

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.12737/22067

Трофимченко В.Н., аспирант,
Воронов В.П., канд. физ. мат. наук, проф.,
Мордовская О.С., канд. техн. наук, доц.,
Ханин С.И. канд. техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

РАСЧЕТ СКОРОСТИ СХОДА ЧАСТИЦЫ С ВРАЩАЮЩЕГОСЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОГО ДИСКА СЕПАРАТОРА

trofimchenko@inbox.ru

При получении порошкообразных материалов в сепараторах преимущественно применяют устройства для равномерного распределения частиц материала в зоне сепарации. Характеристики частиц в момент схода с распределительного устройства во многом определяют процессы, протекающие в сепарационной камере. В статье приведены аналитические выражения для определения скорости схода частицы с вращающегося диска, её радиальной и тангенциальной компонент. Для мергелевой частицы описаны изменения скорости схода и её компонент при увеличении диаметра частицы.

Ключевые слова: распределительный диск, скорость схода частицы, радиальная и тангенциальная компоненты скорости.

В центробежных динамических сепараторах подача материала в зону сепарации осуществляется распределительным устройством. Таким устройством часто является вращающийся распределительный диск [1–5]. Частицы материала, попадая на диск, начинают перемещаться по его поверхности. Так как они имеют различные размеры, то скорость их движения также различна. В этой связи частицы, попадая при сходе с диска в газовую среду сепарационной зоны, движутся по различным траекториям и с различными скоростями [6, 7, 8]. Поэтому расчет скорости схода частицы с диска сепаратора является важной характеристикой для определения рациональных параметров движения газовой среды и внутрисепараторных устройств. Скорость схода частиц может регулироваться варьированием угловой скорости вращения распределительного диска, позволяя при этом изменять эффективность процесса сепарации. Расчету скорости схода частиц движущихся по распределительному диску посвящено достаточно много работ, однако в предлагаемых описаниях имеются определенные недостатки. К примеру, в работах [9, 10] обязательным условием для определения скорости частицы является необходимость в определении времени её нахождения на поверхности вращающегося устройства экспериментальным способом. В связи с этим разработка методики расчета для нахождения скорости схода

да частицы с вращающегося распределительного диска является актуальной.

Для расчета величины скорости схода частицы материала с распределительного диска введем цилиндрическую систему координат (r, χ, z) согласно расчетной схеме, представленной на рисунке 1. Движение частицы материала по поверхности распределительного диска рассмотрим в рамках детерминированной модели:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^4 \vec{F}_i, \quad (1)$$

где в качестве действующих на частицу сил рассматриваются:

$\vec{F}_1$ – центробежная сила; $\vec{F}_2$ – сила Кориолиса; $\vec{F}_3$ – аэродинамическая сила сопротивления; $\vec{F}_4$ – сила трения скольжения вдоль поверхности распределительного диска.

Значения данных сил определяются следующими выражениями:

$$\vec{F}_1 = m\omega^2 r \vec{e}_r, \quad (2)$$

где ω – частота вращения диска; r – расстояние от оси вращения диска до частицы; $\vec{e}_r$ – единичный орт

$$\vec{F}_2 = 2m[\vec{\omega} \vec{v}], \quad (3)$$

где $\vec{v}$ – вектор скорости движения частицы;

$$\vec{F}_3 = -3\pi\mu d \vec{v}, \quad (4)$$

где μ – коэффициент динамической вязкости воздушной среды; d – диаметр частицы.

Вектор силы $\vec{F}_4$ согласно работы определим в следующем виде:

$$\vec{F}_4 = -fmg \vec{v}/|\vec{v}|, \quad (5)$$

где $|\vec{v}|$ – модуль скорости частицы материала; f – коэффициент трения частицы о поверхность диска

