

DOI: 10.12737/article_59cd0c5bd4bef4.35068893

*Захарова Л.В., канд. техн. наук, доц.,
Александровский М.В., канд. техн. наук, доц.*

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет

ОБ АЛГОРИТМЕ ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ РАСЧЕТА УПРУГОЙ НЕПОЛОГОЙ НИТИ С УЧЕТОМ ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ

AleksandrovskiyMV@mgsu.ru

В современном строительстве все более широкое применение получают висячие системы. Примерами таких систем могут служить висячие мосты, газо- и нефтепроводы, канатные дороги, покрытия промышленных и гражданских объектов. Отличительной особенностью работы приведенных систем является то, что возникающие в их конструктивных элементах усилия, носят преимущественно характер растяжения. Таким образом, актуальными становятся вопросы, связанные с расчетом элементов, у которых в качестве расчетной схемы может выступать нить.

Расчетные схемы основных элементов висячих систем могут быть представлены, как в виде жестких нитей, так и нитей, обладающих упругими свойствами. Многие задачи расчета пологих нитей уже решены, чего нельзя сказать о нитях с большой стрелой провеса, а ведь во многих случаях введение упрощений, связанных с пологостью, недопустимо. Аналитический расчет упругих непологих нитей представляет собой весьма сложную задачу вследствие геометрической нелинейности системы, но современный уровень развития вычислительной техники дает возможность применять для ее решения численные методы.

***Ключевые слова:** алгоритм расчёта, упругая непологая нить, изгибная жесткость, вариационный метод, метод последовательных нагружений, линейная матрица жесткости.*

Введение. Несмотря на разнообразие представленных в литературе методик для расчета гибких нитей они обычно не связаны между собой и используются для решения частных задач. Например, в работе [1] гибкая нить при расчете на сосредоточенные силы моделируется шарнирной цепью, состоящей из элементов с различными геометрическими параметрами, а в работе [2] для решения дифференциального уравнения равновесия непологой нерастяжимой нити используется обобщенный метод конечных разностей. В работах [3], [4] и [5] для расчета гибкой непологой нити применяется метод конечного элемента.

Как известно, любая гибкая нить в той или иной мере обладает изгибной жесткостью. Например, при расчете трубопроводных переходов в виде провисающих нитей, в которых сами трубы являются несущими элементами, в качестве расчетной модели нужно рассматривать нить конечной жесткости, то есть учитывать деформацию изгиба. Некоторые вопросы статического расчета пологих нитей с учетом изгибной жесткости уже решены и достаточно подробно изложены, например, в работе [6], [7] и [8], чего нельзя сказать о нитях с большой стрелой провеса.

В статье представлен алгоритм расчета конструктивного элемента в виде провисающей нити на действие вертикальных и горизонтальных со-

средоточенных и распределенных сил. В качестве расчетной схемы такого элемента может рассматриваться упругая непологая нить при расчете которой учитывается изгибная жесткость. Также, как и в работах [4] и [5], для решения поставленной задачи была использована вариационная версия метода конечного элемента [9], детально разработанная в [10]. Помимо вариационной версии метода конечного элемента, алгоритмом расчета предусматривается использование метода последовательных нагружений, что позволяет учитывать, только линейные составляющие в выражениях для продольной деформаций и кривизны.

Методология. Расчёт упругой нити с учетом изгибной жесткости можно разделить на два этапа. Обычно, на первом этапе проводится расчёт на действие собственного веса, а последующие этапы предусматривают расчет на усилия, вызванные дополнительной нагрузкой. Как известно нити делятся на работающие с изгибом и без изгиба от действия собственного веса. Примером первых являются сборно-монолитные железобетонные цилиндрические оболочки, а газо- и нефтепроводные переходы можно рассматривать как нити, работающие с изгибом, вызванным действием собственного веса. Для абсолютно гибкой нити решение этой задачи представлено в работе [11], а для нити работа, которой предусматривает учет изгибной жесткости в [12].

