

Уральский В.И., канд. техн. наук, проф.,  
 Севостьянов В.С., д-р техн. наук, проф.,  
 Сеница Е.В., канд. техн. наук, доц.,  
 Уральский А.В., канд. техн. наук, доц.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ МЕЛЮЩИХ ТЕЛ В ПОМОЛЬНЫХ КАМЕРАХ ВИБРАЦИОННО-ЦЕНТРОБЕЖНОГО АГРЕГАТА\*

WIURAL@mail.ru

В статье представлены аналитические зависимости, описывающие кинематику вибрационно-центробежного агрегата, а так же аналитические зависимости на основе одномассовой динамической системы агрегата, позволяющие определить динамические и энергетические характеристики функционирования агрегата.

**Ключевые слова:** центробежный агрегат, ударные нагрузки, траектории движения, мелющая загрузка.

Для изучения движения мелющих тел в помольных камерах вибрационно-центробежного агрегата [1] и определения рациональных режимов его работы создана лабораторная установка (рис. 1). Кинематическая схема лабораторной установки полностью соответствует схеме экспериментальной установки вибрационно-центробежного агрегата.

С помощью лабораторной установки можно наглядно проследить движение загрузки в камерах. В верхней камере мелющая загрузка совершает возвратно-поступательное движение, в средней перемещается по эллиптической траектории, в нижней движется по круговой траектории (рис. 2).

Сложность расчета траектории, как каждого шара в отдельности, так и мелющей загрузки в целом объясняется частыми многократно повторяющимися ударами мелющих тел друг с другом и корпусом помольной камеры. При усло-

вии, что удар мгновенный, исследование этого процесса представляет собой сложную задачу.

Можно отметить, исходя из работ [2, 3], что разрушение частиц материала происходит при попадании его в зону контакта между соударяемыми шарами, либо между шарами и подвижной стенкой корпуса помольной камеры. В этом случае реализуется ударно-стирающее воздействие на материал, в результате чего в нем возникает напряженное состояние.

Для выявления механизма измельчения в исследуемом вибрационно-центробежном агрегате необходимо рассмотреть характер движения мелющих тел с позиции ударных нагрузок.

В первую очередь исследуем движение мелющих шаров в верхней камере, совершающей возвратно-поступательные движения вдоль вертикальной оси. Рассмотрим движение шара, находящегося на вибрирующей поверхности, используя методы, изложенные в [3].

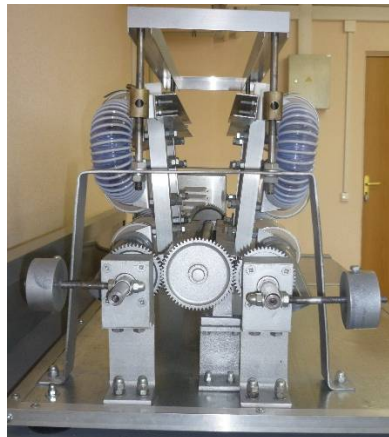
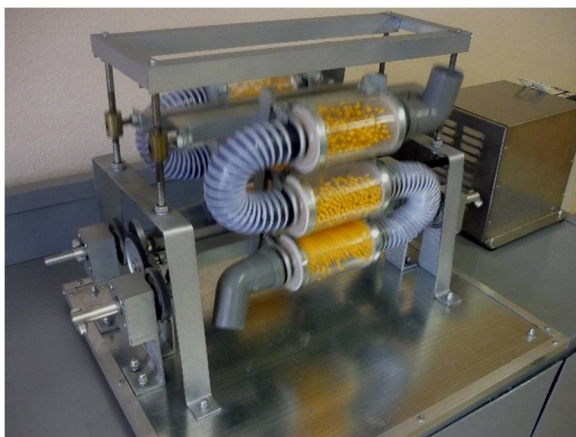


Рис. 1. Лабораторная установка вибрационно-центробежного агрегата:  
 а – общий вид; б – вид с боку

