

DOI: 10.12737/article_59a93b0f7260b4.49300932

Горлов А.С., канд. техн. наук, доц.,
Порхало В.А., канд. техн. наук, доц.,
Горлов К.А., магистрант

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИСТИРАНИЯ ЧАСТИЦ*

belgoras@mail.ru

В статье рассмотрен механизм истирания частиц твердого материала. Представлены физическая и математическая модели, определяющие изменение массы частиц различной формы в процессе истирания. На установке по визуализации и изучению процесса истирания частиц различной формы проведены экспериментальные исследования. Приведены полученные по результатам экспериментальных исследований значения по истираемости мела, который находит наиболее широкое применение в производстве строительных материалов. Установлено, что создание физической и математической моделей, которые описывают процесс истирания частиц с разными физико-механическими характеристиками, способствует организации и управлению указанными процессами, протекающими в различных аппаратах измельчения материалов.

Ключевые слова: истирание частиц, физическая модель, экспериментальная установка.

Введение. Важной характеристикой аппаратов измельчения материалов является время пребывания частиц материала в аппарате в процессе обработки. Механизмы разрушения зависят от размеров частиц исходного материала и от организации технологического процесса измельчения [5]. Материалы с разными физико-механическими свойствами необходимо измельчать на аппаратах, в которых реализуются различные механизмы измельчения, при которых можно достичь минимальных энергозатрат. Для материалов, отличающихся большой твердостью, более эффективными являются удар и раздавливание, для хрупких – раскалывание, для материалов вязких предпочтительнее истирание.

Во многих аппаратах одним из механизмов разрушения является механизм истирания. От организации процесса истирания зависит время пребывания частиц твердой фазы в камерах измельчения, энергетические затраты.

Описание процесса истирания частиц является сложной задачей. Для этого необходимы эмпирические и экспериментальные данные для материалов с различными физико-механическими свойствами.

Уравнение, описывающее изменение массы частицы в процессе истирания, может иметь вид:

$$\frac{dm_p}{dt} = k_m \beta(K, m_{p0}, S_{тр}, V) \quad (1)$$

где m_p – переменная масса частицы; k_m – коэффициент трения частицы о плоскость (кинетический); β – функция, зависящая от значения приложенных к частице сил, под действием которых проходит процесс истирания; K – коэффициент,

зависящий от морфологической структуры истираемого материала; m_{p0} – начальная масса частицы; $S_{тр}$ – площадь трения; V – скорость частицы.

Коэффициент трения частицы зависит от физико-механических характеристик истираемых частиц и материала, из которого выполнена поверхность истирания. Закон изменения массы частиц в процессе истирания определяется физико-механическими характеристиками материала, кристаллической структурой, силами взаимодействия на микроуровне, а также силами, действующими на частицу.

Механизм возникновения трения объясняет молекулярно-механическая теория трения, в разработку которой внесли большой вклад российские и зарубежные ученые. В соответствии с этой теорией трение имеет двойственную молекулярно-механическую природу. Силу трения можно представить как сумму молекулярной (адгезионной) и механической (деформационной) составляющих. Молекулярная составляющая обусловлена сопротивлением разрыву молекулярных связей, которые возникают между контактирующими телами в процессе истирания. Механическая составляющая вызвана сопротивлением упругому и пластическому смещению в контактирующем слое истираемого материала. Поведение материала при истирании определяется глубиной распространения пластической деформации внутри образца. С ростом нормального давления в области контакта развиваются сначала упругие, а затем пластические деформации. Процесс истирания материала в аппарате необходимо организовать технологически таким образом, чтобы в процессе истирания преодолеть силы между частицами в образце.

Схема физической модели, определяющая процесс истирания частиц, представлена на (рис. 1).

Частица движется поступательно по поверхности под действием сил с некоторой скоростью $v_{ч}$. На частицу действует удельная нагрузка P , которая зависит в одних случаях от физико-механических свойств истираемого материала, в других – от свойств истирающей поверхности. В результате действия силы трения, превосходящей силы взаимодействия между слоями материала, происходит отделение материала от частицы (уменьшение массы частицы).

