

Горшков П. С., аспирант,  
Воронов В. П., канд. физ-мат. наук, проф.,  
Несмеянов Н. П., канд. техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПРОДОЛЬНОЙ СКОРОСТИ ЦИРКУЛЯЦИИ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В СПИРАЛЬНО-ЛОПАСТНОМ СМЕСИТЕЛЕ

Gorshkov\_p@mail.ru

В статье рассматриваются скоростные характеристики движения частиц сыпучего материала в осевом направлении внутри барабана спирально-лопастного смесителя.

**Ключевые слова:** спирально-лопастной смеситель, частота вращения, сыпучий материал, циркуляция, скорость.

Согласно работе [1] в спирально-лопастном смесителе для получения сухих строительных смесей (ССС) увеличение степени однородности готовой продукции осуществляется за счет движения исходных компонентов смеси как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях внутри барабана.

С учетом полученных аналитических зависимостей [1] для вычисления значений радиальной скорости перемещения сыпучих материалов, рассмотрим процесс движения частиц материала в осевом направлении.

Предположим, что на массу сыпучего материала  $m_2$ , движущегося в зоне 2 (Рис. 1) действуют следующие силы: сила динамического сопротивления движению, которая в силу малости величины скорости движения материала пропорциональна скорости движения вдоль оси  $Oz$ ,  $v_z$  с коэффициентом пропорциональности  $\alpha_0$  и сила тяжести. На основании сказанного выше уравнение динамики движения сыпучего материала вдоль положительного направления оси  $Oz$  будет иметь следующий вид:

$$m_2 \cdot \frac{dv_z}{dt} = -\alpha_0 \cdot m_2 \cdot v_z - m_2 \cdot g \quad (1)$$

где  $g$  - ускорение свободного падения, ( $m/c^2$ ),  
если учесть что:

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{dv_z}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = v_z \cdot \frac{dv_z}{dz} \quad (2)$$

то уравнение (1) принимает следующий вид:

$$v_z \cdot \frac{dv_z}{dz} = -\alpha_0 \cdot v_z - g \quad (3)$$

$$\int \frac{v_z \cdot dv_z}{\alpha_0 \cdot v_z + g} = \frac{1}{\alpha_0^2} \cdot \int \frac{\alpha_0 \cdot v_z + g - g}{\alpha_0 \cdot v_z + g} \cdot d \alpha_0 v_z = \frac{1}{\alpha_0} \cdot v_z - \frac{g}{\alpha_0^2} \cdot \ln \alpha_0 \cdot v_z + g \quad (6)$$

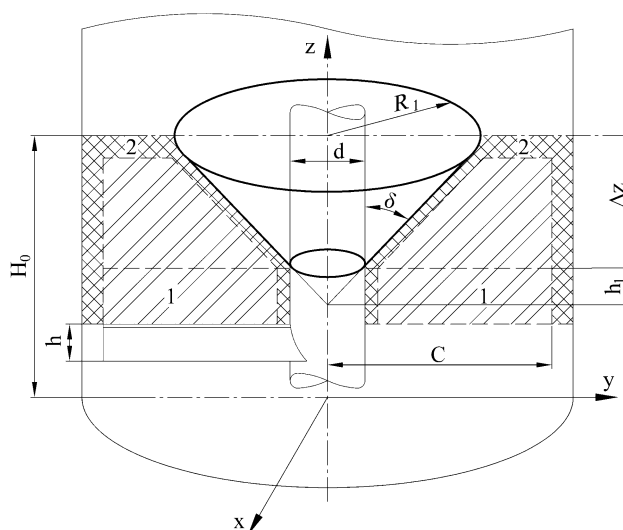


Рис. 1. Расчетная схема зон движения материала при установившемся режиме вращения.

