Юдин К. А., канд. техн. наук, доц.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ В ШАРОВЫХ МЕЛЬНИЦАХ

## kyudin@mail.ru

В статье автором предлагается методика определения оптимальных воздействий мелющих тел на измельчаемый материал в шаровых мельницах на основе лабораторных испытаний и моделирования ударных и истирающих воздействий мелющих тел на единичные частицы материала.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, шаровая мельница, гранулометрический состав, ударные воздействия, истирающие воздействия.

Моделирование – воспроизведение свойств исследуемого объекта в специально построенной модели. Посредством моделирования могут решаться различные задачи по модернизации конкретного оборудования и производства в целом.

В настоящее время возрастает значение математического моделирования и, в, частности, моделирования процессов разрушения материалов в шаровых барабанных мельницах. Большой опыт использования шаровых мельниц позволяет позиционировать их в качестве основных помольных агрегатов. Моделирование предопределяет разумный компромисс между сложностью моделей и их детерминированностью, с одной стороны, и прогностическими возможностями и простотой численного эксперимента, с другой.

Необходимо создание таких условий измельчения материала, при которых обеспечивается выпуск конечного продукта с заданным гранулометрическим составом без переизмельчения при минимально необходимых энергиях разрушения частиц исходного материала.

Определение оптимальных воздействий мелющих тел на измельчаемый материал возможно в лабораторных условиях при моделировании воздействия мелющих тел и создания максимально приближенных к ним воздействий в промышленных мельницах для исключения недоизмельчения и переизмельчения.

Объектом исследования является процесс разрушения частиц материала. Несмотря на множество теорий разрушения (В.М. Финкель, А.А. Гриффитс, И. Брах, Р.Т. Хукки, Р.И. Чарльз) [1], применение теории разрушения единичных частиц материала в шаровой барабанной мельнице значительно ограничивалось отсутствием информации о характере и величинах нагрузок, действующих на них.

Режимы работы мелющей загрузки мельницы, при которых материал измельчается за

счет удара, истирания, раздавливания являются с точки зрения энергетического воздействия мелющих тел на измельчаемый материал далеко не оптимальными.

Для повышения эффективности измельчения материалов в мельницах требуется решение двух задач: определения оптимальных параметров воздействия мелющих тел на частицы материала и создание таких режимов работы мелющей среды, при которых обеспечиваются эти оптимальные воздействия.

В идеальном случае получаемые регрессионные модели должны включать в себя параметры, которые отражают характерные физические свойства измельчаемого материала и шаровых мельниц. Только в процессах, таких, как единичное ударное воздействие на монослой идентичных частиц при исключении повторного дробления осколков может быть получена информация о разрушении измельчаемого материала в целом.

При исследовании истирания исследуемая трибологическая система должна рассматриваться как подвергаемый нагрузке комплекс, включающий контртело, индентор и промежуточный материал. В качестве контртела и индентора выступают или шары, или футеровка барабана мельницы и шар, а в качестве промежуточного материала - клинкер.

С точки зрения эффективности работы помольного агрегата наиболее важен контроль тонкости помола и определения фракционного состава получаемого продукта. В качестве выходной характеристики экспериментальных исследований был принят фракционный (гранулометрический) состав подвергнутых ударному и истирающему воздействию частиц клинкера ЗАО "Белгородский цемент". Для определения гранулометрического состава получаемого продукта применялся ситовой (весовой) анализ.

Получив для каждой точки плана эксперимента значения остатков на ситах, целесообраз-

но использовать значения характеристического размера зерна (d') и коэффициент однородности (n) в качестве комплексных параметров, характеризующих разрушение частиц материала.

Продукты измельчения с хорошей степенью точности описываются уравнением Розина - Раммлера — Беннета:

$$R = 100 \cdot \exp\left(-\left(\frac{d}{d!}\right)^n\right) \tag{1}$$

где R - остаток на сите с размером ячеек d, %;

d' и n - параметры, значения которых определяются свойствами измельчаемого материала и условиями измельчения. При прочих равных условиях d' и n зависят от физико-механических свойств клинкера, которые отражаются на его измельчаемости.

Уравнения регрессии второго порядка в нормированном виде для d' и n при ударном воздействии  $(X_1$  - высота падения шара;  $X_2$  - диаметр шара;  $X_3$  - размер частиц клинкера;  $X_4$  - объемная масса клинкера):

 $\begin{array}{l} \text{d'=}21.605\text{-}8.277X_1 - 10.214X_2 + 11.634X_3 - 4.887X_4 - 2.023X_1^2 + 9.697X_2^2 - 5.571X_3^2 - 7.707X_4^2 + 6.071X_1X_2 - 7.501X_1X_3 + 5.983X_1X_4 - 5.788X_2X_3 + 4.977X_2 \ X_4 - 6.802X_3 \ X_4 \end{array}$ 

$$n = 0.563 + 0.023 X_{1} - 0.001 X_{2} + 0.018 X_{3} + 0.012 X_{4} + 0.064 X_{1}^{2} + 0.039 X_{2}^{2} + 0.105 X_{3}^{2} + 0.032 X_{4}^{2} - 0.020 X_{1} X_{2} + 0.005 X_{1} X_{3} - 0.019 X_{1} X_{4} - 0.028 X_{2} X_{3} + 0.024 X_{2} X_{4} + 0.029 X_{3} X_{4}$$

