

Солодов Н.В., канд. техн. наук, проф.,
 Пешкова Е.В., магистрант

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕЙ

elenapeshkova29.05@mail.ru

Данная статья посвящена исследованию устойчивости стержней на примере двухпролетной стойки, имеющей одну промежуточную упругую опору и нагруженную распределенной нагрузкой. Основное внимание уделяется определению эйлеровой силы энергетическим методом. Получено выражение для критической силы с учетом жесткости упругой опоры.

Ключевые слова: устойчивость, критическая сила, энергетический метод.

Потеря устойчивости сжатых стержней является достаточно опасным процессом и, зачастую, приводит к разрушению конструкции в целом. Именно поэтому при оценке несущей способности сжатой конструкции важное значение имеют вопросы устойчивости [1-14].

Рассмотрим двухпролетную стойку с одной промежуточной упругой опорой жесткостью c , нагруженную распределенной нагрузкой q (рис.

1,а). Определим критическую силу стойки при условии: $l_1=l_2, EI=const$.

Для этого сначала перенесем равнодействующую распределенной нагрузки, приложенной посередине длины каждого пролета, в опоры B и C в половинном размере (рис. 1,б). Тогда в опорах B и C будет действовать сила $ql/4$.

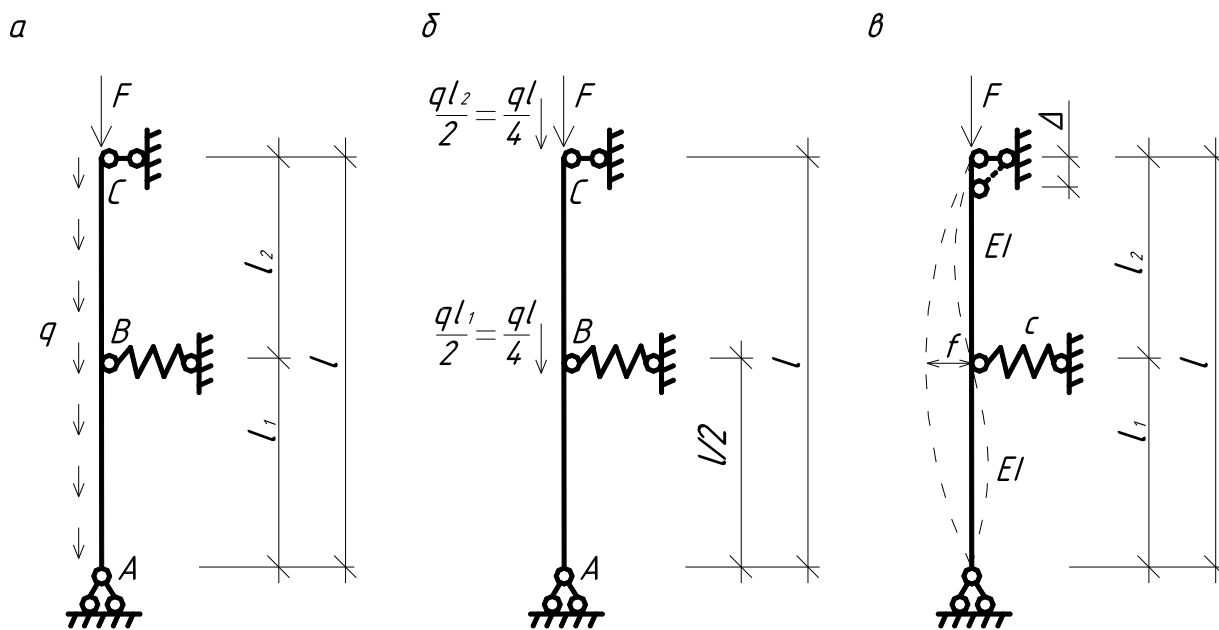


Рис. 1. Двухпролетная стойка с одной промежуточной упругой опорой:
 а – расчетная схема, б – расчетная схема с приведенной силой q , в – формы деформирования стержня

Сумму всех сил, действующих на стойку, определяем по формуле:

$$F_{прив} = \sum F_i \mu(z_i) + \int q(z) dz \mu(z) = F_{cr}, \quad (1)$$

где $q(z)$ – распределенная нагрузка; $\mu(z)$ – поправочный коэффициент, определяемый по формуле $\mu(z)=z^2/l^2$, где z – расстояние от точки A до точки приложения соответствующей силы, перенесенной в опоры B и C ; l – длина стойки; F_{cr} – эйлерова сила.

Для определения F_{cr} рассмотрим двухпролетную стойку с одной промежуточной упругой опорой жесткостью c без участия q (рис.1,в).

