

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

Трофимченко В.Н., аспирант,  
Воронов В.П., канд. физ.-мат. наук, проф.,  
Мордовская О.С., канд. техн. наук, доц.,  
Ханин С.И. канд. техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ПО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

trofimchenko@inbox.ru

Одним из направлений повышения эффективности сепарации порошкообразных материалов является совершенствование способа подачи частиц в зону сепарации. Для равномерного распределения материала в сепараторе применяют различные устройства. В статье представлено математическое описание процесса движения частицы по поверхности вращающегося распределительного конуса. Приведены аналитические выражения, позволяющие определить скорость движения частицы исходя из конструктивных параметров конуса и частоты его вращения.

**Ключевые слова:** распределительное устройство, скорость частицы, вращающийся конус, кинематические параметры.

Конструкции подавляющего большинства динамических центробежных сепараторов имеют устройства для равномерного распределения материала в зоне сепарации [1, 2, 3, 4, 5]. Эти устройства могут придавать необходимые скорости частицам материала при их попадании в газовую среду зоны сепарации, влиять на кинематические и динамические характеристики поступающих с распределительных устройств частиц. Это дает дополнительные возможности по управлению процессом сепарации и его эффективностью [6,7]. В этой связи установление взаимосвязи скоростных параметров поступающих в зону сепарации частиц материала с параметрами конструкции распределительных устройств, частотой их вращения, способом и местом подачи частиц, коэффициентом их трения о поверхность приобретает существенную практическую значимость. Распределительные устройства имеют конструктивные отличия. Наиболее часто они выполняются в виде вращающегося конуса [8]. Определению скоростных параметров взаимодействующих с распределительным устройством частиц посвящено достаточно много работ, однако в предлагаемых описаниях имеются определенные недостатки. К примеру, в работах [9,10] обязательным условием для определения скорости частицы является необходимость в определении времени нахождения частицы на поверхности вращающегося устройства экспериментальным способом. В

связи с этим разработка математического описания для определения скорости движения частицы по вращающемуся конусу является актуальной.

Рассмотрим движение частицы материала массой  $m$  по поверхности вращающегося с частотой  $\omega$  конуса. Траектория движения частицы по внешней его поверхности, очевидно, будет представлять собой коническую спиральную линию или участок такой линии с переменным расстоянием  $r$  от оси вращения (рис. 1).

Согласно представленной на рис. 1 расчетной схеме, спиральную траекторию движения частицы в плоскости, перпендикулярной оси вращения, можно описать следующим соотношениями:

$$x = r \cos \varphi, \quad (1)$$

$$y = r \sin \varphi, \quad (2)$$

где угол поворота  $\varphi$  отсчитываемый от положительного направления оси  $Ox$  с частотой вращения конуса связан следующим соотношением:

$$\varphi = \omega t, \quad (3)$$

здесь  $t$  – текущее время.

Для описания движения частицы материала вдоль образующей конуса введем двумерную декартовую систему координат  $\zeta; \eta$  с началом в точке  $O_1$  согласно расчетной схеме, представленной на рис. 2.

Пусть в некоторый произвольный момент времени частица материала на поверхности вращающегося конуса имеет следующие параметры  $r, z$  и  $\zeta$ , которые согласно схеме на рис. 2 связаны между собой и геометрическими размерами конуса, следующими соотношениями:

$$r = r_0(1 - z/h_0), \quad (4)$$

$$z = h_0(1 - \zeta/L_0). \quad (5)$$

Примем, что на частицу материала, находящуюся на внешней поверхности вращающегося конуса действуют следующие силы: вес частицы  $P$ , сила реакции опоры  $N$ , центробежная сила  $F_{ц}$  и сила трения о поверхность конуса.

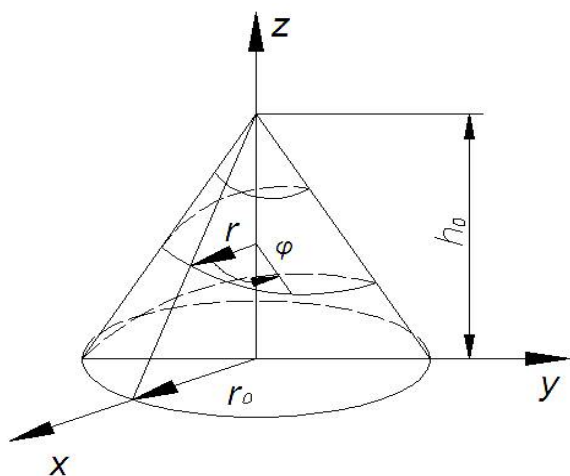


Рис. 1. Представление траектории движения частицы материала по вращающейся поверхности конуса