На втором этапе нить рассчитывается на

действие дополнительной вертикальной и горизонтальной распределенной нагрузки, а также вертикальных и горизонтальных сосредоточенных сил. Сохранение в выражениях для осевой деформации и кривизны только линейных составляющих на каждом шаге нагружения в конечном итоге приводит к линейной матрице жесткости, которая затем пересчитывается в соответствии с геометрическими и физическими характеристиками, соответствующими ее новому

очертанию.

На рис. 1 представлено начальное положение нити Γ^0 и два последовательных очертания Γ^I и Γ^J . Для каждого очертания имеются криволинейные координаты S^J связанные с глобальной системой координат X_i посредством θ_i^J – направляющих косинусов для дуги S^J по отношению к координатным направлениям X_i .

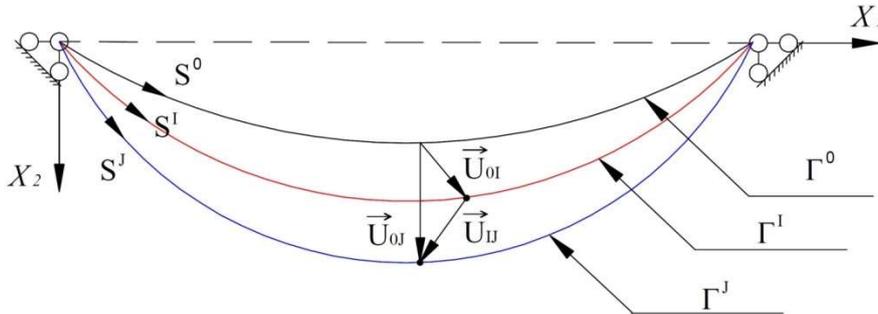


Рис. 1. Расчетные этапы положения нити

Основная часть. В соответствии с [10] основные вариационные уравнения при переходе от состояния I к состоянию J можно представить в виде:

$$\delta U^{JI} = \delta A^{JI}. \quad (1)$$

Здесь

$$\delta U^{JI} = \int_{S^I} \left\{ \sum_{i=1}^2 (T^J \theta_i^J - T^I \theta_i^I) \frac{dv_i}{ds^I} + \left[M^J \frac{d}{ds^I} \left(\frac{\theta_2^J}{1+\varepsilon^{JI}} \right) - M^I \frac{d\theta_2^I}{ds^I} \right] \frac{dv_1}{ds^I} - \left[M^J \frac{d}{ds^I} \left(\frac{\theta_1^J}{1+\varepsilon^{JI}} \right) - M^I \frac{d\theta_1^I}{ds^I} \right] \frac{dv_2}{ds^I} + \left[M^J \left(\frac{\theta_2^J}{1+\varepsilon^{JI}} \right) - M^I \theta_2^I \right] \frac{d^2 v_1}{ds^I{}^2} - \left[M^J \left(\frac{\theta_1^J}{1+\varepsilon^{JI}} \right) - M^I \theta_1^I \right] \frac{d^2 v_2}{ds^I{}^2} \right\} ds^I \quad (2)$$

$$\delta A^{JI} = \int_{S^I} \sum_{i=1}^2 q_i v_i ds^I + \sum_K (\sum_{i=1}^2 P_{i(K)} v_{i(K)}). \quad (3)$$

Здесь T^I и T^J – продольные усилия, а M^I и M^J – изгибающие моменты для очертаний I и J, соответственно, v_i ($i = 1, 2$) – возможные перемещения относительно осей X_i , $q_i = q_i^J - q_i^I$ – компоненты приращения распределённой нагрузки, а $P_{i(K)} = P_{i(K)}^J - P_{i(K)}^I$ – приращение сосредоточенных сил при переходе от очертания I к очертанию J.