Зададимся приближенным уравнением упругой линии в изогнутом равновесном состоянии с точностью до двух параметров:

$$y = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}. \quad (2)$$

Для решения данной задачи используем энергетический метод. Он основан на анализе полной энергии системы или приращения энергии в отклоненном состоянии, примерно совпадающем по характеру перемещений с ожидаемой новой формой деформированного состояния после потери устойчивости системы. Для

этого запишем условие равенства нулю работы соответствующих приращению параметров a_1 и внешних и внутренних сил на перемещениях, a_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial a_1} \delta a_1 &= \frac{1}{EI} \int_0^l M \frac{\partial M}{\partial a_1} \delta a_1 dx + cf \frac{\partial f}{\partial a_1} \delta a_1 - F \frac{\partial \Delta}{\partial a_1} \delta a_1 = 0, \\ \frac{\partial U}{\partial a_2} \delta a_2 &= \frac{1}{EI} \int_0^l M \frac{\partial M}{\partial a_2} \delta a_2 dx + cf \frac{\partial f}{\partial a_2} \delta a_2 - F \frac{\partial \Delta}{\partial a_2} \delta a_2 = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В формулах (3) первое слагаемое – это энергия изгиба стержня, второе – энергия деформации опоры, третье – работа силы F . Дифференциальное уравнение упругой линии

$$M = EIy'' = - \left[\frac{\pi^2}{l^2} a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + \frac{4\pi^2}{l^2} a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} \right] EI, \quad (4)$$

из которого получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial a_1} &= - \frac{EI\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}, \\ \frac{\partial M}{\partial a_2} &= - \frac{4EI\pi^2}{l^2} \sin \frac{2\pi x}{l}. \end{aligned} \quad (5)$$

При $x=l/2, y=f=a_1$ получим

$$\frac{\partial f}{\partial a_1} = 1; \quad \frac{\partial f}{\partial a_2} = 0.$$

Вертикальная составляющая перемещения верхнего опорного сечения:

$$\Delta = \frac{1}{2} \int_0^l (y')^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^l \left(a_1 \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x}{l} + a_2 \frac{2\pi}{l} \cos \frac{2\pi x}{l} \right)^2 dx = \frac{\pi^2}{2l} \left(\frac{a_1^2}{2} + 2a_2^2 \right); \quad (6)$$

тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial a_1} &= \frac{\pi^2}{2l} \cdot \frac{2a_1}{2} = \frac{\pi^2 a_1}{2l}; \\ \frac{\partial \Delta}{\partial a_2} &= \frac{\pi^2}{2l} \cdot 2 \cdot 2a_2 = \frac{2\pi^2 a_2}{l}. \end{aligned}$$

Подставив полученные значения в уравнения работ и интегрируя их по параметрам a_1 и a_2 , получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial a_1} \delta a_1 &= \frac{1}{EI} \int_0^l \left(\frac{\pi^2}{l^2} a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + \frac{4\pi^2}{l^2} a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} \right) \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} E^2 I^2 \delta a_1 dx + ca_1 \cdot 1 \cdot \delta a_1 - F \frac{\pi^2 a_1}{2l} \delta a_1 = 0, \\ \frac{\partial U}{\partial a_2} \delta a_2 &= \frac{1}{EI} \int_0^l \left(\frac{\pi^2}{l^2} a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + \frac{4\pi^2}{l^2} a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} \right) \frac{4\pi^2}{l^2} \sin \frac{2\pi x}{l} E^2 I^2 \delta a_2 dx + ca_1 \cdot 0 - F \frac{2\pi^2 a_2}{l} \delta a_2 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

откуда следует:

$$\begin{aligned} \frac{EI\pi^4}{2l^3} a_1 + ca_1 - \frac{F\pi^2}{2l} a_1 &= 0, \\ \frac{EI8\pi^4}{l^3} a_2 - \frac{F2\pi^2}{l} a_2 &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

При условии неравенства нулю значений параметров a из уравнений (8) находим критическую силу:

$$F_{cr,1} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} + \frac{2lc}{\pi^2}, \quad (9)$$

$$F_{cr,2} = \frac{4\pi^2 EI}{l^2} \quad (10)$$

Значение критической силы по формуле (9) соответствует симметричной форме потери устойчивости, по формуле (10) соответствует кососимметричной форме потери устойчивости (рис.1,в).