Пусть в некоторый произвольный момент времени частица материала на поверхности вращающегося конуса имеет следующие параметры  $r, z$  и  $\zeta$ , которые согласно схеме на рис. 2

$$N + m\omega^2 r \cos \gamma - m g \cos(\pi/2 - \gamma) = 0, \quad (6)$$

где  $\gamma$  – значение угла образованного направляющей конуса с осью  $Oz$ ;  $m$  – масса частицы материала;  $g$  – ускорение свободного падения.

Угол  $\gamma$  определяется через параметры конуса и выражается согласно соотношениям:

$$\cos \gamma = h_0/L_0, \quad (7)$$

$$\sin \gamma = r_0/L_0. \quad (8)$$

$$m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} = m g \cos \gamma + m \omega^2 r \sin \gamma - fN, \quad (10)$$

где  $f$  – коэффициент трения скольжения.

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} = g \frac{h_0}{L_0} + \frac{\omega^2 r_0^2}{L_0^2} \zeta - f \left( g \frac{r_0}{L_0} - \frac{\omega^2 r_0 h_0}{L_0^2} \zeta \right). \quad (11)$$

связаны между собой и геометрическими размерами конуса, следующими соотношениями:

$$r = r_0(1 - z/h_0), \quad (4)$$

$$z = h_0(1 - \zeta/L_0). \quad (5)$$

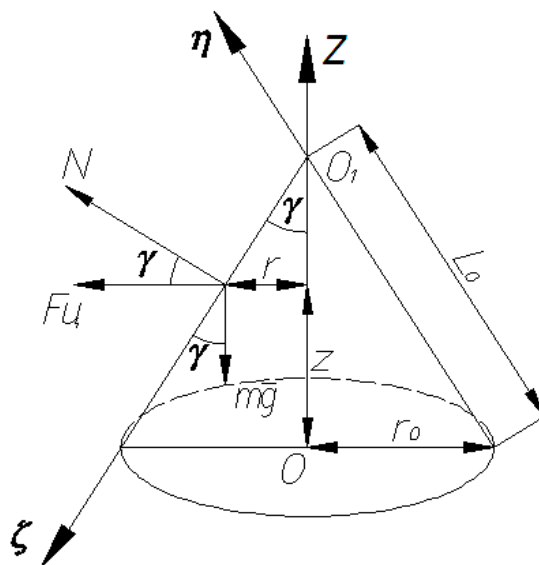


Рис. 2. Расчетная схема для описания движения частицы материала в неподвижной системе координат  $\zeta; O_1; \eta$

Примем, что на частицу материала, находящуюся на внешней поверхности вращающегося конуса действуют следующие силы: вес частицы  $P$ , сила реакции опоры  $N$ , центробежная сила  $F_{ц}$  и сила трения о поверхность конуса.

Проекция этих сил на ось  $O_1\eta$  позволяет получить следующее соотношение:

На основании (6) находим, что величина силы реакции опоры будет определяться соотношением:

$$N = m g \sin \gamma - m \omega^2 r \cos \gamma. \quad (9)$$

Уравнение движения частицы материала в системе координат  $\zeta; O_1; \eta$ , связанной с вращением конической поверхности, будет иметь следующий вид:

Подстановка в (9) с учетом (4), (5), (7), (8) в (10) позволяет получить следующее уравнение:

Введем следующие обозначения:

$$A = \frac{\omega^2 r_0^2}{L_0^2} \left( 1 + f \frac{h_0}{r_0} \right), \quad (12)$$

$$B = g \frac{h_0}{L_0} \left( 1 - f \frac{r_0}{h_0} \right). \quad (13)$$

С учетом введенных обозначений уравнение (11) принимает вид:

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} - A \zeta = B. \quad (14)$$

Общее решение дифференциального уравнения (14) имеет вид:

$$\zeta(t) = C_1 e^{-\sqrt{A}t} + C_2 e^{\sqrt{A}t} - B/A, \quad (15)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования, значения которых можно найти исходя из следующих начальных условий:

$$t = 0, \quad \zeta(0) = L_H, \quad (16)$$

$$t = 0, \quad \frac{d\zeta(0)}{dt} = 0. \quad (17)$$

$$z(t) = h_0 \left[ 1 - \left( \frac{L_H}{L_0} + \frac{B}{L_0 A} \right) ch(\sqrt{A} t) - \frac{B}{L_0 A} \right]. \quad (22)$$