1 – зона движения сыпучего материала в основном объеме корпуса смесителя;

2 – зона движения материала вблизи стенок и вертикального вала

С математической точки зрения уравнение (3) представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Разделение переменных в уравнении (3) приводит к результату:

$$\frac{v_z \cdot dv_z}{\alpha_0 \cdot v_z + g} = -dz \quad (4)$$

Интегрирование соотношения (4) позволяет получить следующее выражение:

$$\int \frac{v_z \cdot dv_z}{\alpha_0 \cdot v_z + g} = -z + Z_0 \quad (5)$$

где  $Z_0$  - постоянная интегрирования.

Вычислим значение интеграла, стоящего в левой части соотношения (5):

Учет соотношения (6) позволяет выражению (5) придать следующий вид:

$$\frac{1}{\alpha_0} \cdot v_z - \frac{g}{\alpha_0^2} \cdot \ln \alpha_0 \cdot v_z + g = -z + z_0 \quad (7)$$

Постоянную интегрирования  $z_0$  определяем на основании следующего граничного условия:

$$\omega = v_z \left( r = \frac{R-l}{2} \right) = \frac{\sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda \cdot \omega \cdot R - l}{4} \quad (9)$$

Применение (8) к соотношению (7) позволяет получить следующие результаты:

$$z_0 = \frac{W}{\alpha_0} - \frac{g}{\alpha_0^2} \cdot \ln \alpha_0 \cdot W + g \quad (10)$$

Подстановка (10) в (7) позволяет получить следующие результаты:

$$\frac{1}{\alpha_0} \cdot v_z - W + \frac{g}{\alpha_0^2} \cdot \ln \left( \frac{\alpha_0 \cdot W + g}{\alpha_0 \cdot v_z + g} \right) = -z \quad (11)$$

$$\frac{1}{\alpha_0} \cdot v_z - W + \frac{g}{\alpha_0^2} \cdot \left[ \ln \left( 1 + \frac{\alpha_0 \cdot W}{g} \right) - \ln \left( 1 + \frac{\alpha_0 \cdot v_z}{g} \right) \right] = -z \quad (12)$$

и воспользоваться тем фактом, что:

$$\frac{\alpha_0 \cdot W}{g} \sim \frac{\alpha_0 \cdot v_z}{g} \ll 1 \quad (13)$$

а на основании (13) можно с точностью до величины второго порядка малости записать:

$$\ln \left( 1 + \frac{\alpha_0 \cdot W}{g} \right) \simeq \frac{\alpha_0 \cdot W}{g} - \frac{\alpha_0^2 \cdot W^2}{2 \cdot g^2} \quad (14)$$

$$\ln \left( 1 + \frac{\alpha_0 \cdot v_z}{g} \right) \simeq \frac{\alpha_0 \cdot v_z}{g} - \frac{\alpha_0^2 \cdot v_z^2}{2 \cdot g^2} \quad (15)$$

Подстановка (14) и (15) в (12) позволяет последнее соотношение привести к следующему виду:

$$\frac{v_z^2 - W^2}{2 \cdot g^2} = -z \quad (16)$$

На основании (16) получаем следующее выражение:

$$v_z = \pm \sqrt{W^2 - 2 \cdot g \cdot z} \quad (17)$$

В полученном соотношении (17) знак “+” соответствует движению сыпучего материала в положительном направлении оси  $Oz$ , (вдоль стенок смесителя). На рисунке 2 данное направление обозначено в виде символа “•”. Отрицательное значение корня в (17) соответствует движению сыпучего материала в отрицательном

при  $z = 0$ ,  $v_z = W$  (8)

здесь  $W$  - значение скорости движения сыпучего материала, для значения  $r$  равно, следовательно:

Полученное соотношение представляет собой закон изменения  $z$ - составляющей скорости движения сыпучего материала на положительное направление оси  $Oz$ . Согласно (11) данная зависимость носит довольно сложный вид, кроме того в ее состав входит неопределенная величина  $\alpha_0$ . Однако данный недостаток можно устранить, если зависимость (11) переписать в следующем виде:

направлении оси  $Oz$  (вдоль вала лопастного смесителя). На рисунке 2 это направление обозначено в виде символа “×”.