Уравнения регрессии второго порядка в нормированном виде для d' и n при истирающем воздействии  $(X_1$  - сила нормального давления шара на частицу клинкера;  $X_2$  - угло-

вая скорость вращения шара;  $X_3$  - объемная масса клинкера;  $X_4$  - размер частиц;  $X_5$  - время истирания):

$$d' = 0.138 - 0.002X_1 - 0.002X_2 + 0.011X_3 + 0.003X_4 - 0.011X_5 + 0.002X_1^2 - 0.011X_2^2 + 0.002X_3^2 + \\ + 0.023X_4^2 + 0.014X_5^2 + 0.004X_1X_2 + 0.019X_1X_3 - 0.002X_1X_4 - 0.007X_1X_5 - 0.006X_2X_3 - 0.008X_2X_4 + \\ + 0.015X_2X_5 + 0.022X_3X_4 - 0.001X_4X_5$$

$$n = 1.084 - 0.041X_1 - 0.049X_2 + 0.078X_3 + 0.055X_4 - 0.077X_5 + 0.033X_1^2 - 0.053X_2^2 + 0.018X_3^2 + 0.139X_4^2 \\ + 0.054X_5^2 + 0.017X_1X_2 + 0.076X_1X_3 - 0.031X_1X_4 + 0.048X_1X_5 - 0.032X_2X_3 - 0.053X_2X_4 + \\ + 0.183X_2X_5 + 0.191X_3X_4$$

Для построенных уравнений регрессии была установлена адекватность полученных моделей.

Далее определяются зависимости d' и п от энергетических характеристик процесса разрушения частиц материала.

В общем случае кинетическая энергия при ударном воздействии на частицу клинкера равна

$$E_{y} = \frac{\pi \cdot g}{6} \cdot \rho_{0} \cdot D^{3} \cdot H , \qquad (2)$$

где H и D - первый и второй факторы в описанном выше четырехфакторном эксперименте по ударному разрушению частиц клинкера.

Для рассчитанных в каждой точке плана эксперимента значений энергии взаимодействия при ударе  $E_y$  были получены уравнения квадратичной регрессии d' и n в зависимости от  $E_y$ , d,  $\rho$  (в нормированных величинах):

$$d' = 12.847 - 3.224 \cdot E_y + 6.706 \cdot d - 0.478 \cdot p + 1.926 \cdot E_y^2 - 1.963 \cdot d^2 - 4.099 \cdot p^2 - 1.1 \cdot E_y \cdot d - (3) - 0.351 \cdot E_y \cdot p - 1.135 \cdot d \cdot p$$

$$n = 0.647 + 0.003 \cdot E_y + 0.011 \cdot d + 0.016 \cdot p + 0.024 \cdot E_y^2 + 0.091 \cdot d^2 + 0.019 \cdot p^2 - 0.017 \cdot E_y \cdot d + 0.01 \cdot E_y \cdot p + 0.03 \cdot d \cdot p$$

При истирающем воздействии на частицу энергия определяется как работа силы трения, зависящая от коэффициента трения (f), пути фрикционного контакта (S) и контактного давления (P). Так как работа по истиранию равна энергии  $E_{\rm u}$ , израсходованной на измельчение путем истирания, то

$$E_{_{\mathbf{H}}} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{\omega} \cdot \mathbf{t} \cdot \frac{\mathbf{D}}{2} \cdot \mathbf{P}, \qquad (4)$$

где P,  $\omega$ , t - первый, второй и пятый факторы в пятифакторном эксперименте по истирающему разрушению частиц клинкера.

Для рассчитанных в каждой точке плана эксперимента значений энергии взаимодействия

при истирании  $E_{u}$  были получены уравнения квадратичной регрессии d' и n в зависимости

от  $E_u$ , d,  $\rho$  (в нормированных величинах):

$$\begin{aligned} d' &= 0.135 - 0.0065 \cdot E_{_{\text{II}}} + 0.0086 \cdot p - 0.0146 \cdot d + 0.013 \cdot E_{_{\text{II}}}^2 + 0.009 \cdot p^2 + 0.0009 \cdot d^2 + \\ &\quad + 0.014 \cdot E_{_{\text{II}}} \cdot p - 0.0073 \cdot E_{_{\text{II}}} \cdot d + 0.013 \cdot p \cdot d \end{aligned} \tag{5}$$

$$n = 0.988 - 0.073 \cdot E_{_{\text{H}}} + 0.088 \cdot p + 0.045 \cdot d + 0.122 \cdot E_{_{\text{H}}}^{^{2}} + 0.027 \cdot p^{2} + 0.148 \cdot d^{2} + 0.052 \cdot E_{_{\text{H}}} \cdot p - 0.059 \cdot E_{_{\text{H}}} \cdot d + 0.167 \cdot p \cdot d$$

Представленная методика позволяет получить зависимости параметров гранулометрического состава продуктов разрушения частиц клинкера от энергетических характеристик воздействия мелющих тел и двух параметров исходного материала — размера частиц клинкера и их объемной массы.

