

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Горлов А.С., канд. техн., наук, доц.,  
Губарев А.В., доц.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

Горлов К.А., инженер-конструктор  
ООО «Завод – Новатор»

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИХРЕВОГО ПОТОКА В КОРОТКИХ ВИХРЕВЫХ КАМЕРАХ

belgoras@mail.ru

*Изучение характера и параметров вихревых потоков является важной задачей при определении показателей различных технологических процессов, таких как измельчение, классификация твердой фазы, пыле- и золоочистка и других. Для определения аэродинамических параметров энергоносителя в вихревых камерах может быть использовано математическое и имитационное моделирование протекающих в них процессов. Математическое моделирование процессов, протекающих в вихревых камерах, основывается на решении системы уравнений Навье – Стокса для определенных начальных и граничных условий. Постановка этих условий зависит от решаемой задачи, геометрических параметров вихревой камеры и технологических условий подачи в камеру энергоносителя. В статье также приведены результаты имитационного моделирования распределения скорости и давления в вихревой камере. Предложенные методы моделирования позволяют осуществлять управление аэродинамическими параметрами в вихревых камерах.*

**Ключевые слова:** вихревой поток, математическое моделирование, имитационное моделирование.

**Введение.** Микроструктура закрученного потока в вихревых камерах представляет интерес для понимания физических механизмов проходящих в них процессов, таких, как, например, измельчение дисперсных материалов в вихреакустических диспергаторах [1–3], классификация твердой фазы [4, 5], пыле- и золоулавливание [6], тепломассообмен [7] и других [8, 9]. Поток энергоносителя должен обладать необходимыми скоростными характеристиками, несущей способностью для организации технологических процессов. Определение аэродинамических параметров энергоносителя (воздуха) в вихревых камерах возможно с использованием математического и имитационного моделирования протекающих в указанных камерах процессов.

В данной статье будут рассмотрены короткие вихревые камеры цилиндрической формы с вертикальной осью, в верхней крышке которых встроены четыре цилиндрических резонатора. Резонаторы создают дополнительные возмущения потока в камере. Подвод энергоносителя осуществляется тангенциально, выход энергоносителя проходит через центральное отверстие в верхней крышке вихревой камеры [10].

При сильной закрутке газовых потоков в коротких вихревых камерах радиальная скорость у боковой стенки камеры значительно превышает среднерасходные значения, а в окрестности выходного патрубка образуется зона обратных течений. Эту область хорошо наблюдать при подаче в вихревую камеру воды. Зона обратных течений располагается не в центре, а смещена относительно центральной оси камеры. Величина смещения при этом зависит от параметров энергоносителя на входе в камеру.

Особенностью закрученных вихревых потоков является возможность формирования в камере областей с активным и консервативным характером воздействия центробежных массовых сил на структуру потока [11–13].

**Основная часть.** Если в вихревой камере организован один тангенциальный вход энергоносителя, то вихревой поток в ней неоднороден по пространству камеры, а также не является осесимметричным.

В сильно закрученных потоках имеются значительные радиальные градиенты давления, которые в свою очередь приводят к образова-

нию центральной вихревой зоны. Наличие такой зоны с интенсивной завихренностью способствует выполнению ряда требований, предъявляемых к вихревым камерам.

Если скорость потока обозначить как  $u$ , а угловую скорость –  $\omega$ , то, учитывая, что

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + 2u_\varphi \omega; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{u_r u_\varphi}{r} = -\frac{1}{r\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - 2u_r \omega; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_\varphi}{r} = 0; \quad (3)$$

$$\sigma_{rr} = -p + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \sigma_{r\varphi} = \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right), \quad \sigma_{\varphi\varphi} = -p + 2\mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right), \quad (4)$$

где  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{r\varphi}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}$  – компоненты тензора напряжений,  $\mu$  – коэффициент вязкости.

Приведенной выше системой определяются поля радиальной  $u_r$  и окружной  $u_\varphi$  составляющих вектора скорости и давление  $p$ . В случае вертикального расположения оси короткой вихревой камеры можно принять допущение, что радиальная и окружная составляющие вектора скорости не зависят от координаты  $z$ . Коэффициент вязкости считается не зависящим от координат, но зависящим от закрутки потока.

Приведенную систему уравнений следует решать при дополнении начальных и граничных условий. Постановка этих условий определяется конкретной решаемой задачей, геометрическими параметрами, которыми обладает вихревая камера, а также технологическими условиями подачи энергоносителя в вихревую камеру.