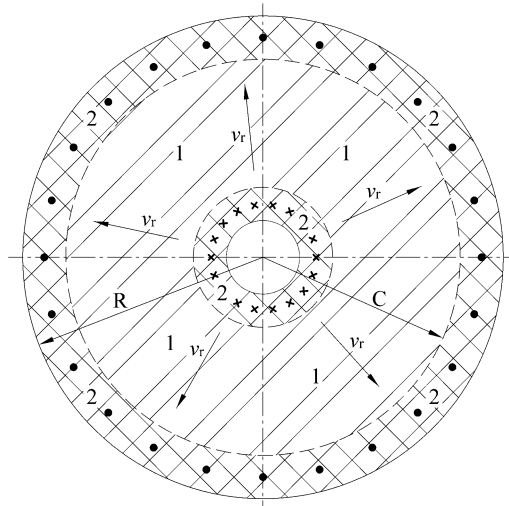


Рис. 2. Графическая интерпретация векторов скорости частиц сыпучего материала 1 – зона движения сыпучего материала в основном объеме корпуса смесителя; 2 – зона движения материала вблизи стенок и вертикального вала

На основании выражения (17) можно получить соотношение, которое определяет величину приращения  $Dz$  в результате перехода сыпучего материала в псевдооживленное состояние, под действием вращения лопастей смесителя. Для

этого необходимо воспользоваться следующими граничными условиями:

$$\text{при } z = H_0 + Dz, \quad v_z = 0 \quad (18)$$

Применение (18) к соотношению (17) позволяет установить следующий результат:

$$w^2 = 2 \cdot g \cdot H_0 + \Delta z \quad (19)$$

На основании (19) и с учетом (9) находим, что:

$$\Delta z = \frac{w^2 \cdot R - l^2 \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda^2}{8 \cdot g} - H_0 \quad (20)$$

Полученное соотношение (20) устанавливает изменение первоначального уровня сыпучего материала в корпусе смесителя в зависимости от его конструктивных ( $R, l$ ) и технологических параметров ( $\lambda, \omega, H_0$ ).

Далее если исходить из предположения о пропорциональности частоты вращения материала  $\omega$ , частоте вращения  $\omega_0$  лопастей смесителя:

$$\omega = \alpha_1 \cdot \omega_0 \quad (21)$$

то с учетом (21) и (20) находим, что:

$$\alpha_1 = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta z + H_0}}{\omega_0 \cdot R - l \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda} \quad (22)$$

Таким образом, на основании полученного соотношения (22) в лабораторных условиях по изменению уровня загрузки сыпучего материала в смесителе можно найти изменение частоты вращения сыпучего материала.

Если ввести следующее обозначение:

$$\omega_* = \frac{2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_0}}{R - l \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda} \quad (23)$$

тогда формулу (20) можно переписать в следующем виде:

$$\Delta z = \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_*} \right)^2 - 1 \right] \cdot H_0 \quad (24)$$

Поэтому, согласно (24) при частоте вращения сыпучего материала  $\omega < \omega_*$ ,  $Dz < 0$  и, следовательно, при таких частотах вращения сыпучего материала в корпусе лопастного смесителя первоначальный уровень загрузки смесителя понижается, а при  $\omega > \omega_*$ ,  $Dz > 0$  и, следовательно, первоначальный уровень сыпучего материала повышается. Поэтому можно сделать вывод о том, что значение частоты  $\omega_*$  можно

считать критической на том основании, что переход движущегося сыпучего материала в лопастном смесителе в псевдооживленное состояние происходит только при частотах вращения сыпучего материала больше чем значение  $\omega_*$ , определяемое выражением (23).

Таким образом, в результате теоретических исследований установлено, что в спирально-лопастном смесителе компоненты смеси перемещаются по сложной траектории, что позволяет сократить время перемешивания материала.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воронов, В.П. Спирально-лопастной противоточный смеситель для производства сухих строительных смесей / В.П. Воронов, Н.П. Несмеянов, П.С. Горшков // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова – Белгород: БГТУ им. В.Г. Шухова, 2012. - №1. – С. 66.