Вибрирующая поверхность помольной камеры движется периодически по закону [4]:

$$y = e(\sin\varphi + \sqrt{v^2 - \cos^2\varphi}) \quad (1)$$

где  $e$  – величина эксцентриситета вала,  $m$ ;  $v$  – коэффициент длины шатуна;  $\varphi$  – угол поворота эксцентрикового вала, град

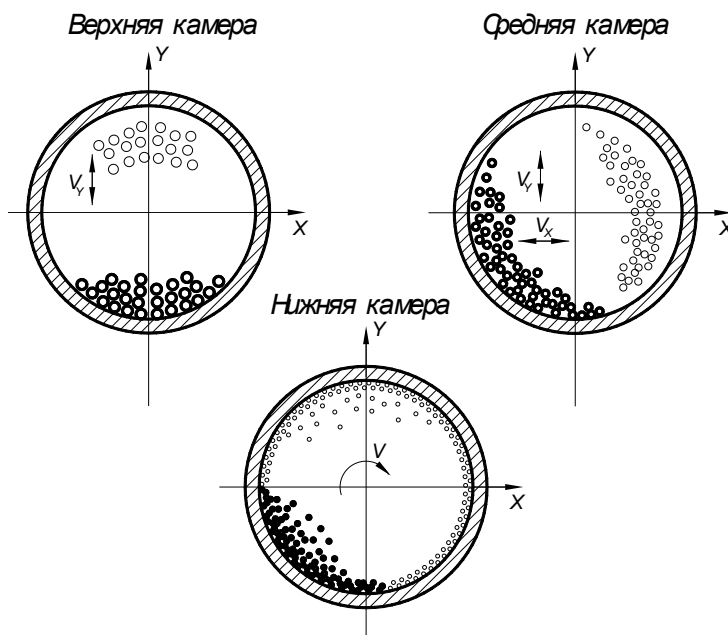


Рис. 2. Движение мелющих тел в камерах агрегата

Будем считать движение шара в помольной камере как одноударный режим непрерывного подбрасывания, т.е. движение шара при ударе о нижнюю стенку камеры происходит до верхней стенки камеры, но до удара о нее [5, 6].

Определим характеристики одноударного периодического режима (рис. 3).

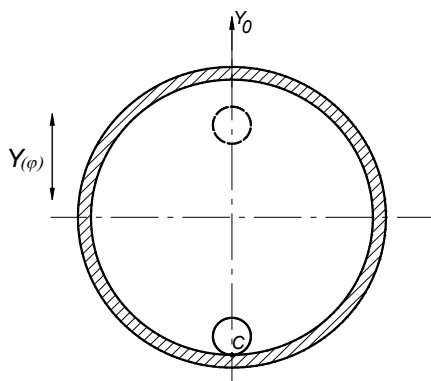


Рис. 3. Схема воздействия камеры на шар при центральном ударе

Положения и скорости шара в начале и в конце интервала его безударного движения описываются следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} y &= Y(\varphi), \dot{y} = v \text{ при } t = 0, \\ y &= Y(\varphi), \dot{y} = u \text{ при } t = T, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $u$  – скорость шара перед ударом, м/с;  $v$  – скорость шара после удара, м/с;  $T = 2\pi/\omega$  – период движения шара, с;  $\omega$  – угловая скорость эксцентрикового вала, рад/с.

На интервалах между ударами шар движется под действием силы тяжести. Закон движения имеет вид:

$$y = Y(\varphi) + vt - \frac{gt^2}{2}, \quad (3)$$

Из условия периодичности положения шара  $y(0) = y(T)$  определяются величины скоростей  $u$ ,  $v$  и ударного импульса  $I$ :

$$v = u = \frac{gT}{2}, \quad (4)$$

$$I = mgT. \quad (5)$$

При этом необходимо учитывать, что  $\bar{v} = -\bar{u}$ .

