Вендин С. В., д-р техн. наук, проф.
Белгородская государственная сельскохозяйственная академия им. В.Я. Горина
Трубаев П. А., д-р техн. наук, проф.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г.Шухова

К РАСЧЕТУ НАПРЯЖЕННОСТЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ СВЧ ОБРАБОТКЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЛОСКОСЛОИСТЫХ ОБЪЕКТОВ

elapk@mail.ru

Рассмотрены вопросы расчета напряженностей электромагнитного поля при СВЧ обработке диэлектрических плоскослоистых объектов. Дается общая постановка задачи, в которой объект рассматривается, как структура, состоящая из нескольких плоскопараллельных слоев. Каждый объект характеризуется соответствующими электрофизическими характеристиками, характерными для диэлектрических сред.

В основу решения положены уравнения Максвелла для изотропной среды при отсутствии электрических зарядов. Приводятся: общее решение для плоскослоистой структуры, когда объект взаимодействует с плоской, монохроматической, линейно-поляризованной электромагнитной волной и матричная форма уравнений для определения комплексных коэффициентов

Ключевые слова: *СВЧ, диэлектрический объект, плоскослоистый, электромагнитная волна, напряженность электромагнитного поля, электрическое поле, магнитное поле.*

Важное место в технологических приемах СВЧ обработки занимают вопросы эффективности передачи СВЧ энергии от генератора к объекту, создание определенных условий в объекте по напряженности электромагнитного поля. В одном из случаев поставленная задача представляет собой электродинамическую задачу взаимодействия электромагнитной волны с диэлектрическими плоскослоистыми объектами (например обработка слоя материала на ленте под рупором антенны).

Решению вопросов распространения электромагнитных волн в плоскослоистых полупроводящих средах посвящено довольно много работ [1, 2]. Но учитывая, что в этих работах решаются отдельные конкретные задачи, приведем общее решение задачи распространения и отражения электромагнитных волн в плоскослоистых диэлектрических средах, имеющей важное значение при разработке технологических приемов, способов и технических средств для термической СВЧ-обработки диэлектрических материалов.

Согласно расчетной схемы задачи (рис. 1), будем полагать также, что объектявляется несовершенным диэлектриком, а электрофизические параметры внешней среды μ, ε, σ и каждого слоя объекта $\mu_j, \varepsilon_j, \sigma_j$ являются постоянными и однородными по всему объему, а средняя объемная плотность электрического заряда ρ равна нулю. Тогда, при незначительных изменениях электрофизических параметров вдоль линейных размеров для изотропной среды при $\rho = 0$ с достаточной степенью достоверности имеют место соотношения:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \vec{J} = \sigma\vec{E}, \vec{B} = \mu\vec{H}, \qquad (1)$$

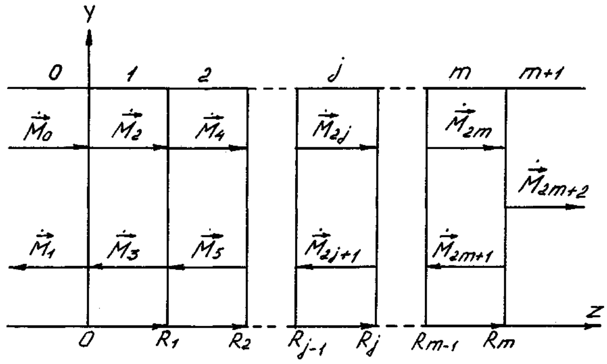
где ε - диэлектрическая проницаемость среды; μ - магнитная проницаемость среды; σ - проводимость среды.

В этом случаеэлектродинамические аспекты состояния материальной среды, которая неподвижна относительно координатных осей, описываются уравнениями Максвелла [1, 2]:

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \left[\sigma\vec{E} + \varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right], \varepsilon\mathrm{div}\vec{E} = 0,$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \mathrm{div}\,\vec{H} = 0, \qquad (2)$$

где $\vec{D}$ - электрическая индукция; $\vec{E}$ - напряженность электрического поля; $\vec{H}$ - напряженность магнитного поля; $\vec{B}$ - магнитная индукция; $\vec{J}$ - плотность электрического тока;



$\vec{M}_{2j}$ - падающая ЭМВ, $\vec{M}_{2j+1}$ - отраженная ЭМВ, j = 0,1,2,…*m* +1.