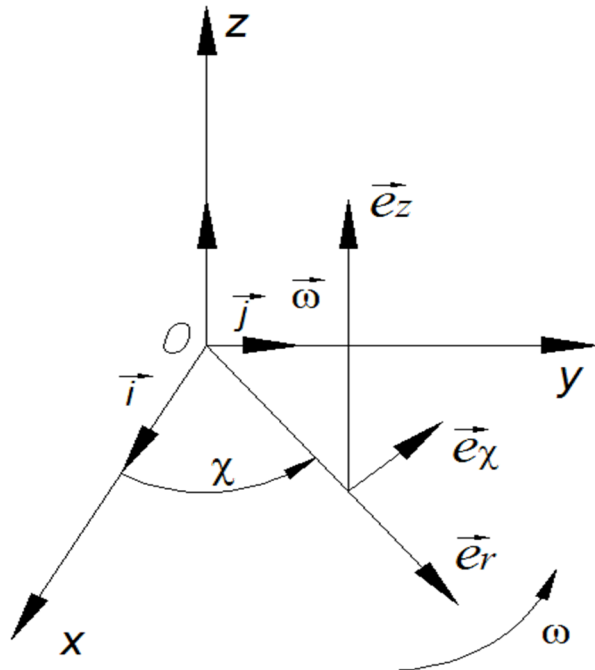


Рис. 1. Схема для расчета скорости схода частицы с вращающегося диска

Для выражений (2), (3), (5) масса частицы m определяется следующим соотношением:

$$m = \frac{\pi d^3}{6} \rho, \quad (6)$$

где ρ – плотность частицы материала.

Если учесть, что векторы скорости $\vec{v}$ и ускорения $\vec{a}$ применительно к цилиндрической системе координат, изображенной на рисунке 1, имеют вид:

$$\vec{a} = a_r \vec{e}_r + a_\chi \vec{e}_\chi, \quad (7)$$

$$\vec{v} = v_r \vec{e}_r + v_\chi \vec{e}_\chi, \quad (8)$$

здесь компоненты вектора $\vec{\omega}$ равны:

$$\vec{\omega} = \{0, 0, \omega\}, \quad (9)$$

тогда компоненты вектора силы Кориолиса можно найти исходя из векторного произведения:

$$\vec{F}_2 = 2m \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\chi & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & \omega \\ v_r & v_\chi & 0 \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Согласно выражения (10) находим, что

$$\vec{F}_2 = -2m\omega v_\chi \vec{e}_r + 2m\omega v_r \vec{e}_\chi. \quad (11)$$

На основании выражений (7), (8), (11) проекция векторного произведения (1) на радиальное направление орта $\vec{e}_r$ дает следующий результат:

$$ma_r = m\omega^2 r - 2m\omega v_\chi - 3\pi\mu d v_r - fmg v_r/|\vec{v}|, \quad (12)$$

а проекция векторного произведения (1) на тангенциальное направление (орт $\vec{e}_\chi$) дает следующий результат:

$$ma_\chi = 2m\omega v_r - 3\pi\mu d v_\chi - fmg v_\chi/|\vec{v}|. \quad (13)$$

Связь между декартовыми координатами (x, y) и координатами (r, χ) задается на основании расчетной схемы, приведенной на рисунке 1, следующим соотношением:

$$\begin{cases} x = r \cos \chi \\ y = r \sin \chi \end{cases} \quad (14)$$

Для определения радиальной v_r и тангенциальной v_χ компонент вектора скорости воспользуемся следующим очевидным соотношением

$$v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = v_r \vec{e}_r + v_\chi \vec{e}_\chi \quad (15)$$

где

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(r \cos \chi) = \frac{dr}{dt} \cos \chi - r \sin \chi \frac{d\chi}{dt}, \quad (16)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(r \sin \chi) = \frac{dr}{dt} \sin \chi + r \cos \chi \frac{d\chi}{dt}. \quad (17)$$

На основании выражения (15) с учетом (16) и (17) находим:

$$v_r = v_x(\vec{i}\vec{e}_r) + v_y(\vec{j}\vec{e}_r) = \frac{dr}{dt} \cos^2 \chi - r \sin \chi \cos \chi \frac{d\chi}{dt} + \frac{dr}{dt} \sin^2 \chi + r \sin \chi \cos \chi \frac{d\chi}{dt} = \frac{dr}{dt}, \quad (18)$$

$$v_\chi = v_x(\vec{i}\vec{e}_\chi) + v_y(\vec{j}\vec{e}_\chi) = -\frac{dr}{dt} \cos \chi \sin \chi + r \sin^2 \chi \frac{d\chi}{dt} + \frac{dr}{dt} \cos \chi \sin \chi + r \cos^2 \chi \frac{d\chi}{dt} = r \frac{d\chi}{dt}. \quad (19)$$

Для определения радиальной a_r и тангенциальной a_χ компонент вектора ускорения воспользуемся соотношением вида:

$$a_r \vec{e}_r + a_\chi \vec{e}_\chi = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j}, \quad (20)$$

