

Ханина О. С., канд. техн. наук, ст. преп.,  
Воронов В. П., канд. физ.-мат. наук, проф.,  
Ханин Д. С. аспирант

Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСЕВОЙ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ БАРАБАНЕ\*

Unique.ox@gmail.com

Установлены закономерности изменения осевой скорости движения сыпучего материала и времени его пребывания во вращающемся барабане в зависимости от его конструктивных параметров.

**Ключевые слова:** скорость движения, вращающийся барабан, сыпучий материал, время пребывания.

Рассмотрим движение сыпучего материала вдоль оси вращения барабана. Введем, согласно расчетной схеме (рис.1), двумерную систему координат XOY.

Пусть барабан трубной шаровой мельницы вращается с частотой  $\omega$ , тогда слой сыпучей среды материала, прилегающий к барабану, будет вовлекаться во вращательное движение с частотой:

$$\omega' = \alpha \cdot \omega, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, учитывающий величину проскальзывания загрузки относительно барабана.

Обозначим через  $v_x$  скорость осевого движения материала внутри барабана, тогда для не-

которой выделенной в начале координат массы сыпучего материала на основании второго закона Ньютона можно записать:

$$m \frac{d\vec{v}_x}{dt} = \vec{F}_n + \vec{F}_c, \quad (2)$$

где  $m$  – выделенная масса сыпучего материала, кг;  $\vec{F}_n$  – сила подпора сыпучего материала по длине барабана, Н;  $\vec{F}_c$  – сила сопротивления движению материала барабана, Н.

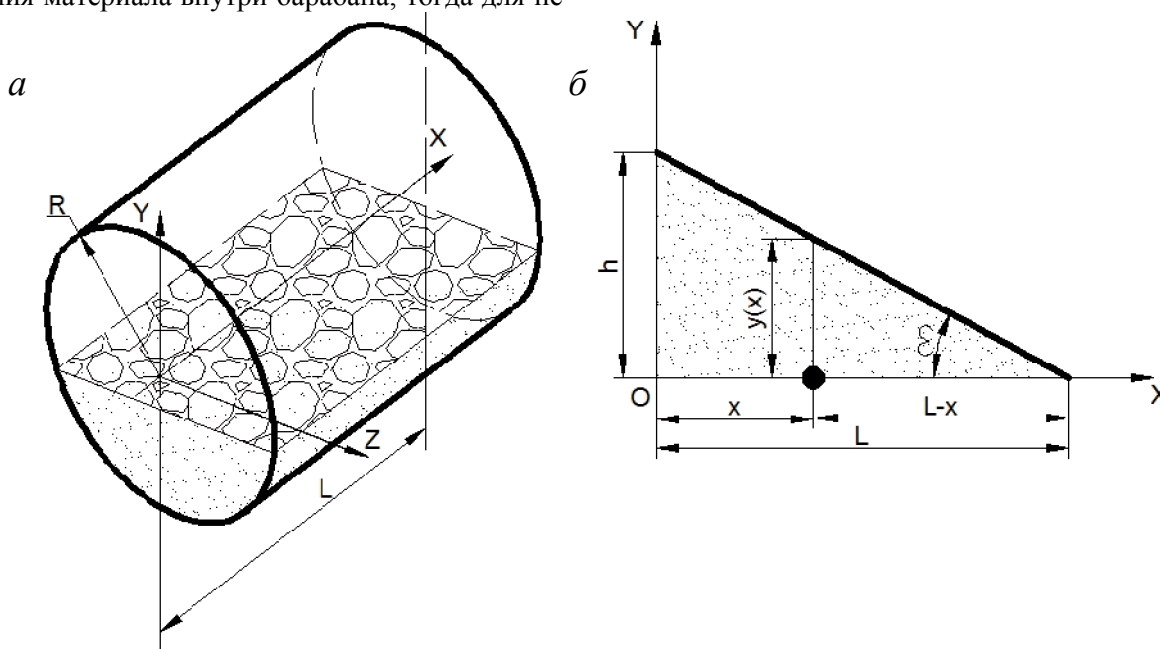


Рисунок 1. Расчетные схемы, задающие:

*a* – конструктивные  $R$  и  $L$ , *б* – технологические параметры  $h$ ,  $\varepsilon$  сыпучего материала

Значения сил, действующих на выделенную в начале координат массу сыпучей среды, определяются следующими соотношениями:

$$\vec{F}_n = -\text{grad}U, \quad (3)$$

$$\vec{F}_c = m \cdot \omega' \cdot \vec{v}. \quad (4)$$

Соотношение (4) записано в предположении, что сила сопротивления осевому движению материала носит «стоксовский характер» и поэтому пропорциональна скорости осевого движения сыпучей среды, а коэффициент пропорциональности в свою очередь зависит от выделенной массы сыпучего материала и ее частоты вращения, определяемой выражением (1). В правой части выражения (3) стоит величина  $U$ , которая представляет собой значение потенциальной энергии сыпучей среды в произвольной точке «х» на интервале значений от нуля до  $L$  [2]. Согласно расчетной схеме (рис. 1, б) величина потенциальной энергии в произвольной точке «X» задается следующим соотношением:

$$U(x) = m \cdot g \cdot y(x), \quad (5)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $y(x)$  – функция, характеризующая высоту слоя сыпучего материала в произвольной точке «х».

$$y(x) = \frac{h \cdot (L - x)}{L}, \quad (6)$$

где  $h$  и  $l$  – параметры, характеризующие сыпучий материал (см. рис.1).

Если учесть, что

$$\operatorname{tg}(\varepsilon) = \frac{h}{L}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  – угол естественного откоса сыпучего материала [1], рад; то с учетом (6) и (7) соотношение (5) принимает следующий вид:

$$U(x) = m \cdot g(L - x)\operatorname{tg}(\varepsilon), \quad (8)$$

На основании соотношения (8) выражение (3) для силы подпора приводится к следующему виду:

$$\vec{F}_n = m \cdot g \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon) \cdot \vec{i}, \quad (9)$$

здесь  $\vec{i}$  – единичный орт вдоль оси OX.

С учетом соотношений (4) и (9) проекция векторного уравнения (2) на ось OX приводится к следующему виду:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\omega' \cdot v_x + g \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon). \quad (10)$$

Полученное уравнение (10) описывает движение сыпучей среды вдоль оси барабана мельницы в зависимости от частоты вращения сыпучего материала и угла естественного откоса.

Решение уравнения (10) будем искать в следующем виде:

$$v_x = c(t) \cdot e^{-\omega' \cdot t}, \quad (11)$$

где неизвестная функция  $c(t)$  должна удовлетворять следующему дифференциальному уравнению:

$$c'(t) = g \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon) \cdot e^{\omega' \cdot t}, \quad (12)$$

Решение уравнения (12) имеет вид:

$$c(t) = \frac{g}{\omega'} \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon) \cdot e^{\omega' \cdot t} + C_0, \quad (13)$$

Подстановка (13) в (11) приводит к следующему результату:

$$v_x = \frac{g}{\omega'} \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon) + C_0 e^{-\omega' \cdot t}, \quad (14)$$

Постоянную интегрирования, входящую в выражение (14) можно определить исходя из следующего начального условия:

$$t=0; v_x=0. \quad (15)$$

Применяя (15) к соотношению (14) позволяет, находим, что:

$$C_0 = -\frac{g}{\omega'} \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon), \quad (16)$$

Подстановка выражений (16) и (1) в (14) позволяет последнее представить в окончательном виде:

$$v_x = v_0(1 - e^{-\alpha \cdot \omega' \cdot t}), \quad (17)$$

где введено следующее обозначение:

$$v_0 = \frac{g \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon)}{\alpha \cdot \omega'}, \quad (18)$$

Графическая зависимость, построенная по соотношению (17) представлена на рис. 2.

