

Семикопенко И.А., канд. техн. наук, проф.,  
Воронов В.П., канд. физ.-мат. наук, проф.,  
Жуков А.А., аспирант

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В АГРЕГАТЕ ДЕЗИНТЕГРАТОРНОГО ТИПА С ВНУТРЕННЕЙ КЛАССИФИКАЦИЕЙ

olimp69@narod.ru

В данной статье дано математическое описание движения частицы материала в агрегате дезинтеграторного типа с внутренней классификацией. Представлена расчетная схема прохождения частицей материала межпруткового пространства. Получено аналитическое выражение, позволяющее определить условие прохождения частицей материала межпруткового пространства в камере помола агрегата дезинтеграторного типа.

**Ключевые слова:** агрегат, частица, камера помола, классификация

Дезинтеграторы являются одним из основных видов помольного оборудования, обеспечивающего получение готового продукта с заданным гранулометрическим составом [1].

Одним из способов обеспечения внутренней классификации материала в агрегате дезинтеграторного типа является установка отбойной классифицирующей решетки перед разгрузочным патрубком камеры помола [2].

Для рассмотрения движения частицы материала в воздушной среде, совершающей вращательное движение вблизи отбойной решетки, введем в плоскости, перпендикулярной оси вращения роторов полярную систему координат  $(r, \varphi)$ , которая с декартовой связана следующим соотношением:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (1)$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right). \quad (2)$$

Уравнения плоского движения частицы материала с плотностью  $\rho$  в рамках детерминированной модели движения сферической частицы диаметром  $d_0$  во вращающемся воздушном потоке с частотой  $\omega$  и коэффициентом динамической вязкости  $\mu$  согласно результату работы [3] будут иметь следующий вид:

$$\frac{d\mathcal{G}_r}{dt} = \frac{\mathcal{G}_\phi^2}{r} + \frac{1}{\tau}(u_r - \mathcal{G}_r), \quad (3)$$

$$\frac{d\mathcal{G}_\phi}{dt} = -\frac{\mathcal{G}_r \mathcal{G}_\phi}{r} + \frac{1}{\tau}(u_\phi - \mathcal{G}_\phi), \quad (4)$$

здесь  $\mathcal{G}_r, u_r$  – соответственно радиальные компоненты скоростей частицы материала и воздушной среды;  $\mathcal{G}_\phi, u_\phi$  – соответственно тангенциальные компоненты скоростей частицы материала и воздушной среды;  $\tau$  – величина, имеющая размерность времени, определяется следующим соотношением:

$$\tau = \frac{\rho d_0^2}{18\mu}. \quad (5)$$

В силу аксиальной симметрии будем считать, что радиальная и тангенциальная компоненты скоростей частицы материала зависят только от одной переменной, а именно:

$$\mathcal{G}_\phi = \mathcal{G}_\phi(r) \text{ и } \mathcal{G}_r = \mathcal{G}_r(r). \quad (6)$$

Отметим, что в записи выражений (3) и (4) учтено, что при движении в воздушной среде на частицу материала действует сила сопротивления Стокса.

Преобразуем выражение (4), приведя его к виду:

$$\frac{1}{\mathcal{G}_\phi} \frac{d\mathcal{G}_\phi}{dt} + \frac{\mathcal{G}_r}{r} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{u_\phi}{\mathcal{G}_\phi} - 1 \right). \quad (7)$$

Если учесть, что на основании определения:

$$\mathcal{G}_r = \frac{dr}{dt}, \quad (8)$$

тогда (7) примет вид:

$$\frac{d}{dt}(\ln \mathcal{G}_\phi) + \frac{d}{dr}(\ln r) = \frac{1}{\tau} \left( \frac{u_\phi}{\mathcal{G}_\phi} - 1 \right), \quad (9)$$

или

$$\frac{d}{dt}[\ln(\mathcal{G}_\phi r)] = \frac{1}{\tau} \left( \frac{u_\phi}{\mathcal{G}_\phi} - 1 \right). \quad (10)$$

Если предположить, в силу малости частицы материала, что:

$$u_\phi \cong \mathcal{G}_\phi, \quad (11)$$

Тогда (10) принимает следующий вид:

Интегрирование дифференциального уравнения (12) приводит к следующему результату:

$$\ln(\mathcal{G}_\phi r) = \ln(C_1), \quad (13)$$

где  $C_1$  – постоянная интегрирования.

В результате операции потенцирования находим:

$$\mathcal{G}_\phi = \frac{C_1}{r}. \quad (14)$$

Постоянную интегрирования  $C_1$  в (14) находим на основании следующего начального условия при

$$r = R_k, \mathcal{G}_\phi = \omega R_k, \quad (15)$$

где  $\omega$  – частота вращения воздушной среды;  $R_k$  – внешний радиус ударного элемента внешнего ряда.

В дальнейшем предполагается, что частота вращения воздушной среды и частота вращения ударных элементов совпадают.