Рис.1. К задаче распространения электромагнитной волныв полупроводящих плоскослоистых средах

Для решения уравнений (2) весьма эффективно использовать метод комплексных величин, т.е. принимать, что напряженности электрического и магнитного полей в любой точке пространства равны действительным частям комплексных векторов $\overset{*}{\vec{E}}, \overset{*}{\vec{H}}$ вида $\dot{\vec{A}}e^{i\omega t}$, где $\dot{\vec{A}}$ - комплексная величина, не зависящая от времени **t**.

Кроме того, полезно использовать комплексный вектор $\dot{\vec{M}}$, объединяющий напряженности электрического и магнитного полей. В таком случае, обозначим:

$$\overset{*}{\vec{H}} \pm iv\overset{*}{\vec{E}} = \dot{\vec{M}}e^{i\omega t}, \text{или} \ \dot{\vec{H}} \pm iv\dot{\vec{E}} = \dot{\vec{M}}. \quad (3)$$

Тогда комплексный вектор $\dot{\vec{M}}$ в соответствии с (3) должен удовлетворять уравнениям:

$$\operatorname{rot}\dot{\vec{M}} = \pm k\dot{\vec{M}}, \operatorname{div}\dot{\vec{M}} = 0, \quad (4)$$

где $k = \mu\omega v$ - коэффициент распространения ЭМВ; $v = [(\varepsilon\omega - i\sigma)/\mu\omega]^{\frac{1}{2}}$ - характеристическая проводимость среды; $\omega = 2\pi f$ - круговая частота ЭМВ; f - частота ЭМВ.

Для отыскания решения воспользуемся известным в математике приемом [3] и возьмем rot от первого уравнения (4):

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\dot{\vec{M}}) = \operatorname{graddiv}\dot{\vec{M}} - \nabla^2\dot{\vec{M}}. \quad (5)$$

Тогда, с учетом (4) для комплексного вектора $\dot{\vec{M}}$ получим дифференциальное уравнение

$$\nabla^2\dot{\vec{M}} + k^2\dot{\vec{M}} = 0 \quad (6)$$

Положим, что падающая на объект электромагнитная волна, является плоской с электрическим вектором, поляризованным вдоль оси **Y**, и распространяется вдоль оси **Z**. Тогда, для плоской ЭМВ в декартовых координатах справедливы соотношения [1]:

$$\frac{\partial\dot{\vec{H}}}{\partial x} = \frac{\partial\dot{\vec{H}}}{\partial y} = \frac{\partial\dot{\vec{E}}}{\partial x} = \frac{\partial\dot{\vec{E}}}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

с учетом которых, для вектора $\dot{\vec{M}}$ имеем аналогичные выражения:

$$\frac{\partial\dot{\vec{M}}}{\partial x} = \frac{\partial\dot{\vec{M}}}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

В таком случае, уравнение (6) с учетом (8) и оператора Лапласа ∇^2 [3] преобразуется к виду:

$$\frac{\partial^2\dot{\vec{M}}}{\partial z^2} + k^2\dot{\vec{M}} = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) при замене векторов $\dot{\vec{H}}$ и $\dot{\vec{E}}$ на соотношения $\dot{\vec{H}} = \vec{i}\dot{H}$, $\dot{\vec{E}} = \vec{j}\dot{E}$ разделяется на два обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка

$$\frac{\partial^2\dot{H}}{\partial z^2} = -k^2\dot{H}, \frac{\partial^2\dot{E}}{\partial z^2} = -k^2\dot{E}. \quad (10)$$

Решением уравнений являются функции вида:

$$\dot{E} = \dot{c}_1 e^{ikz} + \dot{c}_2 e^{-ikz},$$

$$\dot{H} = \dot{c}_3 e^{ikz} + \dot{c}_4 e^{-ikz}. \quad (11)$$

Для коэффициентов $\dot{c}_1, \dot{c}_2, \dot{c}_3, \dot{c}_4$ имеют место равенства $\dot{C}_3 = v\dot{C}_1; \dot{C}_4 = -v\dot{C}_2$.