Анализ графической зависимости, представленной на рис. 2, позволяет сделать вывод о том, что по истечении неустановившегося режима (около 3 секунд) осевая скорость движения сыпучей среды стремиться к своему предельному постоянному значению  $v_0$ . Тогда путь, пройденный материалом

в барабане вдоль оси ОХ за время  $t$ , будет определяться следующим уравнением:

$$x = v_0 \cdot t. \tag{19}$$

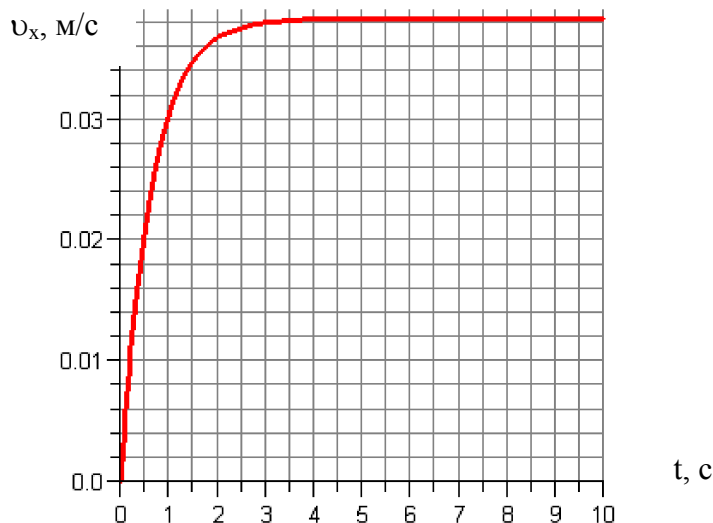


Рисунок 2. Зависимость скорости движения сыпучего материала в направлении продольной оси барабана от времени его пребывания в барабане для значений  $L=8$  м;  $h=0,05$  м;  $v_0=0,038$  м/с

На основании соотношений (18) и (19) находим, что время пребывания материала в трубной мельнице, имеющей длину  $L$ , равно:

$$t(L) = \frac{\alpha \cdot L \cdot \omega}{g \cdot \operatorname{tg}(\varepsilon)}. \tag{20}$$

С учетом (7) соотношение (20) принимает вид:

$$t(L) = \frac{\alpha \cdot L^2 \cdot \omega}{g \cdot h}. \tag{21}$$

Графическая зависимость, построенная по соотношению (21) приведена на рис. 3.

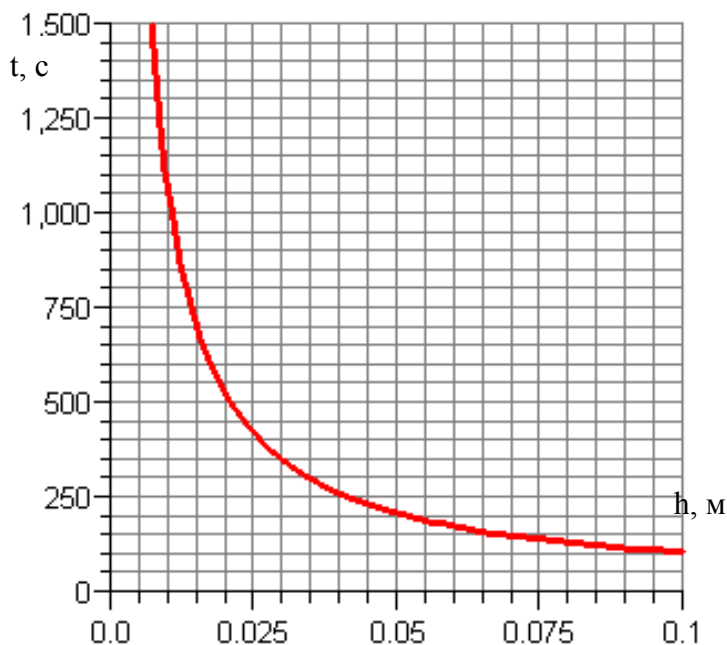


Рисунок 3. Зависимость времени пребывания сыпучего материала во вращающемся барабане от высоты подачи сыпучей среды при  $\alpha=0,8$ ;  $\omega=2$  с<sup>-1</sup>;  $L=8$  м

Если измерять частоту вращения барабана в долях от критической частоты вращения, чтобы:

$$\omega = \psi \cdot \omega_k = \psi \sqrt{\frac{g}{R}}, \tag{22}$$

то подстановка соотношения (22) в (21) приводит его к окончательному виду:

$$t(L) = \frac{\alpha \cdot L^2 \cdot \psi}{\sqrt{g \cdot R \cdot h}}, \tag{23}$$

где  $R$  – радиус барабана, м.