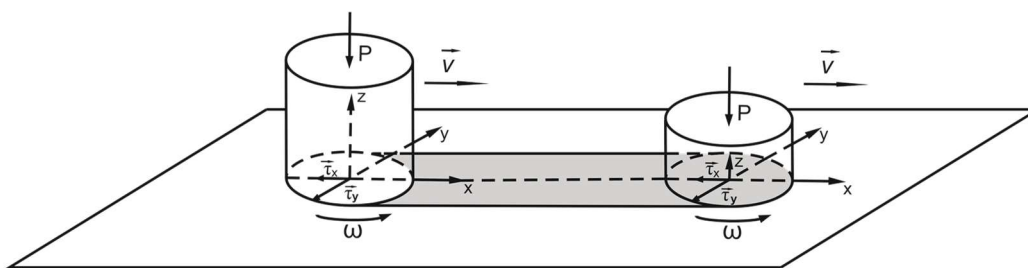


Рис. 1. Схема процесса истирания при поступательно-вращательном движении материала

Сила трения, действующая на поверхности частицы в области контакта, определяется по формуле

$$F = \int_S dF = F_x e_1 + F_y e_2, \quad (3)$$

где S – площадь контакта материала.

Момент действия сил на элементарной площадке

$$dM = -|r \times dF| = -r_x dF_y + r_y dF_x, \quad (4)$$

В результате поступательно-вращательного движения цилиндра, действия момента сил в плоскости контакта поверхности появляются касательные напряжения, величины которых равны

$$\tau_x = \frac{dF_x}{ds}, \quad \tau_y = \frac{dF_y}{ds}. \quad (5)$$

Рассмотрим пограничный слой на поверхности частицы толщиной δ , в котором происходит разрушение материала, его отслаивание под действием сил трения.

Деформации сдвига, возникающие в области контакта, приводят к отслоению (разрушению) материала. Процесс отслоения (истирания) материала имеет сложную физическую природу. Значение нагрузки, под действием которой начинается отслоение (истирание), зависит от многих факторов: от силы, приложенной к образцу, от его физико-механических свойств, от морфологической структуры материала, от скорости дви-

жения по поверхности и т.д. Расчетная схема контакта цилиндрического тела с истирающей поверхностью представлена на (рис. 2).

$$F_{mp} = k_m F_{ц} = k_m \frac{2V^2 m_p}{D_{ц}} \quad (2)$$

Силу трения можно представить следующим образом:

В некоторых аппаратах процесс истирания частиц проходит в результате поступательно вращательного движения частиц в камерах измельчения. Схема модели такого движения представлена на (рис.1).

жжения по поверхности и т.д. Расчетная схема контакта цилиндрического тела с истирающей поверхностью представлена на (рис. 2).

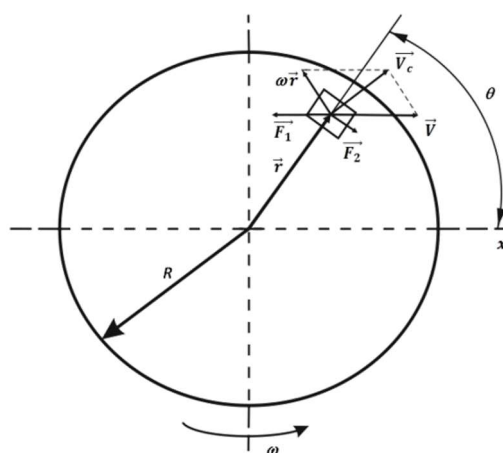


Рис. 2. Расчетная схема процесса истирания

Будем полагать, что сила трения скольжения, действующая на выделенную элементарную площадку, удовлетворяет закону Кулона, по которому имеем

$$dF = -f_c \sigma(P) \frac{V_c}{|V_c|} ds \quad (6)$$

Для плоского круглого диска напряжение в точке контакта определяется в виде:

$$\sigma(r) = \frac{P}{2\pi R^2 \sqrt{1-r^2}},$$

где $\sigma(r)$ – нормальное напряжение в точке контакта, Н/м; P – сила прижимающая цилиндр к плоскости движения, Н; f_c – коэффициент трения образца о плоскость [7].

На выделенной площадке действует сила трения, которая имеет две составляющие: одна возникает в результате линейного движения, вторая в результате вращения частицы по поверхности контакта. Рассмотрим пограничный слой на поверхности частицы толщиной δ , в котором происходит разрушение материала, его отслаивание под действием сил трения. Относительное смещение слоев материала при наличии взаимного притяжения и адгезии сопровождается деформацией сдвига, что вследствие неидеальной упругости материала требует дополнительных затрат энергии. Разумеется, большую тангенциальную силу надо приложить, если связь между телами нарушается не по месту контакта, а на некоторой глубине от поверхности контакта. Материал в ходе истирания формирует на мезоуровне диссипативные структуры, способные осуществлять пластическую деформацию по схеме «сдвиг-поворот». В результате действия силы трения, которая превосходит силы взаимодействия между слоями материала, происходит истирание (уменьшение массы) частицы.