В таком случае напряженности электрического E и магнитного H полей в плоскослоистой структуре для нашего случая описываются выражениями вида:

$$\dot{E}_y = \dot{C}_1 e^{ikz} + \dot{C}_2 e^{-ikz},$$

$$\dot{H}_x = -v\left[C_1 e^{ikz} - C_2 e^{-ikz}\right] \quad (12)$$

Индексы **"x", "y".**указывают вдоль какой оси поляризован вектор напряженности поля, знак (-) в выражении для $\dot{H}_x$ соответствует тому, что при такой поляризации ЭМВ вектор $\vec{H}$ направлен в сторону, противоположную оси **X**.

Коэффициенты при функции e^{ikz} соответствуют падающей ЭМВ, а коэффициенты при функции e^{-ikz} соответствуют отраженной ЭМВ.

Как уже указывалось ранее, неизвестные постоянные в случае плоских электромагнитных волн можно определить из условий непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического **E** и магнитного **H** полей на границах раздела сред.

В общем случае напряженности электрического **E** и магнитного **H** полей в соответствии с (12) в каждом слое (рис. .1) при напряженности, падающей на объект ЭМВ, $\dot{E}_0$ определяются следующими выражениями:

при $\infty < z \le 0$

$$\dot{E}_{yo} = \dot{E}_o e^{ik_o z} + \dot{E}_1 e^{-ik_o z},$$

$$\dot{H}_{xo} = -\nu\left[\dot{E}_o e^{ik_o z} - \dot{E}_1 e^{-ik_o z}\right],$$

при $R_{j-1} < z \le R_j$, $j = 1,2\ldots m-1$

$$\dot{E}_{yj} = \dot{E}_{2j} e^{ik_j z} + \dot{E}_{2j+1} \cdot e^{-ik_j z},$$

$$\dot{H}_{xj} = -\nu_j\left[\dot{E}_{2j} e^{ik_j z} - \dot{E}_{2j+1} e^{-ik_j z}\right], \tag{13}$$

при $R_{m-1} < z \le R_m$

$$\dot{E}_{ym} = \dot{E}_{2m} e^{ik_m z} + \dot{E}_{2m+1} e^{-ik_m z},$$

$$\dot{H}_{xm} = -\nu_m\left[\dot{E}_{2m} e^{ik_m z} - \dot{E}_{2m+1} e^{-ik_m z}\right],$$

при $R_m < z < \infty$

$$\dot{E}_{ym+1} = \dot{E}_{2m+2} e^{ik_{m+1} z},$$

$$\dot{H}_{xm+1} = -\nu_{m+1} \dot{E}_{2m+2} e^{ik_{m+1} z}.$$

Условия непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей на границах раздела сред имеет вид:

$$\begin{gathered}
\dot{E}_{y0}(k_0,0) = \dot{E}_{y1}(k_1,0), \\
\dot{H}_{x0}(k_0,0) = \dot{H}_{x1}(k_1,0), \\
\dot{E}_{yj}(k_j R_j) = \dot{E}_{yj+1}(k_{j+1}, R_j), \\
\dot{H}_{xj}(k_j R_j) = \dot{H}_{xj+1}(k_{j+1}, R_j),\ j = 1,2..m-1, \\
\dot{E}_{ym}(k_m, R_m) = \dot{E}_{ym+1}(k_{m+1}, R_m), \\
\dot{H}_{xm}(k_m, R_m) = \dot{H}_{xm+1}(k_{m+1}, R_m),
\end{gathered} \tag{14}$$