Изменение физических и геометрических величин при переходе от очертания I к J и сохранении, только линейных составляющих можно представить в следующем виде:

$$T^J = T^I + EF\varepsilon^{JI}, M^J = M^I + EJ\chi^{JI}, \quad (4)$$

$$ds^J = (1 + \varepsilon^{JI}) ds^I, \varepsilon^{JI} = \theta_1^J \frac{du_1}{ds^I} + \theta_2^J \frac{du_2}{ds^I}, \quad (5a)$$

$$\theta_i^J = \theta_i^I + (\theta_j^I)^2 \frac{du_i}{ds^I} - \theta_i^I \theta_j^I \frac{du_i}{ds^I} \quad (i = 1, 2), \quad (5b)$$

$$\chi^{JI} = \frac{d\theta_2^J}{ds^I} \frac{du_1}{ds^I} - \frac{d\theta_1^J}{ds^I} \frac{du_2}{ds^I} + \theta_2^J \frac{d^2 u_1}{ds^I{}^2} - \theta_1^J \frac{d^2 u_2}{ds^I{}^2}. \quad (6)$$

Здесь ε^{JI} – продольная деформация, χ^{JI} – изменение кривизны, E – модуль упругости, F – площадь поперечного сечения, J – момент инерции u_i – действительные перемещения при переходе от очертания I к J.

Подставив (5) и (6) в (2), опустив индекс «I» и при этом сохраняя величины до второго порядка малости включительно, представим полученное выражение в тензорной форме:

$$\delta U^{JI} = \int_S \left[\frac{dv_i}{ds} B_{ij} \frac{du_i}{ds} + \frac{dv_i}{ds} C_{ij} \frac{du_j}{ds} + \frac{dv_i}{ds} D_{ij} \frac{d^2 u_j}{ds^2} + \frac{d^2 v_i}{ds^2} \widetilde{D}_{ij} \frac{du_j}{ds} + \frac{d^2 v_i}{ds^2} G_{ij} \frac{d^2 u_j}{ds^2} \right] ds, \quad (7)$$

Здесь

$$B_{ii} = T^I + (EF - T^I)\theta_i^2; B_{ij} = (EF - T^I)\theta_i\theta_j \quad (i = 1, 2), \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= EF \left(\frac{d\theta_2}{ds} \right)^2 - 2M^l \frac{d}{ds} (\theta_1 \theta_2); \quad C_{22} = EJ \left(\frac{d\theta_1}{ds} \right)^2 + 2M^l \frac{d}{ds} (\theta_1 \theta_2); \\
 C_{12} &= C_{21} = 2M^l \left(\theta_1 \frac{d\theta_1}{ds} - \theta_2 \frac{d\theta_2}{ds} \right) - EJ \frac{d\theta_1}{ds} \frac{d\theta_2}{ds}, \\
 D_{11} &= -D_{22} = EJ\theta_2 \frac{d\theta_2}{ds} - 2M^l \theta_1 \theta_2, \quad D_{ij} = M^l (\theta_1^2 - \theta_2^2) - EJ\theta_i \frac{d\theta_j}{ds}, \quad \bar{D}_{ii} = D_{ii}, \quad \bar{D}_{ij} = D_{ji}, \\
 G_{ii} &= EJ\theta_j^2; \quad G_{ij} = -EJ\theta_i \theta_j \quad (i = 1, 2). \tag{9}
 \end{aligned}$$

Для построения решения вариационного уравнения нить Γ^l разбивается на N криволинейных элементов длиной h_e , каждый из которых ограничивается узловыми точками $(K - 1)$ и (K) . Номер элемента определяется номером правого узла.

В представленном ниже решении действительные и возможные перемещения, а также их первые производные непрерывны во всех узловых точках, а остальные величины непрерывны в

пределах каждого элемента, но могут иметь скачки на его границах. Сосредоточенные силы располагаются только в узловых точках граничащих элементов.

В рассматриваемой задаче перемещения в пределах элемента аппроксимируются кубической параболой, и выражаются через значения перемещений и их первых производных на границах элемента. Вектор обобщенных перемещений для элемента имеет следующий вид:

$$\{u_{i(K)}\} = [u_{i(K-1)} u'_{i(K-1)} u_{i(K)} u'_{i(K)}]^T \quad (i = 1, 2). \tag{10}$$

Необходимые для дальнейших расчетов значения функции и ее производных в середине элемента, а также значения вторых производных на