Если в результате движения частицы под действием сил происходит отделение материала в зоне контакта, тогда за частицей остается след из материала, форма которого зависит от формы истираемой частицы [1]. Объем материала, распределенного в следе, определяется следующим образом:

$$V_p = Sh, \quad (7)$$

где S – площадь следа в области контакта; h – толщина следа, зависящая от физико-механических характеристик материала, сил, приложенных к частице; свойств поверхности контакта, а также скорости движения частицы.

С другой стороны, происходит постоянное уменьшение объема самой частицы на некоторую величину, которая определяется следующим образом:

в случае частицы кубической формы:

$$V_p = S_{\text{тр}} dl, \quad (8)$$

а в случае, если частица имеет шарообразную форму:

$$V_p = \frac{1}{6} \pi dl^3 + \frac{1}{2} \pi dl r_1^2, \quad (9)$$

где dl – величина линейного истирания; r_1 – радиус круга контакта частицы с поверхностью истирания.

Если частица имеет кубическую форму, то площадь трения представляет собой квадрат, в

случае если частица не вращается на поверхности истирания. Радиус круга контакта шарообразной частицы с поверхностью истирания в процессе движения такой частицы по абразивной поверхности постоянно изменяется.

Время, в течение которого истирается частица (кубик с основанием a), можно определить по формуле:

$$t_1 = \frac{m_p}{\rho_p a v_{\text{ч}} h}, \quad (10)$$

где ρ_p – плотность частицы; $v_{\text{ч}}$ – скорость движения частицы.

Для сферической частицы равного объема, при одинаковых условиях истирания, время будет определяться по формуле:

$$t_2 = \frac{m_p}{\rho_p v_{\text{ч}} h} \frac{1}{R}, \quad (11)$$

где R – радиус частицы.

Радиус частицы выражается через сторону куба равного объема:

$$R = a \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}. \quad (12)$$

Изменение массы прямо пропорционально силе P нормального давления между поверхностями трущихся тел. Отношение величины истирания частицы к интервалу времени, в течение которого оно возникло, или к пути, на котором происходило истирание, представляет собой соответственно скорость истирания и интенсивность истирания. Истираемость частицы определяется по формуле

$$I = \frac{m_{p0} - m_{p1}}{S_{\text{тр}}}, \quad (13)$$

где m_{p1} – конечная масса частицы.

Для проведения экспериментальных исследований процесса истирания частиц различной формы, с разными физико-механическими характеристиками разработана установка по визуализации и изучению указанного процесса, схема которой показана на (рис. 3).

Алгоритм проведения экспериментальных исследований на представленной установке следующий. В обойму вставляются образцы частиц (кубики, шарики, цилиндры) материала. На поверхность вращающегося диска прикрепляется слой абразивного материала различной дисперсности. На установке определяют нагрузку на частицу, при которой начинается процесс истирания. Зафиксировав среднее время истирания при установившемся режиме и площадь следа, определяют толщину материала в следе. Массу частиц взвешивают после прохождения равных расстояний по поверхности истирания.

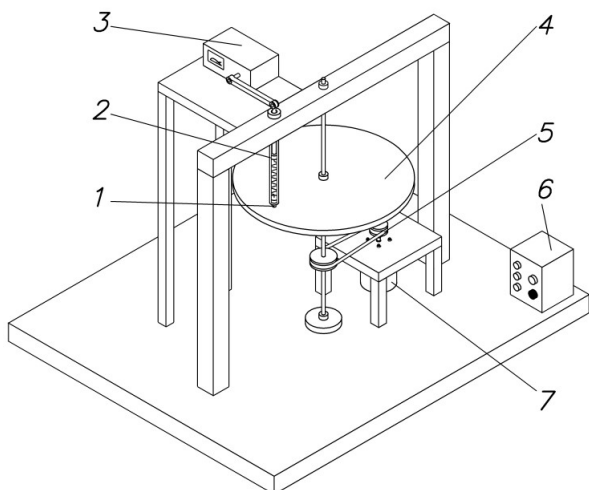


Рис. 3. Схема установки для испытания на истирание частиц материала:

- 1 – обойма с частицами материала; 2 – трубка с демпферным механизмом; 3 – блок управления давлением на обойму и ее вращением;
4 – вращающийся диск;
5 – ременная передача; 6 – блок управления частотой вращения вала электродвигателя;
7 – электродвигатель

При больших скоростях истирания необходимо учитывать температурный режим в области контакта, который влияет на процесс истирания. Контакты, образующиеся и разрушающиеся в процессе истирания, вызывают искажения в поверхностном слое и являются причиной выделения тепла. При нагревании материала происходит изменение его физико-механических свойств в области контакта, что приводит к изменению характера связей, силы трения и интенсивности истирания.