здесь

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \cos \chi - r \sin \chi \frac{d\chi}{dt} \right) = \frac{d^2 r}{dt^2} \cos \chi - 2 \sin \chi \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt} - r \cos \chi \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 - r \sin \chi \frac{d^2 \chi}{dt^2}, \quad (21)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \sin \chi + r \cos \chi \frac{d\chi}{dt} \right) = \frac{d^2 r}{dt^2} \sin \chi + 2 \cos \chi \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt} - r \sin \chi \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 - r \cos \chi \frac{d^2 \chi}{dt^2}. \quad (22)$$

Согласно (20) с учетом (21) и (22) находим:

$$a_r = \frac{dv_x}{dt} (\vec{i} \vec{e}_r) + \frac{dv_y}{dt} (\vec{j} \vec{e}_r) = \frac{d^2 r}{dt^2} \cos^2 \chi - 2 \sin \chi \cos \chi \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt} - r \cos^2 \chi \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 - r \sin \chi \cos \chi \frac{d^2 \chi}{dt^2} + \\ + \frac{d^2 r}{dt^2} \sin^2 \chi + 2 \sin \chi \cos \chi \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt} - r \sin^2 \chi \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 + r \cos \chi \sin \chi \frac{d^2 \chi}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2, \quad (23)$$

$$a_\chi = \frac{dv_x}{dt} (\vec{i} \vec{e}_\chi) + \frac{dv_y}{dt} (\vec{j} \vec{e}_\chi) = -\frac{d^2 r}{dt^2} \sin \chi \cos \chi + 2 \sin^2 \chi \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt} + r \sin \chi \cos \chi \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 + r \sin^2 \chi \frac{d^2 \chi}{dt^2} + \\ + \frac{d^2 r}{dt^2} \sin \chi \cos \chi + 2 \cos^2 \chi \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt} - r \sin \chi \cos \chi \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 + r \cos^2 \chi \frac{d^2 \chi}{dt^2} = r \frac{d^2 \chi}{dt^2} + 2 \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt}. \quad (24)$$

Запишем величину модуля скорости через v_r и v_χ :

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_r^2 + v_\chi^2}. \quad (25)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2}. \quad (26)$$

Подстановка (18) и (19) в (25) приводит к соотношению:

На основании (23), (18), (19), (26) и с учетом (6) выражение (11) принимает вид:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2 = \omega^2 r - 2\omega r \frac{d\chi}{dt} - \frac{18\mu r}{\rho d^2} \frac{dr}{dt} - \frac{f g \frac{dr}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2}}. \quad (27)$$

В свою очередь, на основании (24), (18), (19), (26) и с учетом (6) выражение (13) принимает вид:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - 2 \frac{d\chi}{dt} \frac{dr}{dt} = 2\omega r \frac{dr}{dt} - \frac{18\mu r}{\rho d^2} \frac{d\chi}{dt} - \frac{f g r \frac{d\chi}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\chi}{dt} \right)^2}}. \quad (28)$$

С математической точки зрения, полученные соотношения (27) и (28) представляют собой систему дифференциальных уравнений. В силу ее нелинейного характера решение данной системы можно найти только численными методами с использованием компьютерных программ, например программного продукта «Maple». Для нахождения решений системы дифференциальных уравнений (27) и (28) численным методом необходимо в последних перейти к безразмерным переменным согласно соотношениям:

$$r = r_0 \xi(\tau), \quad (29)$$

$$t = \tau / \omega, \quad (30)$$

здесь $\xi(\tau)$ и τ соответственно безразмерная координата вдоль радиально направления, которая, в свою очередь, зависит от безразмерного параметра τ .

Подстановка (30) и (29) в (27) и (28) позволяет получить соответственно следующие соотношения:

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} = \xi \left(1 - 2 \frac{d\chi}{d\tau} + \frac{d^2 \chi}{d\tau^2} \right) - \alpha \left(\xi, \frac{d\xi}{d\tau}, \frac{d\chi}{d\tau} \right) \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (31)$$

$$\frac{d^2\chi}{d\tau^2} = \frac{2}{\xi} \left(1 - 2 \frac{d\chi}{d\tau} \right) \frac{d\xi}{d\tau} - \alpha \left(\xi, \frac{d\xi}{d\tau}, \frac{d\chi}{d\tau} \right) \frac{d\chi}{d\tau}, \quad (32)$$