его границах определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 u_{icp} &= \frac{1}{2} (u_{i(K-1)} + u_{i(K)}) + \frac{h_e}{8} (u'_{i(K-1)} - u'_{i(K)}), \\
 u'_{icp} &= \frac{3}{2h_e} (-u_{i(K-1)} + u_{i(K)}) - \frac{1}{4} (u'_{i(K-1)} + u'_{i(K)}); \tag{11a} \\
 u''_{icp} &= \frac{1}{h_e} (-u'_{i(K-1)} + u'_{i(K)}), \quad u''_{i(K-1)} = \frac{6}{h_e^2} (-u_{i(K-1)} + u_{i(K)}) - \frac{2}{h_e} (2u'_{i(K-1)} + u'_{i(K)}), \\
 u''_{i(K)} &= \frac{6}{h_e^2} (u_{i(K-1)} - u_{i(K)}) + \frac{2}{h_e} (u'_{i(K-1)} + 2u'_{i(K)}). \tag{11б}
 \end{aligned}$$

Проинтегрировав с помощью метода Симпсона выражение (7) в пределах элемента с учетом

(11a) и (11б), представим его в следующем виде:

$$\delta U_e^{II} = \{v_e\}^T [K_e] \{u_e\} \tag{12}$$

Здесь $\{v_e\}^T = [v_{1(K-1)} v_{2(K-1)} v'_{1(K-1)} v'_{2(K-1)} v_{1(K)} v_{2(K)} v'_{1(K)} v'_{2(K)}]$ – вектор возможных перемещений для элемента e , $\{u_e\}$ – вектор действительных перемещений для элемента, имеющий такую же структуру. $[K_e]$ – симметричная относительно главной диагонали матрица жёсткости для элемента порядка 8×8 , состоящая из суммы следующих матриц:

$$[K_e] = [B_e] + [C_e] + [D_e] + [G_e]. \tag{11}$$

Структура матрицы $[B_e]$ имеет следующий вид:

$$[B_e] = \begin{bmatrix} B_e^{11} & B_e^{12} & B_e^{13} & B_e^{14} \\ B_e^{21} & B_e^{22} & B_e^{23} & B_e^{24} \\ B_e^{31} & B_e^{32} & B_e^{33} & B_e^{34} \\ B_e^{41} & B_e^{42} & B_e^{43} & B_e^{44} \end{bmatrix}, \tag{14}$$

где

$$[B_e^{nm}] = \begin{bmatrix} b_{11(e)}^{nm} & b_{12(e)}^{nm} \\ b_{21(e)}^{nm} & b_{22(e)}^{nm} \end{bmatrix} \text{ и } [B_e^{mn}] = [B_e^{nm}]. \tag{15}$$

Элементы этих матриц определяются следующими зависимостями:

$$b_{ij(e)}^{11} = b_{ij(e)}^{33} = \frac{3}{2h_e} B_{ij}^{cp}; \quad b_{ij(e)}^{12} = b_{ij(e)}^{14} = \frac{1}{4} B_{ij}^{cp}; \quad b_{ij(e)}^{13} = -b_{ij(e)}^{11}; \quad b_{ij(e)}^{23} = b_{ij(e)}^{34} = -b_{ij(e)}^{12};$$

$$b_{ij(e)}^{22} = \frac{h_e}{6} \left(B_{ij(K-1)}^n + \frac{1}{4} B_{ij}^{cp} \right); b_{ij(e)}^{24} = \frac{h_e}{24} B_{ij}^{cp}; b_{ij(e)}^{44} = \frac{h_e}{6} \left(\frac{1}{4} B_{ij}^{cp} + B_{ij(K)}^l \right). \quad (16)$$

Верхние индексы "п" и "л" указывают на значение этой функции в узле слева и справа, а B_{ij}^{cp} - ордината функции в середине элемента.