Закон изменения массы частицы может иметь вид: линейной, степенной или экспоненциальной зависимости [11].

В результате проведения экспериментальных исследований были получены значения по истираемости мела – $0,6-1,0 \text{ г/см}^2$. Мел относится к жестким полускальным породам. Его прочность зависит от влажности. Временное сопротивление сжатию в воздушно-сухом состоянии может изменяться от 1000 до 4500 кН/м^2 . Сухой мел имеет модуль упругости от 3000 МПа (для рыхлого) до 10000 МПа (для плотного) и ведет себя как упругое тело. Угол внутреннего трения мела равен $22^\circ-32^\circ$, сцепление в условиях всестороннего сжатия достигает $700-750 \text{ кН/м}^2$.

При увлажнении прочность мела начинает снижаться уже при влажности 1–2 %, а при влажности 25–35 % прочность на сжатие увеличивается в 2–3 раза, при этом появляются пластичные свойства. Проявление вязкопластических

свойств мела с увеличением его влажности приводит к осложнению в технологии переработки.

Проведенные эксперименты по истиранию частиц одинаковой массы показали, что время, затраченное на истирание сферической частицы, в 1,4–1,7 раз больше, чем время истирания кубической частицы. Следует отметить, что при различных скоростях движения и вращения истираемого материала экспериментальные зависимости коэффициента трения от нагрузки, и температуры могут вести себя по-разному (линейно возрастать, убывать, и т.д.).

Таким образом, можно сделать вывод, что создание модели, описывающей процессы истирания частиц с разными физико-механическими характеристиками, поможет организовать управление процессом истирания в аппаратах измельчения, в которых реализован этот процесс в стадиях измельчения.

**Исследования проводятся для выполнения ПНИЭР по соглашению о предоставлении субсидии № 14.577.21.0193 в рамках федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» по теме: «Разработка роботизированного комплекса для реализации полномасштабных аддитивных технологий инновационных материалов, композитов, конструкций и сооружений».*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горлов А.С. Исследование процесса истирания частиц твердой фазы в камере измельчения вихре-акустического диспергатора // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. №5. С. 179–183.
2. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. 640 с.
3. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.И. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа, 1995. 560 с.
4. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. 204 с.
5. Мизонов В.Е. Некоторые закономерности селективного измельчения // Теоретические основы химической технологии. 1984. Т. 18. № 3. С. 410–411.
6. Журавлев В.Ф. О модели сухого рения в задаче качения твердых тел // ПММ. 1998. Т. 62. Вып. 5. С.762-767.
7. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980.
8. Киреев А.А. Связанные модели трения скольжения и качения // Докл. РАН. 2008. Т. 419. №6. С. 759–762.

9. Карапетян А. В. Двухпараметрическая модель трения // ПММ. 2009. Т. 73. Вып.4. С. 515–519.

10. Киреенков А.А. О движении однородного вращающегося диска по плоскости в условиях комбинированного трения // Изв. РАН,

МТТ. 2002. №1. С. 60–67.

11. Горлов А.С., Губарев А.В., Некрасова Ю. С., Горлов К. А. Моделирование процесса истирания частиц твердых материалов // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. г. Орел. №1 (231). 2017. С. 30–34.

Gorlov A.S., Porhalo V.A., Gorlov K.A.

MATHEMATIC MODELING OF THE PROCESS OF ABRASION OF THE SOLID PARTICLES

In the article there was described the abrasion mechanism of the particles of solid material. There were presented physical and mathematical models, determinating the mass variation of the particles of various shapes during abrasion process. Using the device on rendering and on investigation of the abrasion process of the particles of various shapes there was held the experimental research. There were given the abrasion values of chalk, which find most wide application in production of building materials. There was found, that the creation of physical and mathematical models, describing the abrasion process of the particles with different physical-mechanical characteristics promotes the organization manage processes, which take place in the devices for the grinding of materials.

Keywords: *abrasion of particles, physical model, mathematical model.*

Горлов Александр Семенович, кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail:belgoras@mail.ru

Порхало Василий Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры технической кибернетики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail:Porhalo@mail.ru

Горлов Кирилл Александрович, магистрант кафедры технической кибернетики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.