На срезе и стенках сопла будут выполняться условия непротекания, поэтому  $u_\varphi = 0$ . Подставив это соотношение в систему, можно получить

$$\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = -2\omega u_r. \quad (5)$$

Движение газа из ресивера через сужающее сопло описывается выражением [2]

$$u = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p}{p_0} \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}, \quad (6)$$

где  $u$  – скорость энергоносителя выходящего из сопла в камеру;  $p_0$  – начальное давление газа в ресивере;  $p$  – давление в рассматриваемом сечении;  $k$  – показатель адиабаты.

$\text{rot} u = 2\omega$ , система уравнений Навье – Стокса для несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат  $z, r, \varphi$  для коротких плоских вихревых камер записывается в виде:

Массовый расход газа при изэнтропическом истечении через сопло [14]

$$\rho V = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_0 \rho_0 \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}, \quad (7)$$

где  $\rho_0$  – начальная плотность газа в ресивере;  $\rho$  – плотность газа в рассматриваемом сечении.

Значение объемного расхода воздуха  $Q$  зависит от величины давления, м<sup>3</sup>/мин

$$Q = 0,852 d_c^2 (p + 1,03), \quad (8)$$

где  $d_c$  – диаметр сопла.

Давление  $p_k$ , при котором произведение  $\rho V$  имеет максимальное значение, называется критическим. Оно может быть определено из соотношения [11]

$$\frac{p_k}{p_0} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (9)$$

Для воздуха, при  $k = 1,41$ , критическое отношение давлений  $p_k/p_0 = 0,528$ . Расход газа имеет максимальное значение при критическом отношении давлений.

Струя воздуха, попадая в вихревую камеру, взаимодействует с внутренним потоком энергоносителя [15]. Деформация сечения струи обусловлена разностью давлений в различных точках сечения. Со стороны набегающего потока давление всегда оказывается больше, чем с противоположной стороны. Глубина проникновения круглой струи в поток

$$h = 0,132 \frac{d_0}{a} \frac{u_2}{u_1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}, \quad (10)$$

где  $d_0$  – диаметр сопла;  $a$  – скорость звука;  $u_1$  – скорость потока в окрестности входящей струи;  $u_2$  – скорость струи на входе в поток;  $\rho_1$  – плотность газа в потоке;  $\rho_2$  – плотность газа в струе.

Для прямоугольной струи

$$h = 1,9d_3 \frac{u_2}{u_1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}, \quad (11)$$

где  $d_3 = \sqrt{A_c/\pi}$  – эквивалентный диаметр струи;  $A_c$  – площадь сопла.

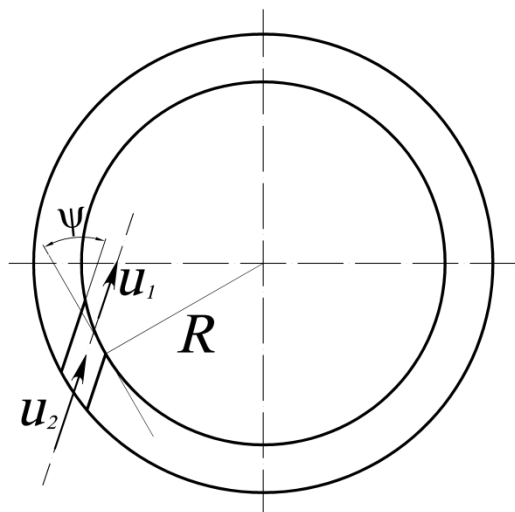


Рис. 1. Схема взаимодействия струи с внутренним потоком в вихревой камере

Угол отклонения струи от плоскости симметрии  $\varphi_c$  связан с углом косога среза сопла  $\psi$  следующим соотношением

$$\psi = \arctg \left\{ \frac{\operatorname{tg} \varphi_c}{\left[ \frac{1}{1 + \sin \varphi_c} \left( \frac{1 - \sin \varphi_c}{1 - k \sin \varphi_c} \right)^{\frac{1}{k-1}} - 1 \right]} \right\}, \quad (12)$$

При  $\psi = 45^\circ$  расчетное значение угла  $\varphi_c$  отклонения струи составляет  $21^\circ$ . При  $\psi = 45^\circ$  расчетное значение угла  $\varphi_c$  составляет  $8^\circ$ , замеры, проведенные по результатам износа, оказались равными  $5^\circ$ . Такое отличие объясняется наличием дисперсной фазы в набегающем потоке.