Матрица $[C_e]$ имеет аналогичную структуру, а ее элементы можно определить по формулам

$$\begin{aligned} g_{ij(e)}^{11} &= g_{ij(e)}^{33} = \frac{6}{h_e^3} \left(G_{ij(K-1)}^n + G_{ij(K)}^l \right); g_{ij(e)}^{13} = -g_{ij(e)}^{11}; g_{ij(e)}^{12} = \frac{2}{h_e^2} \left(2G_{ij(K-1)}^n + G_{ij(K)}^l \right); \\ g_{ij(e)}^{14} &= \frac{2}{h_e^2} \left(G_{ij(K-1)}^n + 2G_{ij(K)}^l \right); g_{ij(e)}^{22} = \frac{2}{3h_e} \left(4G_{ij(K-1)}^n + G_{ij}^{cp} + G_{ij(K)}^l \right); g_{ij(e)}^{23} = -g_{ij(e)}^{12}; \\ g_{ij(e)}^{24} &= \frac{2}{3h_e} \left(2G_{ij(K-1)}^n - G_{ij}^{cp} + 2G_{ij(K)}^l \right); g_{ij(e)}^{34} = -g_{ij(e)}^{14}; \\ g_{ij(e)}^{44} &= \frac{2}{3h_e} \left(G_{ij(K-1)}^n + G_{ij}^{cp} + 4G_{ij(K)}^l \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Матрица $[D_e]$ также симметрична относительно главной диагонали, но по структуре отлича-

(16) с заменой B_{ij} на C_{ij} . Для построения $[G_e]$ можно воспользоваться (14) и (15) с соответствующей заменой $[B_e^{nm}]$ на $[G_e^{nm}]$. Формулы для определения элементов этой матрицы имеют вид:

чается от предыдущих матриц и имеет следующий вид:

$$[D_e] = \begin{bmatrix} 0 & D_e^{12} & 0 & D_e^{14} \\ D_e^{21} & D_e^{22} & D_e^{23} & D_e^{24} \\ 0 & D_e^{32} & 0 & D_e^{34} \\ D_e^{41} & D_e^{42} & D_e^{43} & D_e^{44} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где

$$[D_e^{nm}] = \begin{bmatrix} d_{11(e)}^{nm} & d_{12(e)}^{nm} \\ d_{21(e)}^{nm} & d_{22(e)}^{nm} \end{bmatrix}; [D_e^{mn}] = \begin{bmatrix} d_{11(e)}^{nm} & d_{21(e)}^{nm} \\ d_{12(e)}^{nm} & d_{22(e)}^{nm} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

$$\begin{aligned} d_{ii(e)}^{12} &= \frac{1}{h_e} \left(-D_{ii(K-1)}^n + D_{ii}^{cp} \right); d_{ij(e)}^{12} = \frac{1}{h_e} \left(-D_{ij(K-1)}^n + D_{ij}^{cp} \right); d_{ii(e)}^{22} = \frac{1}{3} \left(-4D_{ii(K-1)}^n + D_{ii}^{cp} \right); \\ d_{ij(e)}^{22} &= d_{ji(e)}^{22} = \frac{1}{3} \left(-4D_{3(K-1)}^n + D_3^{cp} \right); d_{ii(e)}^{23} = \frac{1}{h_e} \left(D_{ii(K-1)}^n - D_{ii}^{cp} \right); d_{ij(e)}^{23} = \frac{1}{h_e} \left(D_{ij(K-1)}^n - D_{ij}^{cp} \right); \\ d_{ii(e)}^{24} &= \frac{1}{3} \left(-D_{ii(K-1)}^n + D_{ii(K)}^l \right); d_{ij(e)}^{24} = \frac{1}{3} \left(-D_{ij(K-1)}^n - D_4^{cp} + D_{ji(K)}^l \right); d_{ii(e)}^{44} = \frac{1}{3} \left(-D_{ii}^{cp} + 4D_{ii(K)}^l \right); \\ d_{ij(e)}^{44} &= d_{ji(e)}^{44} = \frac{1}{3} \left(-D_3^{cp} + 4D_{3(K)}^l \right); d_{ij(e)}^{34} = -d_{ij(e)}^{14}; d_{jj(e)}^{nm} = -d_{ii(e)}^{nm}. \end{aligned} \quad (20)$$

Следует отметить, что B_{ij} , C_{ij} , G_{ij} , и D_{ij} определяются выражениями, представленными в формулах (8) и(9).