где введено следующее обозначение:

$$\alpha \left(\xi, \frac{d\xi}{d\tau}, \frac{d\chi}{d\tau} \right) = \frac{18\mu}{\rho d^2 \omega} + \frac{fg}{\omega^2 r_0 \sqrt{\left(\frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 + \xi^2 \left(\frac{d\chi}{d\tau} \right)^2}}. \quad (33)$$

Дифференциальные уравнения (27) и (28) без ограничения общности должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$r(t=0) = r_0; \chi(t=0) = 0; \frac{dr}{dt}(t=0) = v_0; \frac{d\chi}{d\tau}(t=0) = 0. \quad (34)$$

Для дифференциальных уравнений (31) и (32) начальные условия (34) преобразуется к следующему виду:

$$\xi(\tau=0) = 1; \chi(\tau=0) = 0; \frac{d\xi}{d\tau}(\tau=0) = v_0/\omega r_0; \frac{d\chi}{d\tau}(\tau=0) = 0. \quad (35)$$

Численное интегрирование уравнений (31) и (32), удовлетворяющих граничным условиям (35), проводилось в программной среде «Maple». Результаты расчетов численного интегрирования для радиуса диска 0,825 м и параметрах: $\mu = 1,82 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$; $\rho = 2400 \text{ кг/м}^3$; $f = 0,3$; $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$, представлены в таблице 1.

На основании выражений (18) и (19), учитывая (31), (32), (34), (35) результатам численного интегрирования для частиц мергеля диамет-

ром $d=80 \text{ мкм}$ найдены следующие значения скоростей:

$$v_r = \omega_1 r_0 \frac{d\xi}{d\tau} \cong 0,96 \text{ м/с},$$

$$v_\chi = \omega_1 r_0 \frac{d\chi}{d\tau} \cong 0,30 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Результаты расчетов скоростей для частиц размером 200 мкм, 315 мкм, 630 мкм представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения радиальной и тангенциальной и результирующей скорости для различных размеров частиц при сходе с вращающегося диска

Размер, d	80 мкм	200 мкм	315 мкм	630 мкм
v_r , м/с	0,96	2,01	1,99	1,77
v_χ , м/с	0,30	2,28	3,33	4,23
$ \vec{v} $, м/с	1,01	3,04	3,88	4,59

Графические зависимости скорости схода частицы и ее компонент свидетельствуют о нелинейном характере их изменений (смотри рисунок). Возрастание размеров частицы приводит к увеличению скорости её схода v и тангенциальной компоненты этой скорости v_χ . Так, если частица размером $d = 80 \text{ мкм}$ имеет скорость схода $v = 1,01 \text{ м/с}$, то при тех же начальных условиях увеличение её размера до $d = 630 \text{ мкм}$ приводит к росту скорости схода до $v = 4,59 \text{ м/с}$. Тангенциальная с компонента v_χ для рассматриваемых размеров частицы имеет значения соответственно $v_\chi = 0,3 \text{ м/с}$ и $v_\chi = 4,23 \text{ м/с}$. Характер изменения радиальной компоненты v_r при уве-

личении размеров частицы имеет существенные отличия от характера изменения v и v_χ . При увеличении размеров частицы от $d = 80 \text{ мкм}$ до близких к $d = 200 \text{ мкм}$ наблюдается рост v_r , хотя и менее интенсивный, чем для v и v_χ . Дальнейшее увеличение размера частицы приводит к незначительному снижению радиальной компоненты скорости и при $d = 630 \text{ мкм}$ ее величина имеет значение $v_r = 1,77 \text{ м/с}$.

Таким образом, полученные выражения позволяют рассчитать значения скоростей схода частиц с вращающегося распределительного диска, их компонент, в зависимости от угловой скорости его вращения и размера частицы.