Путь, который входная струя энергоносителя проходит до встречи со стенкой вихревой камеры зависит от радиуса камеры и от угла  $\psi$  и вычисляется по формуле

$$l = \sqrt{2R^2 - 2R^2 \cos(\pi - 2\psi)}, \quad (13)$$

Для оценки влияния трения газа о корпус помольной камеры можно ввести в рассмотрение некоторую «эквивалентную трубу». Для поддержания равномерного движения вязкого газа в трубе необходимо к сечениям трубы дли-

ны  $l$  приложить движущий перепад давлений [14]

$$\Delta p_1 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho u_{cp}^2}{2}, \quad (14)$$

где  $d$  – диаметр трубы;  $u_{cp}$  – средняя скорость в трубе;  $\lambda$  – коэффициент гидравлического сопротивления.

Для моделирования вихревых течений уравнения Навье – Стокса осредняются по Рейнольдсу. В проведенных расчетах используется осредненное по малому масштабу времени влияние турбулентности на параметры вихревого потока. При этом крупномасштабные временные изменения осредненных по малому масштабу времени составляющих газодинамических параметров потока (давления, скорости, температуры) учитываются введением соответствующих производных по времени. Для замыкания системы уравнений используются уравнения переноса кинетической энергии турбулентности и ее диссипации в рамках  $k$ - $\epsilon$  модели турбулентности.

Проведено численное исследование сформулированной задачи в сечении, проходящем через срез сопла и центр вихревой камеры. Результаты численных расчетов для вихревой камеры с диаметром равным 0,2 м и высотой 0,03 м представлены на рис. 2.

Численные расчеты скорости и давления показали, что поток энергоносителя в вихревой камере с одним тангенциальным патрубком подвода не является осесимметричным. Значения скорости зависят от диаметра выходного отверстия, от скорости выходящего потока из входного сопла в вихревую камеру.

Имитационное моделирование позволяет получать распределение аэродинамических параметров энергоносителя в вихревой камере реального размера. Результаты имитационного моделирования распределения скорости представлены на рис.3.

На рис. 3 видно распределение скорости энергоносителя в вихревой камере, а также поведение энергоносителя в области резонаторов. Полученные результаты расчетов отражают структуру в горизонтальной плоскости, в объеме вихревой камеры и на выходе через центральный патрубок.

Результаты расчетов распределения давления в вихревой камере представлены на рис. 4.

На рисунках видно, что расположение зоны с обратным течением зависит от входных параметров энергоносителя и от геометрических размеров подводящих патрубков.