Согласно полученному соотношению (22) можно найти  $t_d$  – время движения частицы материала по поверхности вращающегося конуса, а именно:

$$t = t_d, \quad z(t_d) = 0 \quad (23)$$

Применив (23) к соотношению (22) получаем следующее уравнение для определения значения  $t_d$ :

$$1 + \frac{B}{L_0 A} = \left( \frac{L_H}{L_0} + \frac{B}{L_0 A} \right) ch(\sqrt{A} t_d) \quad (24)$$

Решая уравнение (26) относительно величины  $t_d$  находим:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{r_0}{L_0} \frac{d\zeta}{dt} \cos \varphi - \frac{r_0}{L_0} \omega \zeta \sin \varphi, \quad (28)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{r_0}{L_0} \frac{d\zeta}{dt} \sin \varphi + \frac{r_0}{L_0} \omega \zeta \cos \varphi, \quad (29)$$

Связь между компонентами скоростей в полярной –  $v_r, v_\varphi$  и декартовой –  $v_x, v_y$  системах координат определяется следующими соотношениями:

$$v_r = v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi, \quad (30)$$

$$v_\varphi = \frac{r_0}{L_0} \frac{d\zeta}{dt} \cos^2 \varphi - \frac{r_0}{L_0} \omega \zeta \sin \varphi \cos \varphi + \frac{r_0}{L_0} \frac{d\zeta}{dt} \sin^2 \varphi + \frac{r_0}{L_0} \omega \zeta \sin \varphi \cos \varphi = \frac{r_0}{L_0} \frac{d\zeta}{dt} \quad (32)$$

$$v_\varphi = -\frac{r_0}{L_0} \frac{d\zeta}{dt} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{r_0}{L_0} \omega \zeta \sin^2 \varphi + \frac{r_0}{L_0} \frac{d\zeta}{dt} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{r_0}{L_0} \omega \zeta \cos^2 \varphi = \frac{r_0}{L_0} \omega \zeta. \quad (33)$$

где  $L_H$  – расстояние от вершины конуса до начальной точки, с которой частица начинает движение по поверхности конуса.

Применение (17) и (15) приводит к соотношению:

$$C_2 - C_1 = 0 \quad (18)$$

Подстановка (18) и (15) позволяет получить выражение:

$$\zeta(t) = 2C_1 ch(\sqrt{A} t) - B/A. \quad (19)$$

Применив (16) к (19) позволяет получить окончательно следующий результат:

$$2C_1 - \frac{B}{A} = L_H. \quad (20)$$

Подстановка (20) в (19) позволяет получить окончательно следующий результат:

$$\zeta(t) = (L_H + B/A) ch(\sqrt{A} t) - B/A. \quad (21)$$

На основании (5) с учетом (21) можно найти изменение  $z$  – координаты частицы материала при движении по вращающейся поверхности конуса:

$$t_d = \frac{1}{\sqrt{A}} \operatorname{arcch} \left( \frac{L_0 + B/A}{L_H + B/A} \right). \quad (25)$$

Найдем изменение проекций скоростей частицы материала в плоскости, перпендикулярной оси вращения конуса  $v_x$  и  $v_y$ . С учетом (3) – (13) соотношения (1) и (2) принимают вид:

$$x = \frac{r_0 \zeta}{L_0} \cos(\omega t), \quad (26)$$

$$y = \frac{r_0 \zeta}{L_0} \sin(\omega t), \quad (27)$$

На основании (26) и (27) находим:

$$v_\varphi = -v_x \sin \varphi + v_y \cos \varphi. \quad (31)$$

Подстановка (28) и (29) в (30) и (31) позволяет получить следующий результат:

Подстановка (21) в (32) и (33) с учетом (12) и (13) позволяет окончательно получить следу-

ющий результат:

$$v_r = \frac{r_0^2}{L_0^2} \omega \sqrt{1 + f \frac{h_0}{r_0}} \left( L_H + \frac{gh_0L_0 \left(1 - f \frac{r_0}{h_0}\right)}{\omega^2 r^2 \left(1 + f \frac{h_0}{r_0}\right)} \right) sh \left( \frac{r_0}{L_0} \left(1 + f \frac{h_0}{r_0}\right) \omega t \right), \quad (34)$$

$$v_\varphi = \frac{r_0}{L_0} \omega \left[ \left( L_H + \frac{gh_0L_0 \left(1 - f \frac{r_0}{h_0}\right)}{\omega^2 r^2 \left(1 + f \frac{h_0}{r_0}\right)} \right) ch \left( \frac{r_0}{L_0} \left(1 + f \frac{h_0}{r_0}\right) \omega t \right) - \frac{gh_0L_0 \left(1 - f \frac{r_0}{h_0}\right)}{\omega^2 r^2 \left(1 + f \frac{h_0}{r_0}\right)} \right]. \quad (35)$$