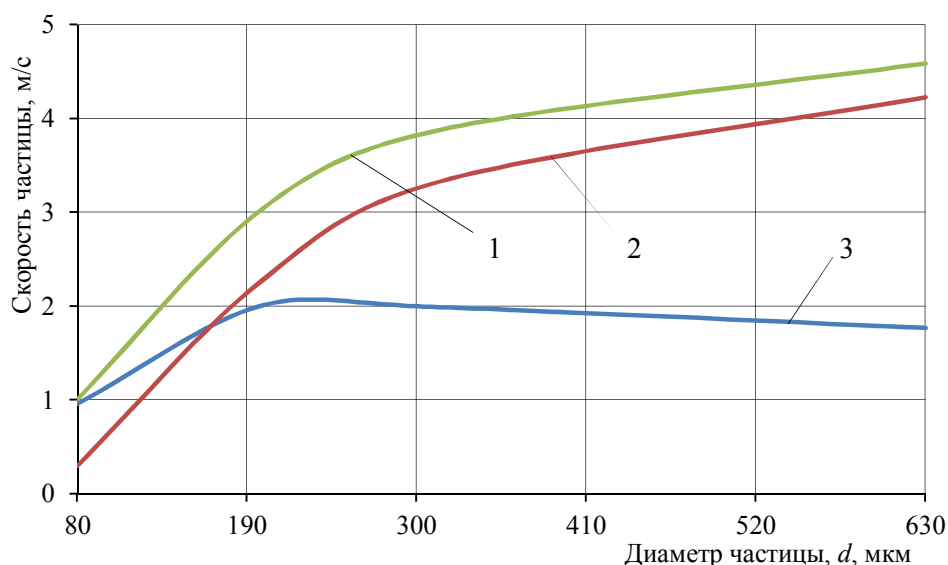


Рис. 2. Изменения скорости схода частицы с распределительного диска сепаратора и ее составляющих, в зависимости от диаметра частицы: 1- $|\vec{v}|$, 2 - v_x , 3 - v_r

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трофимченко В.Н., Ханин С.И., Кирилов И.В. Анализ конструкций распределительных устройств динамических сепараторов // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. ст. – Вып. XII. / под ред. В.С. Богданова. Белгород, 2013. С.415- 417
2. Богданов В.С. и др. Основы расчета машин и оборудования предприятий строительных материалов и изделий. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2013. 650 с.
3. Трофимченко В.Н., Воронов В.П., Мордовская О.С., Ханин С.И. К вопросу определения скорости движения частицы по вращающейся поверхности конуса: Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2016. №8. С. 117 – 121.
4. Ходаков Г.С. Тонкое измельчение строительных материалов. Издательство литературы по строительству. Москва 1972. 239 с.
5. Барский М.Д. Фракционирование порошков. – М.: Недра, 1980. – 327 с.
6. Росляк А.Т., Бирюков Ю.А., Пачин В. Н. Пневматические методы и аппараты порошковой технологии. Томск; Изд-во Том.ун-та, 1990. 272 с.
7. Clark M. Separation efficiency. International Cement Review (ICR). – 2004. – September. – P.38
8. Андреев В.Л., Курбанов Р.Ф., Саитов В.Е., Шилин В.В. Оптимизация эксплуатационных параметров конструктивных элементов пневмосистем с кольцевым аспирационным каналом // Современные наукоемкие технологии. – 2015. № 8 С. 7–12
9. Бойко И.Г., Попов О.А. Исследование движения частицы сыпучего корма по поверхности подающего конуса ротационного дозатора // Сучасні проблеми вдосконалення технічних систем і технологій в тваринництві: Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка. - Харків ХНТУСГ, 2010. Вип. 95. С. 72–77.
10. Семенцов В.И. Методика и результаты исследований скорости схода частицы с диска центробежного смесителя / В.И. Семенцов, И.Г. Бойко // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. X., 2015. Вип. 157. С. 52–56.

Trofimchenko V.N., Voronov V.P., Mordovskaya O.S., Khanin S.I.

CALCULATION OF THE SPEED OF PARTICLE IS EXITING FROM SURFACE OF ROTATING DISK

Upon receipt of powdery material mainly used separators. Separators have device for uniform distribution of particulate material in the separation zone. The characteristics of the particles at the time of exit from the switchgear is largely determined by the processes occurring in the separation chamber. The article presents the analytical expressions for determining the rate of descent of the particles with a rotating disk, its radial and tangential components. For marl particles described changes descent rate and its components with increasing particle diameter.

Key words: distributing disc, descent velocity of the particle, radial and tangential velocity components.

Трофимченко Владимир Николаевич, аспирант.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

E-mail: trofimchenko@inbox.ru

Воронов Виталий Павлович, кандидат физико-математических наук, профессор.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

E-mail: dh@intbel.ru

Мордовская Ольга Сергеевна, кандидат технических наук, доцент.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

E-mail: dh@intbel.ru

Ханин Сергей Иванович, кандидат технических наук, профессор.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

E-mail: dh@intbel.ru