В рассматриваемом случае только координата  $y_c = Y(\varphi)$  точки удара в периодическом режиме зависит от закона движения поверхности камеры. В остальном движение шара полностью определяется условиями периодичности.

Предполагая, что масса подвижной рамы вместе с помольными камерами значительно больше массы шара и скорость точки удара остается при ударе неизменной, выражение для относительных скоростей до и после удара будет иметь следующий вид [3]:

$$v - \dot{Y}(\varphi) = -R[u - \dot{Y}(\varphi)], \quad (6)$$

где  $R$  – коэффициент восстановления скорости при ударе (для реальных условий  $0 \leq R < 1$ ).

С учетом (4) получим выражение, связывающее скорости обоих звеньев при ударе:

$$v = \dot{Y}(\varphi) \frac{1+R}{1-R}. \quad (7)$$

В результате получаем зависимость, определяющую изменение скорости шара при ударе для рассматриваемого случая:

$$v(\varphi) = e \left( \cos \varphi - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{v^2 - \cos^2 \varphi}} \right) \frac{1+R}{1-R}. \quad (8)$$

Выражение (6) и полученные из него зависимости (7) и (8) справедливы в предположении, что удар шара и стенки камеры является прямым и центральным. Однако реальное взаимодействие звеньев будет сопровождаться не центральными, а косыми ударами. При этом происходит изменение величины и направления скоростей участвующих в ударе тел. Возникают нормальные и касательные составляющие. В ряде источников [3] косой удар рассматривается с позиции гипотезы вязкого трения.

На рис. 4 показана схема воздействия камеры на шар при косом ударе.

В точке  $M$  происходит контакт вибрирующей поверхности и шара. Нормаль  $n$ -направлена по радиусу цилиндра камеры, касательная  $t$ -перпендикулярна радиусу.

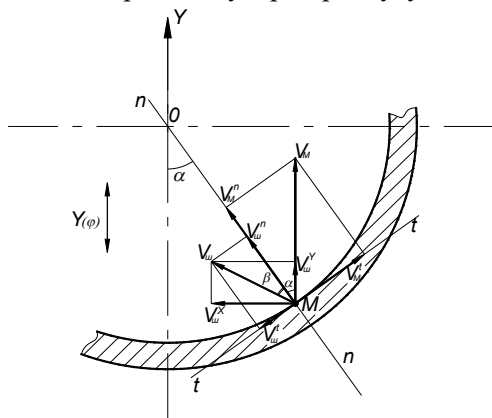


Рис. 4. Схема воздействия камеры на шар при косом ударе

Нормальная и тангенциальная составляющие скорости точки  $M$  определяются выражениями

$$v_M^n = v_M \cos \alpha; \quad (9)$$

$$v_M^t = v_M \sin \alpha, \quad (10)$$

где  $\alpha$  – центральный угол, определяющий положение точки удара, град.

Скорость  $v_M(\varphi) = \dot{Y}(\varphi)$  будет определяться выражением

$$v_M(\varphi) = e \left( \cos \varphi - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{v^2 - \cos^2 \varphi}} \right). \quad (11)$$

Нормальная и тангенциальная составляющие скорости шара после удара связаны следующими соотношениями:

$$v_{uu}^n = v_M^n R, \quad (12)$$

$$v_{uu}^t = -v_M^t (1 - \lambda), \quad (13)$$

где  $\lambda$  – коэффициент вязкого трения.

Значения  $\lambda$  колеблются в пределах  $0 \leq \lambda < 1$ .

Величина скорости шара после удара определяется выражением

$$v_{uu} = \sqrt{(v_{uu}^n)^2 + (v_{uu}^t)^2}. \quad (14)$$

В нижней камере вибрационно-центробежного агрегата Энергия движения от корпуса для всей мелушей загрузки будет передаваться последовательно от внешнего слоя к внутренним слоям [7].