Применив (15) к (14), можно получить следующий результат:

$$C_1 = \omega R_k^2. \quad (16)$$

С учетом (16) соотношение принимает вид:

$$\mathcal{G}_\phi = \frac{\omega R_k^2}{r}. \quad (17)$$

Полученное соотношение определяет закон изменения окружных значений скоростей воздушного потока и частицы материала.

Согласно результату работы [2], скорость схода воздуха с радиально расположенных ударных элементов определяется соотношением вида:

$$u_r = \omega \sqrt{2R_k h - h^2}, \quad (18)$$

где  $h$  – высота ударных элементов.

Подстановка (17), (18), (8) в дифференциальное соотношение (3) приводит к следующему результату:

$$\mathcal{G}_r \frac{d\mathcal{G}_r}{dr} + \frac{\mathcal{G}_r}{\tau} = \frac{\omega^2 R_k^4}{r^3} + \frac{\omega R_k}{\tau} \sqrt{2h - \left(\frac{h}{R_k}\right)^2}. \quad (19)$$

Необходимо найти решение дифференциального уравнения (19), удовлетворяющее начальному условию:

$$\mathcal{G}_r(r = R_k) = \mathcal{G}_0, \quad (20)$$

Здесь величина скорости  $\mathcal{G}_0$ , согласно результату работы [4], задается соотношением вида:

$$\mathcal{G}_0 = \frac{\omega R_{cp}}{2f}, \quad (21)$$

где  $f$  – коэффициент трения частицы материала с поверхностью ударного элемента;  $R_{cp}$  – величина радиального расстояния от оси вращения до места соударения частицы материала с ударным элементом последнего ряда. Данную величину можно задать соотношением:

$$R_{cp} = \frac{R_n + R_k}{2}, \quad (22)$$

где  $R_n$  – внутренний радиус ударного элемента внешнего ряда.

С математической точки зрения дифференциальное уравнение (19) является нелинейным и поэтому нахождение аналитического решения является трудной задачей.

Исследование поведения радиальной компоненты скорости частицы материала при ее сходе с ударного элемента последнего ряда проведем численными методами. Для этого в рамках математического пакета «Maple» проведем численное интегрирование для следующих конструктивных и технологических параметров:  $R_n = 0,15$  метра;  $R_k = 0,138$  метра;  $\omega = 50$  с<sup>-1</sup>;  $\rho = 2000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\mu = 1,85 \cdot 10^{-5}$  Па·с;  $h = 0,039$ м;  $\Delta = 0,002$  м.

Результаты численного интегрирования дифференциального уравнения (19) представлены на рис. 1.

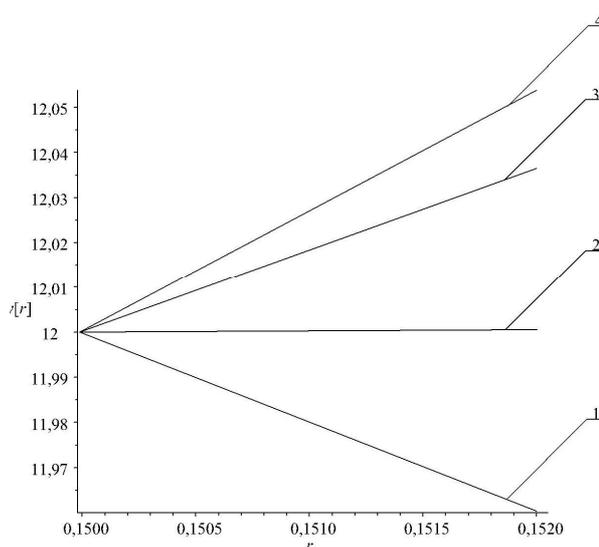


Рис. 1. График изменения радиальной составляющей компоненты скорости частицы материала:  
 1 – соответствует диаметру частицы  $d_0 = 0,00005$  м;  
 2 –  $d_0 = 0,000065$  м; 3 –  $d_0 = 0,0001$  м;  
 4 –  $d_0 = 0,0002$  м

Анализ приведенных зависимостей позволяет сделать вывод о том, что при изменении диаметра частиц материала в диапазоне от 50 мкм до 200 мкм изменение радиальной компоненты скорости частицы материала от своего начального значения не превышает 0,05 м/с. На основании сказанного с высокой степенью точности можно положить, что

$$\mathcal{G}_r(r = R_k + \Delta) \cong \mathcal{G}_0 = \frac{\omega R_{cp}}{2f}. \quad (23)$$

На основании работы [5] частица материала удаляется из камеры помола, когда она в процессе движения проникнет в межпрутковую область на расстояние не менее половины своего диаметра.