Поскольку целью оптимизации является определение минимально необходимых энергий

для измельчения частиц материала, то для определения минимально необходимых энергий ударного и истирающего воздействий на частицы материала с различным размером d, учитывая характер зависимостей  $d'(E_y)$ ,  $d'(E_u)$  и наличие у них минимумов, найдем значения  $E_{y \ \text{мин}}$  и  $E_{u \ \text{мин}}$  в зависимости от размера частиц d. Для этого возьмем частные производные d' по d:

$$\frac{\partial d'(E_y)}{\partial d} = 6.706 - 2 \cdot 1.963 \cdot d - 1.1 \cdot E_y - 1.135 \cdot \rho$$

$$\frac{\partial d'(E_u)}{\partial d} = -0.0146 + 2 \cdot 0.0009 \cdot d - 0.0073 \cdot E_u + 0.013 \cdot \rho$$
(6)

и приравняем их к нулю, так как в точке экстремума (в нашем случае - минимум) производная обращается в ноль. Получим следующие линейные зависимости  $E_{y \; \text{мин}} \;\; \text{и} \;\; E_{\text{и} \;\; \text{мин}} \;\; \text{от изменения d:}$ 

$$E_{ymuh} = \frac{6.706 - 3.926 \cdot d - 1.135 \cdot \rho}{1.1}$$

$$E_{umuh} = \frac{-0.0146 + 0.0018 \cdot d + 0.013 \cdot \rho}{0.0073}$$
(7)

Графически зависимости  $E_{y \text{ мин}}$  и  $E_{u \text{ мин}}$  представлены на рисунке 1 для случая нормированного значения  $\rho$ =0.

Как следует из рисунка 1, существует граничное значение размера частиц  $d_r$  (точка B) такое, что частицы размером  $d < d_r$  эффективно измельчаются истиранием (участок AB), а частицы размером  $d > d_r$  - ударом (участок BC). Полученные зависимости полностью соответству-

ют известному положению о том, что мелкие фракции эффективнее измельчаются истиранием, а крупные - ударом.

В исходном материале присутствуют частицы разных размеров, а гранулометрический состав обычно характеризуется процентным содержанием нескольких классов, определим для каждого класса среднее значение диаметра частиц как полусумму граничных значений класса. А затем по линейным зависимостям  $E_{\text{имин}}(d)$  и  $E_{\text{умин}}(d)$  (см. рисунок 1) определяется для каждого  $d_{\text{кср}}$  значения энергии взаимодействия.

На основе этих данных получается математическая модель гранулометрического состава продуктов измельчения. Используя ее совместно с математической моделью многофазного цикла движения загрузки мельницы [2], возможно определение оптимальных конструктивно — технологических параметров шаровых мельниц.

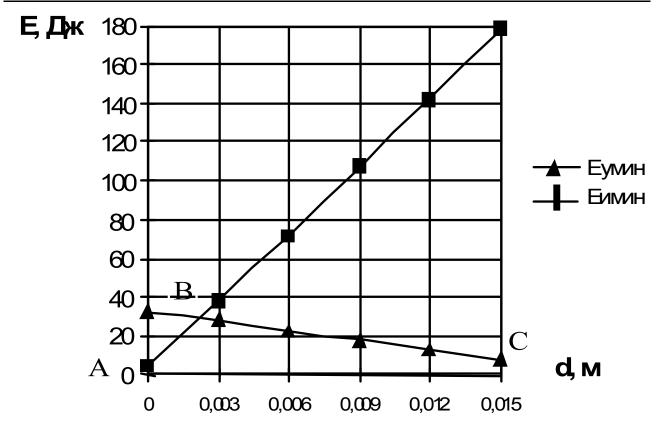


Рисунок 1. Зависимость энергий взаимодействия ( $E_{_{V\,MUH}}$  и  $E_{_{U\,MUH}}$ ) от d

При этом для математической модели многофазного цикла движения загрузки мельницы в качестве входных факторов (лабораторный вариант) выбраны следующие: радиус барабана мельницы, коэффициент заполнения барабана мельницы, радиус шара, относительная скорость вращения барабана, коэффициент трения, коэффициент восстановления.

Разработанная методика определения оптимальных воздействий мелющих тел на измельчаемый материал в совокупности с математической моделью многофазного цикла движения мелющих тел позволяет оптимизировать режимы работы загрузки и конструктивнотехнологические параметры работы мельниц с учетом физико-механических свойств конкрет-

ного измельчаемого материала и требований к гранулометрическому составу продуктов измельчения.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Юдин, К.А.* Оптимизация работы шаровых барабанных мельниц с учетом разрушения частиц измельчаемого материала. / К. А. Юдин Белгород, 1999. 158c.
- 2. *Юдин, К.А.* Снижение энергоемкости процесса измельчения в шаровых мельницах / Н.Д. Воробьев, К.А.Юдин // Научно-техн. журнал. Материалы Международного конгресса "Современные технологии в ПСМ и стройиндустрии", Белгород, 2003. С.86-91.