Таким образом, полученные аналитические соотношения (34) и (35) определяют изменение компонент скорости движения частицы материала по внешней поверхности вращающегося конуса с частотой  $\omega$  в зависимости от параметров конуса  $r_0$ ,  $h_0$  и расстояния от его вершины до начального положения частицы –  $L_H$ .

С использованием полученного математического описания были получены графические зависимости от параметра  $L_H$  и текущего времени  $t$  составляющих скоростей движения частицы мергеля  $v_r$  и  $v_\varphi$  по вращающейся поверхности конуса распределительного устройства промышленного центробежного сепаратора с диаметром корпуса 4 м (рис. 3). Зависимости построены при следующих конструктивно-технологических параметрах сепаратора:  $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ ;  $r_0 = 0,275 \text{ м}$ ;  $h_0 = 0,26 \text{ м}$ ;  $L_0 = 0,378 \text{ м}$  и коэффициенте трения  $f = 0,3$ .

Функциональные зависимости (34) и (35) являются возрастающими. Приведенные на рис. 3 графические зависимости характеризуются

выраженным нелинейным характером изменения  $v_r$  и  $v_\varphi$  от  $t$ . Значения радиальной составляющей скорости  $v_r$  превышают значения тангенциальной составляющей скорости  $v_\varphi$  для всех рассматриваемых интервалов значений  $L_H$  и  $t$ . Так, при  $L_H = 0,1 \text{ м}$  и времени  $t_1 = 0,2 \text{ с}$ ;  $t_2 = 0,4 \text{ с}$ ;  $t_3 = 0,6 \text{ с}$  радиальная составляющая скорости принимает значения  $v_{r1} = 1,12 \text{ м/с}$ ,  $v_{r2} = 2,77 \text{ м/с}$ ,  $v_{r3} = 6,05 \text{ м/с}$ ; а тангенциальная составляющая -  $v_{\varphi1} = 0,56 \text{ м/с}$ ,  $v_{\varphi2} = 1,87 \text{ м/с}$ ,  $v_{\varphi3} = 4,49 \text{ м/с}$ . При увеличении расстояния между вершиной конуса и начальным положением частицы до  $L_H = 0,3 \text{ м}$  и указанных значениях времени радиальная составляющая скорости принимает значения  $v_{r4} = 1,54 \text{ м/с}$ ,  $v_{r5} = 3,79 \text{ м/с}$ ,  $v_{r6} = 8,20 \text{ м/с}$ ; а тангенциальная составляющая -  $v_{\varphi4} = 1,17 \text{ м/с}$ ,  $v_{\varphi5} = 2,83 \text{ м/с}$ ,  $v_{\varphi6} = 6,59 \text{ м/с}$ . Превышения значений  $v_r$  над  $v_\varphi$  составляют для первого рассмотренного случая соответственно 50%, 67 % и 74 %; для второго - 76 %, 74 % и 80 %.

