

Щербинина О. А., соискатель,
Щербинин И. А., канд. техн. наук, доц.,
Уваров В. А., д-р техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ СМЕСИ ПЕНОБЕТОНА В РОТОРНО-ПУЛЬСАЦИОННОЙ УСТАНОВКЕ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ

31rusacpirant@mail.ru

Поле скоростей в щелевом пространстве, образованном двумя коаксиальными цилиндрами, вращающимся и неподвижным, определяется двумя составляющими радиальной и окружной скоростями. Осевой составляющей скорости в силу малости ширины камеры пренебрегаем. Интегрируя уравнения неразрывности, получаем значение радиальной составляющей скорости. Решение системы уравнений совместно с граничными условиями будем выполнять численно – методом конечных разностей. Для этого представим конечно-разностную схему решения уравнений. По предложенной методике была написана программа расчета окружной скорости на языке MAPLE7 и проведен численный эксперимент для определения окружной скорости при заданных конструктивных и технологических параметрах аппарата.

Ключевые слова: Поле скоростей в щелевом пространстве, динамическое давление роторно-пульсационной установки. Радиальная и осевая скорости.

Поле скоростей в щелевом пространстве, образованном двумя коаксиальными цилиндрами, вращающимся и неподвижным, определяется

двумя составляющими V_r и V_φ . Осевой составляющей V_z в силу малости ширины камеры пренебрегаем.

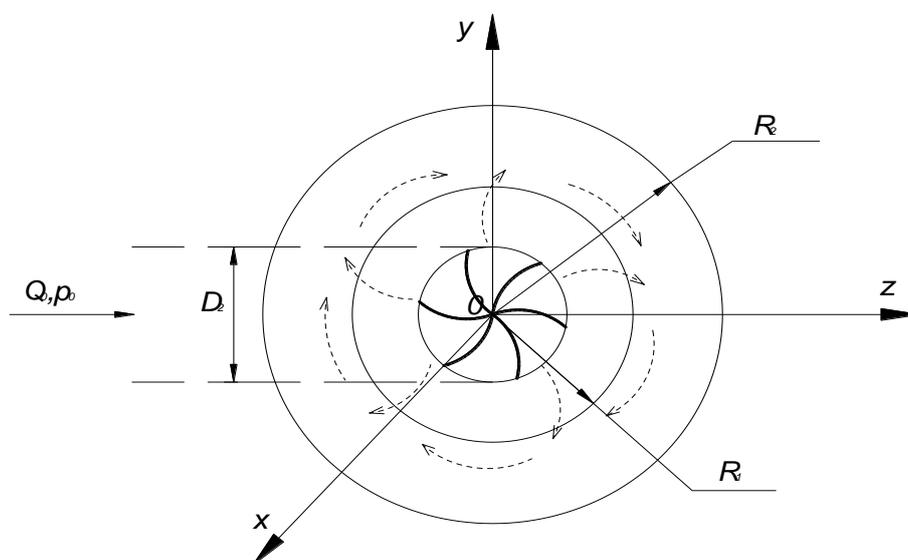


Рис. 1. Схема к расчету

R_1 – радиус подвижного цилиндра (м); R_2 – радиус неподвижного цилиндра (м); Q_0 – объемный расход материала, который подают шнеком на колесо роторно-пульсационной установки ($\text{м}^3/\text{с}$); p_0 – давление создаваемое в среде (Па); D_2 – диаметр лопастного колеса (м)

Интегрируя уравнения неразрывности, получаем:

$$\ln V_r + \ln r = \ln C_1. \quad (1)$$

Значение постоянной интегрирования определяем из условия [1]:

$$\text{при } r = \frac{D_2}{2} \quad V_r = \frac{4Q_0}{\pi D_2^2}, \quad (2)$$

где Q_0 – объемный расход материала, который подают шнеком на рабочее колесо роторно-пульсационной установки ($\text{м}^3/\text{с}$); D_2 – диаметр лопастного колеса (м).

Подставляя (2) в (1) получаем значение радиальной составляющей скорости:

$$V_r(r) = \frac{2Q_0}{\pi D_2} \frac{1}{r}, \quad (3)$$

Подставим выражение для окружной скорости (3) в ранее полученные уравнения:

$$V_r \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + v \left(\frac{d^2 V_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_r}{r^2} \right),$$

$$V_r \frac{dV_\varphi}{dr} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = v \left(\frac{d^2 V_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_\varphi}{dr} - \frac{V_\varphi}{r^2} \right),$$

$$\frac{dV_r}{dr} + \frac{V_r}{r} = 0,$$

где $v = v_l + \frac{v_t}{\sigma_E}$, $v_t = C_v \frac{k_T^2}{\varepsilon}$.

После преобразований получим:

$$-\left(\frac{2Q_0}{\pi D_2} \right)^2 \frac{1}{r^3} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr},$$

$$\frac{d^2 V_\varphi}{dr^2} + \frac{1-\alpha}{r} \frac{dV_\varphi}{dr} - \frac{1+\alpha}{r^2} V_\varphi = 0. \quad (4)$$

При течении смеси между двумя коаксиальными цилиндрами, из которых внутренний вращается, а внешний покоится, возникает неустойчивое расслоение смеси, т.к. ее частицы, находящиеся вблизи внутренней стенки стремятся, вследствие большой центробежной силы, переместиться наружу.

