислим групповые средние значения y_i:

$$y_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_{ij}}{n}, \qquad (1.7)$$

по которым найдем общее среднее значение $\bar{y}$:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{m} y_i}{m} \qquad (1.8)$$

и заполним таблицу результатов дисперсионного анализа (табл. 1).

Таблица 1

Результаты дисперсионного анализа расчетных и эмпирических данных

Составляющие дисперсии	**Суммы квадратов**	**Числа степеней свободы**	**Средние квадраты**
Общая	$Q = \sum_{i=1}^{m} (y_i - \bar{y})^2$	$f = m - 1$	$S^2 = \frac{Q}{m-1}$
Дисперсия воспроизводимости опытных данных	$Q_{воспр} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - y_i)^2$	$f_{воспр} = m(m-1)$	$S^2_{воспр} = \frac{Q_{воспр}}{m(m-1)}$
Дисперсия, обусловленная моделью	$Q_R = \sum_{i=1}^{m} (y_{xi} - \bar{y})^2$	$f_R = p - 1$	$S^2_R = \frac{Q_R}{p-1}$
Остаточная дисперсия	$Q_e = \sum_{i=1}^{m} (y_i - y_{xi})^2$	$f_e = m - p$	$S^2_e = \frac{Q_e}{m-p}$

Прогностическую способность математической модели можно оценить с помощью коэффициента детерминации:

$$R^2 = \frac{Q_R}{Q}. \qquad (1.9)$$

Если величина R^2 близка к единице, то математическая модель удовлетворительно описывает зависимость исследуемой характеристики ЧС от независимой переменной x.

Проверка соответствия математической модели реальной ЧС выполняется с помощью критерия Фишера. Если выполняется условие:

$$F = \frac{S^2_{воспр}}{S^2_e} > F_{\alpha;\, f_{воспр};\, f_e}, \qquad (1.10)$$

где $F_{\alpha;\, f_{воспр};\, f_e}$ – табличное значение критерия Фишера, то модель на уровне значимости α следует признать адекватной.

Одна и та же ЧС может быть описана различными моделями. Это связано не только с различной степенью детализации и точности исследования, но и с многообразием типов математических моделей.

По типу используемых математических средств различают линейные и нелинейные, детерминированные и стохастические, дискретные и непрерывные, стационарные и нестационарные и другие типы моделей.

По способу представления объекта моделирования модели можно разделить на концептуальные, структурные, функциональные, параметрические и другие типы.

Концептуальная модель – это идеализированная умозрительная схема моделируемой ситуации или процесса, основанная на определенном способе понимания или трактовки явления. При построении концептуальной модели используются готовые структурные элементы, понятия и методы, разработанные в механике, физике, химии и других фундаментальных науках. Например, при моделировании взрыва конденсированных взрывчатых веществ в открытом пространстве в качестве концепции был принят широко используемый в механике закон подобия, согласно которому давление во фронте воздушной ударной волны является однозначной функцией приведенного расстояния $\overline{R} = R/\sqrt[3]{Q}$, где R – расстояние, м; Q – тротиловый эквивалент заряда взрывчатого вещества, кг. На основе этой концепции М.А. Садовский вывел свою формулу, которая является одной из основных математических моделей взрыва. Важным достоинством этой модели является возможность рассматривать с единой точки зрения взрывы различной природы и масштабов.

Структурные модели представляют моделируемое опасное явление как систему со своей структурой и механизмом функционирования. Необходимость построения именно такой модели возникает, например, при рассмотрении взрыва устройства оболочечного типа в ограниченном пространстве.

Функциональные модели ЧС не рассматривают внутренней структуры ситуации и механизма ее развития, а отражают только их внешние признаки, внешнее поведение, а также изменения ситуации под влиянием внешних воздействий. Такими являются, например, математические модели разрушительных воздействий природных стихий – землетрясений, вулканов, торнадо и других малоизученных опасных явлений.

Если коэффициенты математической модели ЧС являются не постоянными величинами, а параметрами, которые зависят от времени, пространственных координат и других факторов, то такие модели называются параметрическими. Такими являются модели эвакуации людей из зданий, модели пожаров в помещениях, модели лесных пожаров и др.

В настоящее время для моделирования ЧС все шире используются информационные и, в частности, нейросетевые технологии и данные космического зондирования земной поверхности. На этой основе разработаны геоинформационные системы (ГИС), предназначенные для оценки риска возникновения ЧС различных видов, анализа их развития и прогнозирования последствий опасных событий природного и техногенного характера. Созданы как локальные ГИС для обслуживания отдельных регионов, так и мощные системы общего назначения (разработки ВНИИ ГО и ЧС). Эти системы включают в себя:

1. Подсистему космического мониторинга (электронные топографические карты и средства работы с ними);

2. Базы данных о потенциально опасных объектах, имеющихся силах и средствах для ликвидации ЧС и их последствий, транспортной инфраструктуре и других данных;

3. Базы математических моделей развития ЧС природного и техногенного характера.

Главным достоинством ГИС является детальная цифровая, координатная и картографическая привязка опасных объектов, объектов инфраструктуры, учреждений, жилой застройки и так далее к местности, возможность учета рельефа и метеоусловий, что позволяет улучшить качество прогнозирования ЧС и повысить эффективность управления силами и средствами ликвидации их последствий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Акимов, В. А.* Основы анализа и управления риском в природной и техногенной сферах / В. А. Акимов, В. В. Лесных, Н. Н. Радаев. – М.: ЗАО «Деловой экспресс», 2004. – 437 с.

2. *Самарский, А. А.* Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры /А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.