Соотношения (14) с учетом (13) представляют систему уравнений относительно $\dot{E}_p (p = 1,2,...2m+2)$, которая в матричной форме имеет вид:

$$\boldsymbol{MP}=\boldsymbol{N}, \tag{15}$$

где

$$M = \begin{bmatrix}
q_{11} & q_{12} & q_{13} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
q_{21} & q_{22} & q_{23} & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
0 & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
0 & q_{42} & q_{43} & q_{44} & q_{55} & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
. & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & q_{2m}^{2m+1} & q_{2m+1}^{2m+1} & q_{2m+2}^{2m+1} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & q_{2m}^{2m+2} & q_{2m+1}^{2m+2} & q_{2m+2}^{2m+2}
\end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \dot{E}_{2m+2} \end{bmatrix}, \qquad N = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$n_p \ne 0,\ p = 1,2$$

$$n_p = 0,\ p = 3,4,\ldots 2m+1$$

$$n_1 = -\dot{E}_0$$

$$n_2 = -\nu_0 \dot{E}_0$$

Формулы для определения значений элементов квадратной матрицы ***M*** ранга **2m+2** приведены в таблице 1. Элементы матрицы q_s^p имеют ненулевые значения только в рамках изменения индекса **s** , определенных таблицей 1. Кроме того, следует учесть, что индекс **s**не может иметь значений менее 1 и более **2m+ 2**, т.е. при пользовании таблицами следует иметь ввиду, что не существует элементов матрицы **М**, определенных следующим образом:

1) j =m + 1, P = 2j -1 = 2m+1, S=P + 2=2m+3,

q_{2m+3}^{2m+1}- не существует

2) j= m + 1, P =2j= 2m+2, S= P+1 =2m+3,

q_{2m+3}^{2m+2} - не существует

Отметим, что в общем случае определитель матрицы ***М*** не равен нулю, следовательно, решение системы уравнений (2.60) однозначно определяет комплексные коэффициенты $\dot{E}_p(P=1,2,\ldots 2m+2)$.

Таблица 1

Формулы для определения значений элементов q_s^p квадратной матрицы М ранга 2m+1

(P - номер строки, S- номер столбца)

p / S	P-2	P-1	P	P+1	P+2
p=1	0	0	1	-1	p+2
p=2	0	$-\nu_0$	$-\nu_1$	ν_1	0
p=2j-1 j=2,3,…m+1	0	$e^{ik_{j-1}R_{j-1}}$	$e^{-ik_{j-1}R_{j-1}}$	$-e^{ik_jR_{j-1}}$	$-e^{-ik_jR_{j-1}}$
p=2j j=2,3,…m+1	$\nu_{j-1}e^{ik_{j-1}R_{j-1}}$	$-\nu_{j-1}e^{-ik_{j-1}R_{j-1}}$	$-\nu_je^{ik_jR_{j-1}}$	$-\nu_je^{-ik_jR_{j-1}}$	0

В заключение отметим, что непосредственный анализ и отыскание коэффициентов для плоскослоистых сред $\dot{E}_p$ можно осуществлять любыми известными в математике методами решения систем уравнений [3, 4]. Однако, используя метод определителей для решения системы (15)можно сразу определять значения коэффициентов $\dot{E}_p$ для **j**-го слоя, не проводя общего решения задачи.

Таким образом нами получено общее решение задачи распространения плоской линейно-поляризованной электромагнитной волны в среде с диэлектрическими плоскослоистыми объектами. Напряженности электрического и магнитного полей в каждом слое полностью определяются выражениями (13) и(15).

Мгновенные значения напряженностей электрического Е и магнитного Н полей в любой точке будут определятся, как действительные части комплексных векторов вида:

$$E_y = \mathrm{Re}\left[e^{i\omega t}\dot{E}_y\right], H_x = \mathrm{Re}\left[e^{i\omega t}\dot{H}_x\right].$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фальковский О.Н. Техническая электродинамика. М.: Изд. Связь, 1978. 432 с.

2. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах. М.: Изд. Мир, 1984. Кн.1,2.

3.Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.:Изд. Наука, 1984. 835 с.

4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. М.: Изд. Наука, 1964. 608 с.