Для дальнейшего решения используем критическую силу, найденную по формуле (9). Тогда, используя формулу (1), получим

$$F_{npus} = F \cdot \frac{l^2}{l^2} + \frac{ql}{4} \cdot \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2}{l^2} + \frac{ql}{4} \cdot \frac{l^2}{l^2} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} + \frac{2lc}{\pi^2};$$

$$F + \frac{5}{16}ql = \frac{\pi^2 EI}{l^2} + \frac{2lc}{\pi^2}, \quad (11)$$

откуда имеем:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} + \frac{2lc}{\pi^2} - \frac{5}{16}ql. \quad (12)$$

Таким образом, получено выражение критической силы для двухпролетной стойки с одной промежуточной упругой опорой с учетом жесткости и нагруженной распределенной нагрузкой по высоте стержня. Используя предложенный алгоритм вычисления, можно получить выражение критической силы для n -го количества пролетов и $(n-1)$ промежуточных упругих опор.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Адамян И.Р. Напряженно-деформированное состояние сталебетонных брусьев прямоугольного поперечного сечения с составной обоймой при сжатии и изгибе: автореф. дис. канд. техн. наук. Белгород, 2000. 19 с.
- Адамян И.Р. Напряженно-деформированное состояние сталебетонных стержней прямоугольного поперечного сечения при продольном изгибе // Промышленность стройматериалов и стройиндустрия, энерго- и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений: Сб. док. Межд. конф. Белгород: Изд. БелГТАСМ, 1997. Ч.6-7. С.113-114.
- Адамян И.Р., Чихладзе Э.Д. Расчет напряженно-деформированного состояния сталебетонных стержней прямоугольного поперечного сечения при продольном изгибе // Передовые технологии в промышленности и строительстве на пороге XXI века: Сб. докл. Межд. конф.-шк.-сем. мол. уч. и асп. Белгород: Изд. БелГТАСМ, 1998. Ч.2. С.145-146.
- Зинькова В.А., Солодов Н.В. Исследование напряженно-деформированного состояния бесфасоночных узлов трубчатых ферм // Современные проблемы науки и образования. Пенза: изд-во Дом «Академия естествознания». 2013. №6. С. 205-212.
- Левитанский И.В., Беккерман М.И., Солодов Н.В., Конаков А.И. Экспериментальное исследование сквозных колонн производственных зданий // Известия высших учебных заведений. Строительство и архитектура. 1990. №2. С. 7-12.
- Серых И.Р., Дегтярь А.Н., Наумов А.Е. Эффект применения сталебетонных колонн // Вестник БГТУ им. В.Г.Шухова. 2014. № 5. С. 63-66.
- Серых И.Р. Прочность сталебетонного элемента с составной обоймой при внецентренном сжатии и изгибе // Вестник БГТУ им. В.Г.Шухова. 2005. № 10. С. 442-445.
- Солодов Н.В. Исследование совместной работы элементов решетчатых колонн и разработка методики расчета подкрановой ветви: автореф. дис. канд. техн. наук. Москва, 1990. 20с.
- Солодов Н.В. Натурное испытание стальной фермы // Известия высших учебных заведений. Строительство. 1996. С. 26-28.
- Юрьев А.Г., Нужный С.Н., Серых И.Р. Оптимизация металлических рам переменного профиля // Сборник научных трудов Sward. 2014. Т. 7. № 4 (37). С. 3-5.
- Юрьев А.Г., Панченко Л.А., Серых И.Р., Мостафа Осман, Ата Эль-Карим Шоейб, Павленко В.И. Эффект усиления круглых железобетонных колонн волокнистыми композитами // Вестник БГТУ им. В.Г.Шухова. 2014. № 4. С. 20-22.
- Юрьев А.Г., Панченко Л.А., Серых И.Р. Стеклофибробетон для двухслойной крепи вертикальных шахтных стволов / Инновация-2013: сб. научн. статей Междунар. науч.-практ. конф. // Ташкентский государственный технический университет (Ташкент 16-18 окт. 2013 г.), Ташкент: Изд-во Янги аср авлоди, 2013. С. 217-219.
- Юрьев А.Г., Серых И.Р. Синтез стержневых систем с учетом устойчивости равновесия // Актуальные вопросы строительства: матер. V всерос. научно-техн. конф., Новосибирск: НГА-СУ (Сибстрин), 2012. Т.1. С.103-106.
- Юрьев А.Г., Серых И.Р. Структурный синтез стержневых систем с учетом устойчивости равновесия / Коммунальное городское хозяйство: науч.-техн. сб. // Харьк. нац. акад. город. хоз., Харьков: изд-во ХНАГХ, 2012. Вып. 105. С. 39-42.

Solodov N.V., Peshkova E.V.

INVESTIGATION OF THE STABILITY OF RODS

This article is devoted to the study of the stability of rods on the example of a two-rack having one intermediate elastic support and loaded with a distributed load. The focus is on the definition of the Euler force energy method. An expression for the critical force, taking into account the stiffness of the elastic support.

Key words: stability, critical force, energy method.