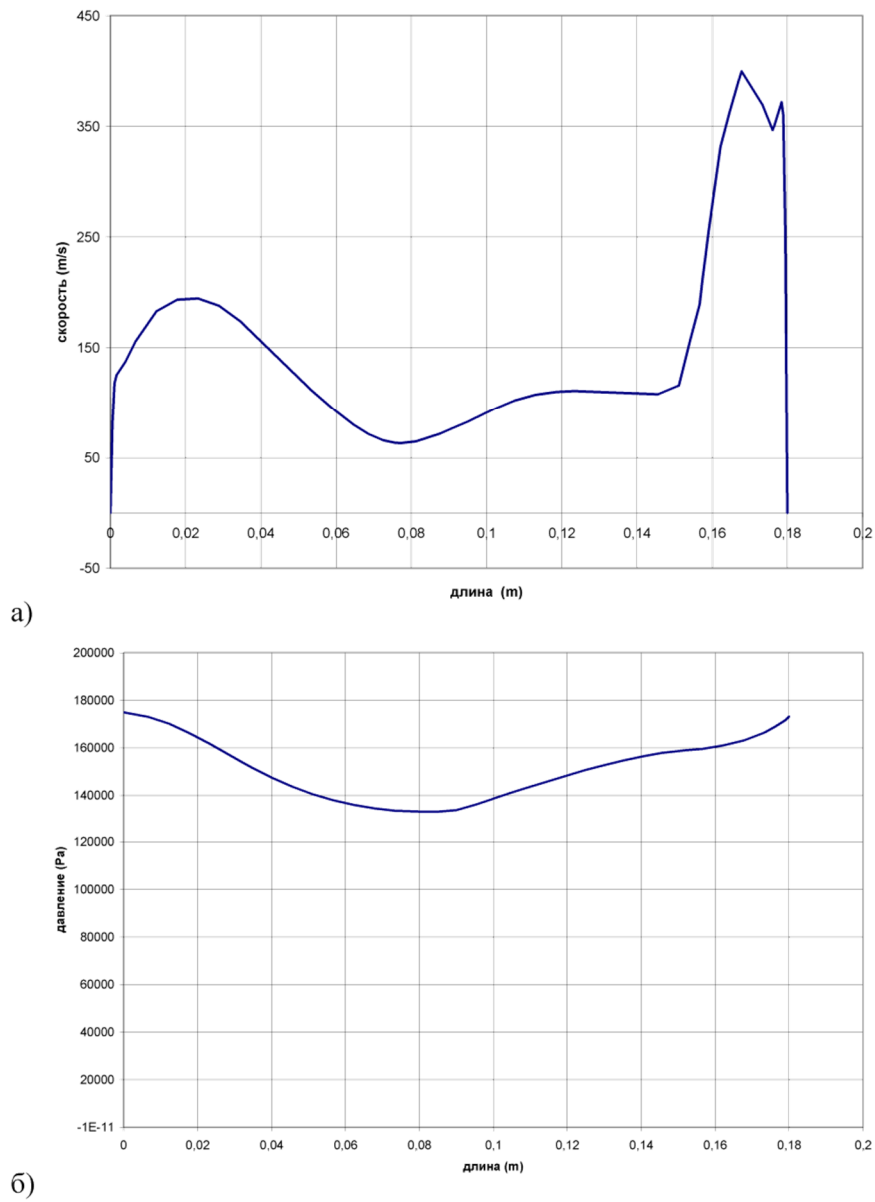


Рис. 2. Расчет параметров энергоносителя в вихревой камере:  
а – скорости; б – давления

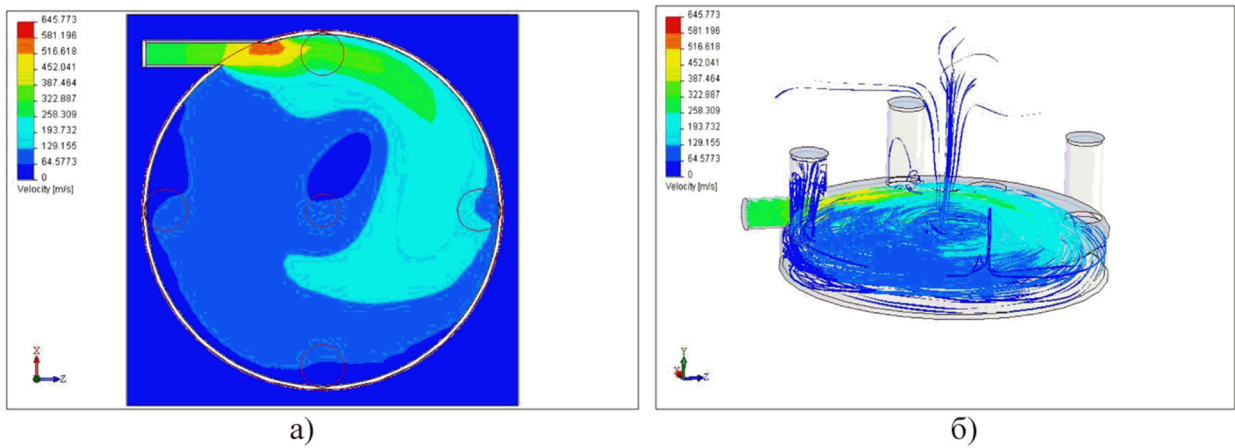


Рис. 3. Распределение скоростей энергоносителя в вихревой камере:  
а – плоский случай; б – объемный случай

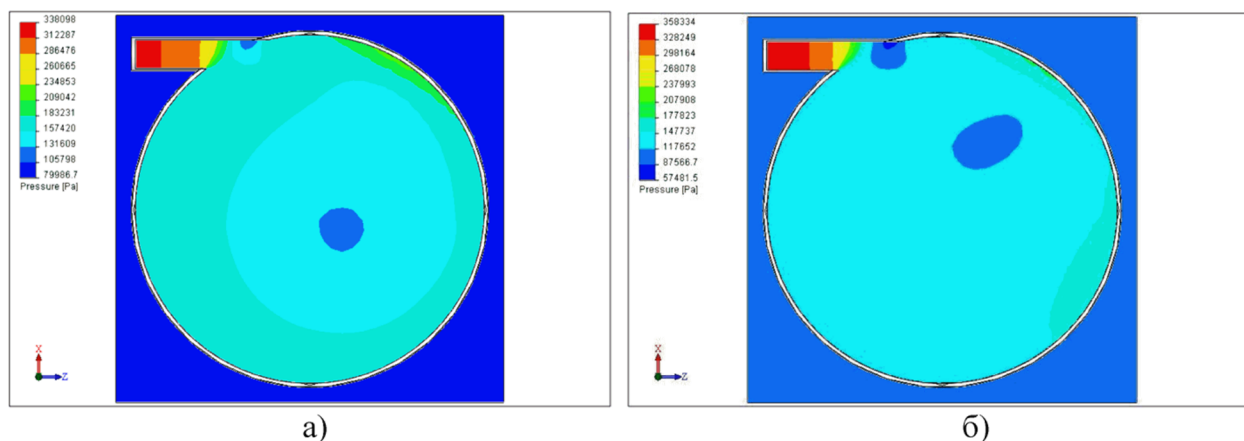


Рис. 4. Распределения давления энергоносителя в вихревой камере при диаметре патрубка подачи энергоносителя в камеру:  
а –  $d = 0,015$  м; б –  $d = 0,010$  м