Рассмотрим перемещение наружного слоя шаров (рис. 5).

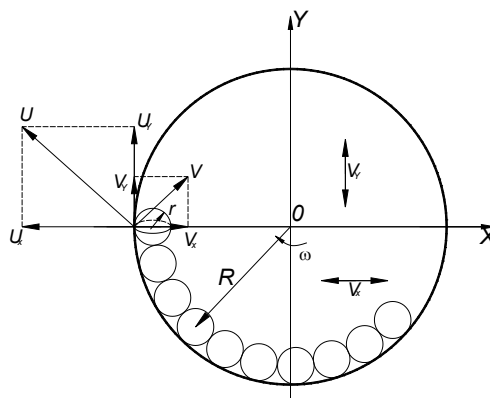


Рис. 5. Схема движения наружного слоя мелушей загрузки

Его движение будет осуществляться за счет взаимодействия с колеблющейся стенкой камеры. Так как помольные камеры агрегата горизонтальны и отсутствует осевое перемещение мелуших шаров вдоль камер, то ограничимся рассмотрением движения слоя в плоскости  $XU$ , перпендикулярной продольной оси камеры. Тело, находясь в этой плоскости под действием центробежных сил и сил тяжести, совершает циклическое круговое движение. При этом сложное движение можно разложить на следующие составляющие:

- поступательное движение вдоль оси  $X$ ;
- поступательное движение вдоль оси  $Y$ ;
- вращательное движение в плоскости  $XU$ .

Соударение шаров с колеблющейся плоскостью для поступательного и вращательного движений описывается через теорему сохранения импульсов:

$$\begin{cases} m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 ; \\ I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = I_1 \omega'_1 + I_2 \omega'_2 , \end{cases} \quad (13)$$

где  $m_1, m_2$  – массы шарового слоя и колеблющейся плоскости;  $I_1, I_2$  – моменты инерции соударяемых тел;  $u_1, u_2, \omega_1, \omega_2$  – доударные скорости при поступательном и вращательном движениях;  $v_1, v_2, \omega'_1, \omega'_2$  – послеударные скорости при поступательном и вращательном движениях.

При столкновении двух тел коэффициент восстановления определяется выражением

$$R = \frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1} . \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) конечные скорости движения шарового слоя:

$$v_1 = \frac{(m_1 - Rm_2)u_1 + m_2(1+R)u_2}{m_1 + m_2} ; \quad (15)$$

$$\omega'_1 = \frac{(I_1 - RI_2)\omega_1 + I_2(1+R)\omega_2}{I_1 + I_2} . \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) приемлемы для прямого, центрального удара. В случае косоугольного удара возникают нормальные и касательные составляющие. Используя гипотезу вязкого трения, можно описать скорости соударяемых тел при скользящем контакте.

Учитывая, что начальные скорости для стенки камеры и шара различны и применяя (15) и (16) к гипотезе вязкого трения, получаем выражения для нормальных и касательных составляющих скоростей шарового слоя:

$$v_{1x} = \frac{(m_1 - Rm_2)u_{1x} + m_2(1+R)u_{2x}}{m_1 + m_2} ; \quad (17)$$

$$v_{1y} = \frac{[m_1 + m_2(1-\lambda)]u_{1y} + u_{2y}m_2\lambda}{m_1 + m_2} ; \quad (18)$$

$$\omega'_1 = \frac{[I_1 + I_2(1-\lambda)]\frac{u_{1y}}{\rho_w} + I_2\lambda\frac{u_{2y}}{\rho_w}}{I_1 + I_2} , \quad (19)$$

где  $\rho_w$  – радиус слоя шаров мелющей загрузки;  $u_{2x}$  – нормальная составляющая скорости корпуса камеры;  $u_{2y}$  – касательная составляющая скорости корпуса камеры;  $\lambda$  – коэффициент вязкого трения.