Таким образом, согласно проведенным расчетам можно заключить, что время пребывания сыпучего материала во вращающемся барабане пропорционально квадрату его длины, частоте

вращения и обратно пропорционально высоте подачи сыпучего материала.

На рис. 4 приведена графическая зависимость времени пребывания сыпучего материала от его конструктивных параметров.

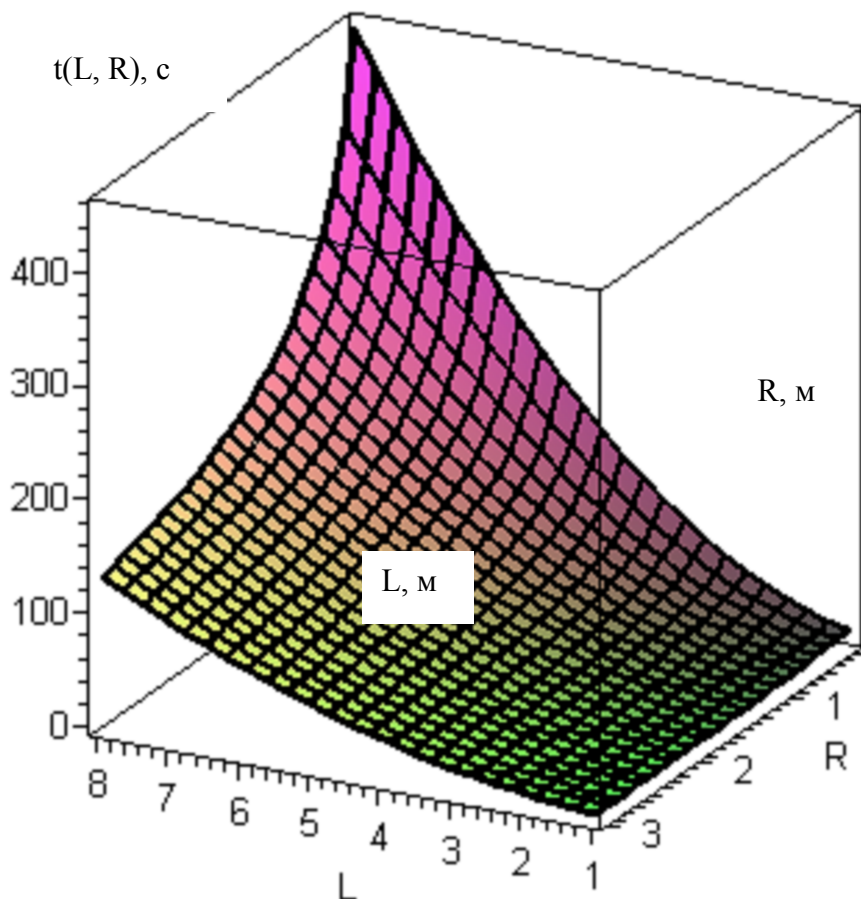


Рисунок 4. Зависимость времени пребывания сыпучего материала во вращающемся барабане от его длины и радиуса при  $h=0,05$  м;  $\psi=0,76 \cdot n_{кр}$ ;  $\alpha=0,8$

Определение скорости и времени движения сыпучего материала во вращающемся барабане необходимо для установления основных параметров, характеризующих процессы его измельчения и классификации в агрегатах барабанного типа.

*\*Статья подготовлена и опубликована при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям совместно с Советом по грантам при Президенте Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (грант МК-3414.2009.8).*

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гячев, Л.В. Основы теории бункеров. /Л. В. Гячев. – Новосибирск: Изд-во Носиб. ун-та, 1992. – 312 с.
2. Зенков, Г.Л. Механика насыпных грунтов (основания расчета погрузочно-разгрузочных и транспортных устройств) / Г.Л. Зенков. – М.: Машиностроение, 1964. – 252 с.