**Выводы.** Предложенный метод математического и имитационного моделирования, проведенные исследования и результаты расчетов позволяют осуществлять управление аэродинамическими параметрами в вихревых камерах для организации различных технологических процессов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Уральский А.В., Колесников А.В., Перельгин Д.Н., Сеница Е.В. Технологические модули для комплексного измельчения материалов // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2007. №3. С. 80–86.
2. Перельгин Д.Н., Севостьянов В.С., Бойчук И.П., Кузнецова И.А. Исследование ударного контакта абразивных частиц с футеровкой вихре-акустического диспергатора // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2015. №2. 122–125.
3. Горлов А.С., Губарев А.В. Математическое описание процессов ударного разрушения частиц твердой фазы в камере измельчения вихреакустического диспергатора // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2015. № 5. С. 40–45.
4. Вараксин А.Ю. Турбулентные течения газа с твердыми частицами. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 192 с.
5. Севостьянов В.С., Перельгин Д.Н., Уральский В.И., Горлов А.С., Глаголев Е.С., Бабаевский А.Н. Разработка и исследования энергосберегающего помольного оборудования для высокодисперсного измельчения материалов // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2014. №3. 76–80.
6. Швыдкий В.С., Ладыгичев М.Г. Очистка газов. М.: «Теплотехник», 2005. 640 с.
7. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982. 472 с.
8. Ильина Т.Н., Бойчук И.П., Емельянов Д.А. О взаимодействии волокнистых материалов в воздушном потоке // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2016. №6. 116–121.
9. Севостьянов М.В., Ильина Т.Н., Кузнецова И.А., Шкарпеткин Е.А., Шинкарев Л.И. Оборудование для компактирования техногенных материалов // Вестник Белорусско-Российского университета. 2016. № 2. С. 92–101.
10. Пат. 2250138 Российская Федерация, МПК7 В 02 С 19/06. Вихре-акустический диспергатор / А.М. Гридчин, В.С. Севостьянов, В.С. Лесовик, А.С. Горлов, Д.Н. Перельгин, Б.З. Федоренко; заявитель и патентообладатель БГТУ им. В.Г. Шухова. № 2003123664/03, заявл. 25.07. 03; опубл. 20.04. 05 Бюл. № 11. 8 с.
11. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 345 с.
12. Гольдштик М.А. Вихревые потоки. Новосибирск: Наука, 1981. 367 с.
13. Смутьский И.И. Аэродинамика и процессы в вихревых камерах. Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская Фирма, 1992 г. 301 с.
14. Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П. Гидравлика и аэродинамика. М.: Стройиздат, 1987. 414 с.
15. Абрамович Г.Н., Гиршкович Т.А., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Теория турбулентных струй / Под ред. Г.Н. Абрамовича. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 717с.

---

**Gorlov A.S., Gubarev A.V., Gorlov K.A.****MATHEMATICAL AND SIMULATION MODELING OF THE VORTEX FLOW IN SHORT VORTEX CAMERAS.**

*The study of vortex flow character and parameters is important problem to calculation of values of different technological processes like grinding, classification of solid phase, dust and ash cleaning and others. The mathematical and simulation modeling of processes, occurring in vortex cameras, may be use for calculating of energy carriers aerodynamic parameters in these cameras. Mathematical modeling of processes, occurring in vortex cameras, based on determination of Navier-Stokes equation system for particular initial and boundary conditions. The setting of these conditions is depending of decided problem, dimensions of vortex camera and the energy carrier injection to the camera process specifications. In article there was also given the results of simulation modeling of velocity and pressure profiles in vortex camera. The offered modeling methods make possible the piloting of aerodynamic parameters in vortex cameras.*

**Key words:** *vortex flow, mathematical modeling, simulation modeling.*

---

**Горлов Александр Семенович**, кандидат технических наук, заведующий кафедрой высшей математики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

E-mail: belgoras@mail.ru

**Губарев Артем Викторович**, доцент кафедры энергетике теплотехнологии.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

E-mail: artwo0248@mail.ru

**Горлов Кирилл Александрович**, инженер-конструктор.

ООО «Завод – Новатор»

Адрес: Россия, 308017, Белгород, ул. Волчанская, д. 141.