$$D_3 = (D_{12} + D_{21})/2; D_4 = (D_{12} - D_{21})/2. \quad (21)$$

Работу внешней распределенной нагрузки

$$\{\Phi_{(K-1)}\} = \begin{Bmatrix} q_{1(K-1)}^n + 2q_{1(K)}^{cp} \\ q_{2(K-1)}^n + 2q_{2(K)}^{cp} \\ h_e q_{1(K)}^{cp} / 2 \\ h_e q_{2(K)}^{cp} / 2 \end{Bmatrix}, \{\Phi_{(K)}\} = \begin{Bmatrix} q_{1(K)}^l + 2q_{1(K)}^{cp} \\ q_{2(K)}^l + 2q_{2(K)}^{cp} \\ -h_e q_{1(K)}^{cp} / 2 \\ -h_e q_{2(K)}^{cp} / 2 \end{Bmatrix}. \quad (23)$$

Суммирование по элементам выражений (12) и (22), а также учет произвольности виртуальных перемещений $\{v_e\}$ дает возможность свести уравнения (1) к следующей системе линейных уравнений для определения узловых перемещений

$$[K_e]\{u\} = \{\Phi\} + \{P\}. \quad (24)$$

для элемента получим путем интегрирования первого слагаемого (3) с помощью метода Симпсона с учетом (11а) и заменой "u" на "v". Тогда

$$\delta A_e^I = \{v_e\}^T \{\Phi_e\}, \text{ где } \{\Phi_e\} = \frac{h_e}{6} \begin{Bmatrix} \Phi_{(K-1)} \\ \Phi_{(K)} \end{Bmatrix}, \quad (22)$$

При не смещающихся опорах $u_{i(0)} = u_{i(N)} = 0$. При жестком защемлении $\theta_i^J = \theta_i^I$. Тогда из (5б) следует, что $u'_{2(0)} = \alpha u_{1(0)}$, где $\alpha = \theta_2^I / \theta_1^I$. В этом случае $[K]$ – квадратная симметричная относительно главной диагонали матрица жесткости порядка $(4N - 2)$, имеющая ленточную структуру, $\{u_e\}$ – вектор перемещений, $\{\Phi\}$ –

обобщенный вектор приращения распределенной нагрузки, $\{P\}$ – вектор приращения узловых сосредоточенных сил.

Из решения системы (24) определяются элементы вектора $\{u\}$. Все физические и геометрические характеристики нити, необходимые для дальнейшего расчета определяются по формулам (4), (5) и (6).

Величина приращения нагрузки на каждом этапе нагружения определяется в зависимости от требуемой точности расчета.

Выводы. В статье представлен алгоритм расчёта упругих непологих нитей с учетом изгибной жесткости на действие вертикальных и горизонтальных сосредоточенных сил и распределённой нагрузки. Примерами систем, использующие такие конструктивные элементы, могут служить газо- и нефтепроводные переходы в виде провисающей нити, элементы канатных дорог, покрытия промышленных и гражданских зданий и сооружений и другие объекты. Следует отметить, что учёт горизонтальных составляющих внешней нагрузки для таких систем имеет важное значение. Использование вариационного метода и линеаризация выражений для деформаций дает возможность на каждом этапе нагружения свести нелинейную задачу к решению системы линейных уравнений относительно вертикальных и горизонтальных обобщенных перемещений в узловых точках. Здесь, в отличие от работы [2], не приходится решать нелинейную задачу по определению натяжения нити. Представленную работу, по нашему мнению, можно рассматривать как определенное развитие вариационной версии метода конечного элемента применительно для расчета упругих непологих нитей с учетом изгибной жесткости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Скворцов А.В. Расчёт непологой гибкой линейно деформируемой нити на сосредоточенные воздействия: Тр. научно-практ. конф. «Неделя науки – 99». М.: МИИТ, 1999. С. П–22–П–23.

2. Захарова Л.В., Уварова Н.Б. К расчёту гибкой непологой нерастяжимой нити с помощью обобщённого метода конечных разностей //

Научное обозрение. 2016. №12. С. 72–75.

3. Leonard J.W., Recker W.W. Nonlinear dynamics of cables with low initial tension // Journal of Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers. 1972. Vol. 98. № EM2. Pp. 293–309.