На процесс этого движения необходимо затратить время  $t_1$ , равное

$$t_1 = \frac{d_0}{2g_0}. \quad (24)$$

За этот же промежуток времени в окружном направлении частицы материала, согласно расчетной схемы, представленной на рис. 2,

пройдет расстояние  $\delta - \frac{d_0}{2}$ :

$$t_1 = \frac{\delta - \frac{d_0}{2}}{g_\phi (R_k + \Delta)}. \quad (25)$$

На основании (24) и (28) с учетом (23) и (17) находим, что:

$$\frac{d_0 f}{\omega R_{cp}} = \frac{\left(\delta - \frac{d_0}{2}\right)(R_k + \Delta)}{\omega R_k^2}, \quad (26)$$

где  $\Delta$  – расстояние от последнего ряда ударных элементов до прутковой решетки в радиальном направлении.

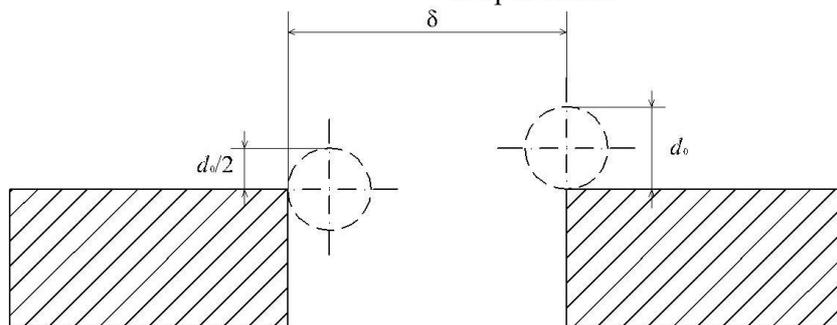


Рис. 2. Расчетная схема прохождения частицы материала межпруткового пространства

Из соотношения (26) получаем необходимое выражение, определяющее условие прохождения частицей материала межпруткового пространства:

$$\delta \geq \delta_{\min}, \quad (27)$$

где аналитическое выражение  $\delta_{\min}$  равно:

$$\delta_{\min} = \frac{d_0 \left( \frac{2f}{1 + \frac{R_u}{R_k}} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta}{R_k} \right) \right)}{1 + \frac{\Delta}{R_k}}. \quad (28)$$

Графическая интерпретация функциональной зависимости (28) представлена на рис. 3.

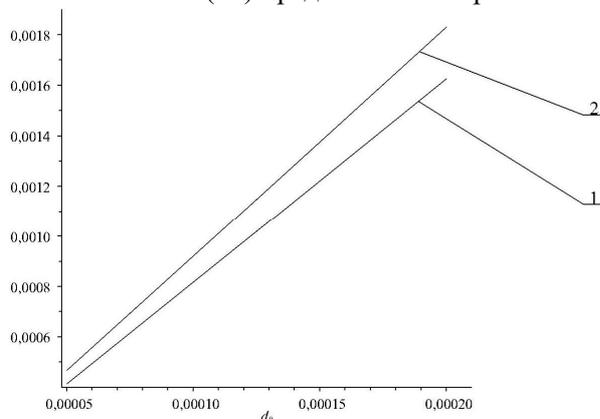


Рис. 3. График зависимости изменения минимального размера межпруткового расстояния отбойной решетки от диаметра проходящей частицы материала:

1 – коэффициент трения  $f = 0,3$ ; 2 –  $f = 0,4$

Анализ приведенной зависимости позволяет сделать вывод о том, что большему значению коэффициента трения частицы материала о поверхность ударного элемента соответствует и большее значение минимального межпруткового расстояния.

Таким образом, полученное аналитическое выражение (28) позволяет рассчитать межпрутковое расстояние решетки, чтобы удалять из камеры помола частицы материала нужного диаметра в зависимости от конструктивных и технологических параметров.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хинт И. А. Основы производства силикатных изделий. М.: Изд-во Госстройиздат, 1962. 602 с.
2. Семикопенко И.А., Вялых С.В., Жуков А.А. Агрегат дезинтеграторного типа с внутренней классификацией материала // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2013. № 3. С. 74-76.
3. Семикопенко И.А., Воронов В.П., Вялых С.В. Вычисление скоростей встречных плоских воздушных потоков // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2014. № 4. С. 101-103.
4. Воронов В.П., Семикопенко И.А., Пензев П.П. Теоретические исследования скорости движения частиц материала вдоль поверхности ударного элемента мельницы дезинтеграторного типа // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2008. № 11-12. С. 93-96.

5. Гарабажиу А.А. Математическое моделирование процессов измельчения и классификации сыпучих материалов в роторно-

центробежной мельнице // Химическая промышленность. 2003. №6. С. 15-30.

---

**Semikopenko I.A., Voronov V.P., Zhukov A.A.**

**MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE MOTION OF MATERIAL IN THE UNIT OF DISINTEGRATOR TYPE WITH INTERNAL CLASSIFICATION**

*In this article the authors give a mathematical description of material particles motion in the unit of disintegrator type with internal classification. There is presented a design scheme for the passage of the material particle in midoutclose space. There is obtained an analytical expression that allows to determine the condition of the material particles passage through midoutclose space in the unit of grinding chamber of the disintegrator type.*

**Key words:** unit, particle, grinding chamber, classification.