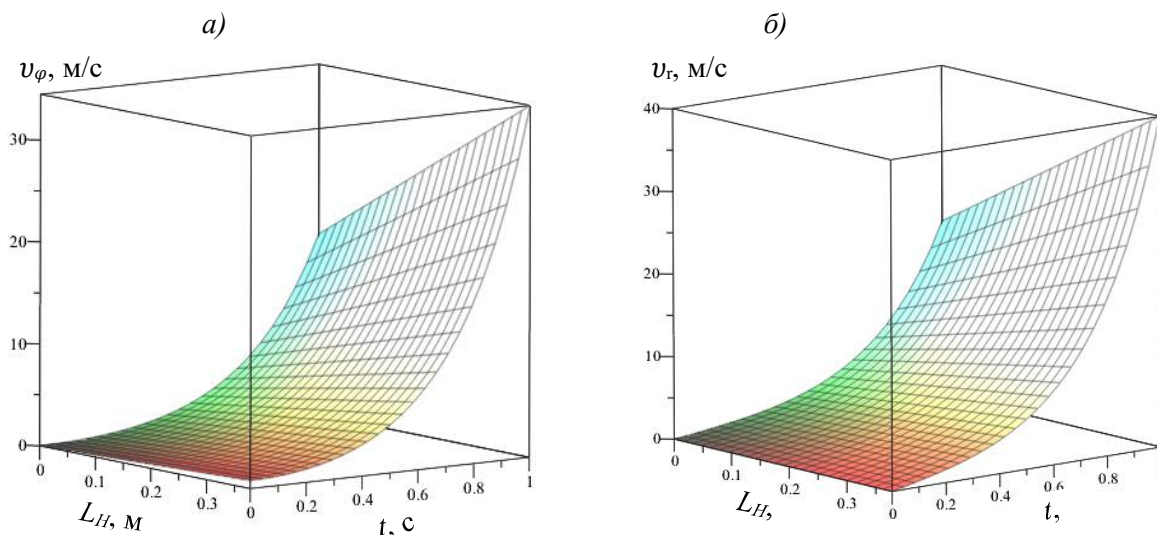


Рис. 3. Зависимости составляющих скоростей движения частицы мергеля по вращающейся конической поверхности от  $t$  и  $L_H$ : а) -  $v_\varphi$ ; б) -  $v_r$

Приведенное математическое описание дает возможность определить на поверхности вращающегося конуса значения скорости частицы материала и ее составляющих. Его применение целесообразно при проектировании конических распределительных устройств, оптимизации

процессов разделения порошковых материалов в динамических центробежных сепараторах.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Трофимченко В.Н., Ханин С.И., Кирилов И.В. Анализ конструкций распределительных устройств динамических сепараторов // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. ст. – Вып. XII. / под ред. В.С. Богданова. Белгород, 2013. С.415–417
2. Богданов В.С. и др. Основы расчета машин и оборудования предприятий строительных материалов и изделий. Белгород: Изд-во БГТУ, 2013. 650 с.
3. Евсеев Е.А. К проблеме оптимизации пневмосепарационного процесса в кольцевом пространстве. Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2005. 111 с.
4. Ходаков Г.С. Тонкое измельчение строительных материалов. Издательство литературы по строительству. Москва 1972. 239 с.
5. Барский М.Д. Фракционирование порошков. М.: Недра, 1980. 327 с.
6. Барский М.Д. Оптимизация процессов разделения зернистых материалов, М., «Недра», 1978. 168 с.
7. Clark M. Separation efficiency. International Cement Review (ICR). 2004. September. P.38
8. Андреев В.Л., Курбанов Р.Ф., Саитов В.Е., Шилин В.В. Оптимизация эксплуатационных параметров конструктивных элементов пневмосистем с кольцевым аспирационным каналом // Современные наукоемкие технологии. 2015. № 8. С. 7–12
9. Бойко И.Г., Попов О.А. Исследование движения частицы сыпучего корма по поверхности подающего конуса ротационного дозатора // Сучасні проблеми вдосконалення технічних систем і технологій в тваринництві: Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка. - Харків ХНТУСГ, 2010. Вип. 95. С. 72–77.
10. Василенко, П.М. Теория движения частиц по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин // П.М. Василенко; под ред. акад. М.И. Медведева. – Киев Изд-во Укр. Акад. с.-х. наук, 1960. 283 с.

---

**Trofimchenko V.N., Voronov V.P., Mordovskaya O.S., Khanin S.I.  
THE QUESTION ABOUT CALCULATION SPEED OF PARTICLES ON A ROTATING  
SURFACE OF THE CONE**

*One of the ways of increasing efficiency of separating the powder particle is to improve a method of supplying particles to a separation zone. For uniform distribution of the material in the separator use various devices. The article presents a mathematical description of the motion process, the particle on the surface of the rotating distributor cone. The analytical expressions for determining the rate of motion of a particle based on the design parameters of the cone and the frequency of its rotation.*

*Keywords: feeder, particle velocity, rotating cone, kinematic parameters.*

---

**Трофимченко Владимир Николаевич**, аспирант.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.

E-mail: trofimchenko@inbox.ru

**Воронов Виталий Павлович**, кандидат физико-математических наук, профессор.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.

E-mail: dh@intbel.ru

**Мордовская Ольга Сергеевна**, кандидат технических наук, доцент.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.

E-mail: dh@intbel.ru

**Ханин Сергей Иванович**, кандидат технических наук, профессор.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.

E-mail: dh@intbel.ru