4. Захарова Л. В., Александровский М.В. Об алгоритме расчета упругой непологой нити с использованием вариационного метода // Научное обозрение 2017. №6. С. 33–39.

5. Александровский М.В., Захарова Л.В. Особенности алгоритма вариационного метода для нелинейной постановки задачи расчета упругой непологой нити [Электронный ресурс] // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/> Том 9, №3 (2017) URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/78TVN317.pdf>

6. Шимановский В.Н., Смирнов Ю. В., Харченко Р. Б. Расчет висячих конструкций (нитей конечной жесткости). НИИСК Госстроя СССР. Под ред. В. Н. Шимановского. Киев Будівельник 1973. 158 с.

7. Скворцов В.И. Методика численного статического расчета жестких нитей на упругих опорах // Исследование висячих комбинированных конструкций. Воронеж, 1980 С. 24–29.

8. Захарова Л.В., Уварова Н.Б. Расчет жестких нитей численным методом последовательных аппроксимаций на действие произвольных разрывных нагрузок. // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1994. №1. С. 21–23.

9. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике Мир. М., 1975. 541 с.

10. Захарова Л.В. Исследование нелинейных колебаний нити с учётом изгибной жёсткости. Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук. М., 1977. С. 46–51.

11. Качурин В.К. Статический расчёт вантовых систем. Л.: Стройиздат, 1969. 141 с.

12. Нехаев Г.А. К вопросу о статическом расчете гибкой нити конечной жесткости. – Сборник научных трудов «Вопросы проектирования висячих комбинированных конструкций». Выпуск 4, Воронеж. Воронежский университет 1976. С. 48–53.

Информация об авторах

Захарова Лидия Васильевна, кандидат технических наук, доцент кафедры строительной и теоретической механики.

E-mail: ZaharovaLV@mgsu.ru

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д.26

Александровский Максим Вячеславович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительной и теоретической механики.

E-mail: AleksandrovskiyMV@mgsu.ru

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет.
Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26

Поступила в сентябре 2017 г.

© Захарова Л.В., Александровский М.В., 2017

Zaharova L.V., Aleksandrovskiy M.V.

ABOUT THE ALGORITHM OF THE VARIATION METHOD FOR THE CALCULATION OF ELASTIC NON-FLAT FILAMENT WITH THE ACCOUNT OF FLEXURAL RIGIDITY (BENDING STIFFNESS)

At the present time, in the construction industry, hanging structures, such as suspension bridges, gas and oil pipelines, cable cars, covering of industrial and civil facilities, are increasingly used. For such structures, a thread often acts as a design scheme. The article presents an algorithm for calculating a structural element in the form of a sagging thread on the action of vertical and horizontal concentrated and distributed forces. As a design scheme of such an element, an elastic non-flat filament can be considered with allowance for flexural rigidity. Due to the non-linearity of the problem, the thread is first calculated for the action of its own weight, and then for an additional load. The calculation for the additional load is based on the variational version of the finite element method. Simultaneous use of the method of successive loading. The additional load is divided into parts and applied by steps, which makes it possible to use only linear components in the expressions of axial deformation and changes in curvature at each loading stage. This approach allows us to use a linear stiffness matrix at each loading step, which is then easily recalculated in accordance with the geometric and physical characteristics corresponding to its new outline.

Keywords: calculation algorithm, elastic non-flat filament, flexural rigidity, variational method, successive loading method, linear stiffness matrix.

Information about the authors

Zaharova Lydia Vasilevna, Ph.D., Assistant professor.

E-mail: ZaharovaLV@mgsu.ru

Federal State Budget Educational Institution of Higher Education Moscow State University of Civil Engineering (National Research University).

Russia, Moscow, 129337, Jaroslavskoe shosse, 26.

Aleksandrovskiy Maksim Vyacheslavovich, Ph.D., Assistant professor.

E-mail: AleksandrovskiyMV@mgsu.ru

Federal State Budget Educational Institution of Higher Education Moscow State University of Civil Engineering (National Research University).

Russia, Moscow, 129337, Jaroslavskoe shosse, 26.

Received in September 2017

© Zaharova L.V., Aleksandrovskiy M.V., 2017