Величины нормальных и касательных составляющих скорости корпуса нижней камеры определяются по результатам кинематического анализа рычажного механизма агрегата.

Выражения (17)–(19) справедливы и для анализа движения мелющей загрузки в средней камере агрегата, совершающей движение по эллиптической траектории. При этом кинематические характеристики, необходимые для расче-

тов, определены при кинематическом анализе движения соответствующих точек агрегата.

*\*Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Белгородской области в рамках научного проекта №14-41-08054 р\_офи\_м*

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пат. 2277973 Российская Федерация, В 02 С 17/08. Помольно-смесительный агрегат / Гридчин А.М., Севостьянов В.С., Лесовик В.С., Уральский В.И., Сеница Е.В.; заявитель и патентообладатель ООО «ТК РЕЦИКЛ». №2005118705/03, заявл. 24.06.05; опубл. 20.06.06, Бюл. №17. С. 8.
2. Пат. 2381837 Российская Федерация, В 02 С 17/08. Помольно-смесительный агрегат / Гридчин А.М., Севостьянов В.С., Лесовик В.С., Уральский В.И., Уральский А.В., Сеница Е.В.; заявитель и патентообладатель БГТУ им. В.Г. Шухова, ООО «ТК РЕЦИКЛ». №2008109444/03, заявл. 11.03.08; опубл. 20.02.10, Бюл. №5. С. 11.
3. Уральский А.В., Севостьянов В.С. Многофункциональный центробежный агрегат с параллельными помольными блоками // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2010. №1. С. 106–112.
4. Гридчин А.М., Севостьянов В.С., Лесовик В.С., Уральский В.И., Сеница Е.В., Уральский А.В. Энергосберегающие помольные комплексы для получения механоактивированных композиционных смесей // Известия вузов. Строительство. 2009. №5. С. 68–79.
5. Сеница Е.В., Уральский А.В., Плетнев А.В. Влияние движения мелющей загрузки на динамику центробежного помольно-смесительного агрегата // Научные исследования, наносистемы и ресурсосберегающие технологии в стройиндустрии: сб. докладов Международной научно-практической конференции. – Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г. Шухова, 2007. С. 188–192.
6. Севостьянов В.С., Уральский В.И., Сеница Е.В., Уральский А.В. Вопросы динамического исследования центробежного помольно-смесительного агрегата // Вибрационные машины и технологии: Сборник науч. тр. / редкол: С.Ф. Яцун (отв. ред.) [и др.]; Курский гос.техн. унив-т. Курск, 2008. С. 596–601.
7. Севостьянов В.С., Уральский В.И., Сеница Е.В., Уральский А.В. Определение энергетических характеристик центробежного помольного агрегата // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2012. №3. С. 21–25.

---

**Uralskiy V.I., Sevostyanov V.S., Sinita E.V., Uralskiy A.V.**

**THE RESEARCH TRAJECTORY OF THE GRINDING BODIES IN THE GRINDING COMPARTMENTS OF VIBRATION-CENTRIFUGAL UNIT**

*The article presents analytical dependences describing the kinematics of a centrifugal grinding unit, as well as analytical expressions based on the single-mass dynamic system of the unit, allowing to define the dynamic and energy characteristics of the functioning of the unit.*

**Key words:** *grinding machine, impact loads, the motion trajectory of grinding media download*

---

**Уральский Владимир Иванович**, кандидат технических наук, профессор кафедры технологических комплексов, машин и механизмов.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: WIURAL@mail.ru

**Севостьянов Владимир Семенович**, доктор технических наук, профессор кафедры технологических комплексов, машин и механизмов.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Синица Елена Владимировна**, кандидат технических наук, доцент кафедры технологических комплексов, машин и механизмов.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: evsinica@gmail.com

**Уральский Алексей Владимирович**, кандидат технических наук, доцент кафедры технологических комплексов, машин и механизмов.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: alexx\_1984.10@mail.ru