Изменение окружной скорости V_φ по радиусу r чаще всего описывают на основе модели «комбинированного вихря» [2]. Объем жидкости при использовании этой модели представляют как совокупность объема вихревой зоны, в которой угловая скорость жидкости постоянна и не изменяется по радиусу, и объема зоны потенциального течения, для которой характерно изменение скорости обратно пропорционально радиусу. Для устранения разрыва непрерывности профиля модель дополняют промежуточной зоной, которая расположена в области максимума скорости. Качественно такая модель вполне согласуется с экспериментальными данными [2]. Эти данные свидетельствуют о том, что две их трех пространственных составляющих скорости (радиальная V_r и осевая V_z), как правило, во много раз меньше окружной скорости V_φ смеси.

Для вычисления значений окружной скорости уравнения (4) необходимо дополнить граничными условиями. В рассматриваемом случае (рис. 2), они будут иметь вид:

при $r = R_1$ $V_\varphi = \omega_0 R_1$;
 $r = R_2$ $V_\varphi = 0$. (5)

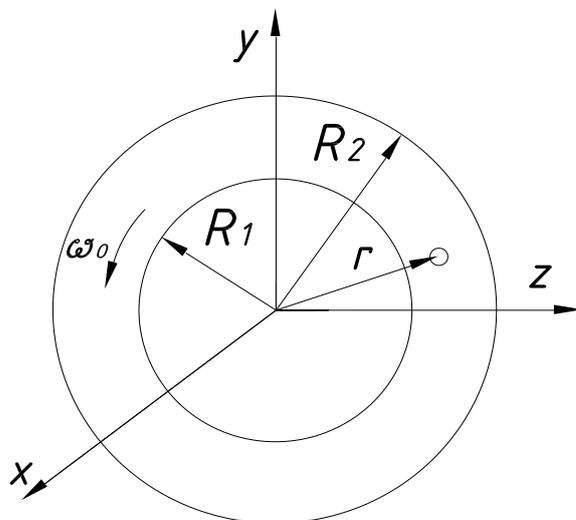


Рис. 2. Система координат:
 R_1 – радиус подвижного цилиндра;
 R_2 – радиус неподвижного цилиндра

Найдем соотношение $\frac{dp}{dr}$ в первом из уравнений (4). Для этого используем предположение о радиальном равновесии потока [3]:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{V_\varphi^2}{r}. \quad (6)$$

Для учета влияния конструкции мешалки нет необходимости отдельно рассматривать такие ее характеристики, как число и высоту лопастей; их можно заменить интегральной характеристикой – коэффициентом гидравлического сопротивления мешалки ξ_M , которую можно принимать согласно табл. 2.1 [2]. Тогда получаем:

$$\frac{dp}{dr} = \xi_M \rho \frac{V_\varphi^2}{r}. \quad (7)$$

Подставляя значения (7) в (4), окончательно получаем:

$$-\left(\frac{2Q_0}{\pi D_2} \right)^2 \frac{1}{r^3} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\xi_M \frac{V_\varphi^2}{r},$$

$$\frac{d^2 V_\varphi}{dr^2} + \frac{1-\alpha}{r} \frac{dV_\varphi}{dr} - \frac{1+\alpha}{r^2} V_\varphi = 0. \quad (8)$$

Решение системы уравнений (8) совместно с граничными условиями (5) будем выполнять численно – методом конечных разностей. Для этого построим конечно-разностную схему решения уравнений (8).

$$\frac{V_{\varphi,i+1} - 2V_{\varphi,i} + V_{\varphi,i-1}}{h^2} + \frac{1-\alpha}{r_i} \left(\frac{V_{\varphi,i+1} - V_{\varphi,i-1}}{2h} \right) - \frac{1+\alpha}{r_i^2} V_{\varphi,i} = 0 \tag{9}$$

или

$$\left(\frac{1}{h^2} + \frac{1-\alpha}{2r_i h} \right) V_{\varphi,i+1} + \left(-\frac{2}{h^2} - \frac{1+\alpha}{r_i^2} \right) V_{\varphi,i} + \left(\frac{1}{h^2} - \frac{1-\alpha}{2r_i h} \right) V_{\varphi,i-1} = 0, \tag{10}$$

где $i = 2 \dots n$, $h = \frac{R_2 - R_1}{n + 1}$.

Граничные условия задачи имеют вид:

при $i = 1$ $V_{\varphi,1} = \omega_0 R_1$,
 $i = n + 1$ $V_{\varphi,n+1} = 0$, (11)

При указанном подходе первое уравнение системы (8) удовлетворяется интегрально, т.е. «эпюра» распределения V_φ , подсчитанных численно будет равна эпюре V_φ , построенной согласно первому из уравнений системы (8).

По предложенной методике была написана программа расчета окружной скорости V_φ на языке MAPLE7 и проведен численный эксперимент для определения окружной скорости при следующих значениях аппарата $R_1 = 0,14$ м,

$R_2 = 0,17$ м. Значения ламинарной вязкости соответствовали $\nu_l = 0,0025$ Па·с, а значения турбулентной вязкости задавались выражением

$$\nu = \nu_l + \frac{\nu_t}{\sigma_E}. \text{ При этом } \nu_t = C_\nu \frac{k_T^2}{\varepsilon}, \quad k_T = \frac{0,2V_\varphi^2}{4},$$

$$\varepsilon = 0,1643 \frac{k_T^{1,5}}{l_T}, \quad l_T = 0,09k_T, \quad \sigma_E = 1,3,$$

$$C_\nu = 1,45, \quad Q_0 = 6,6 \text{ м}^3/\text{час}, \quad \omega_0 = \frac{1147\pi}{30} \text{ с}^{-1}.$$

Указанные значения принимались согласно [5]. Число оборотов вращающегося цилиндра при этом изменялось в диапазоне от 1147 до 1853 об/мин.

Результаты численного эксперимента представлены на рис. 3.

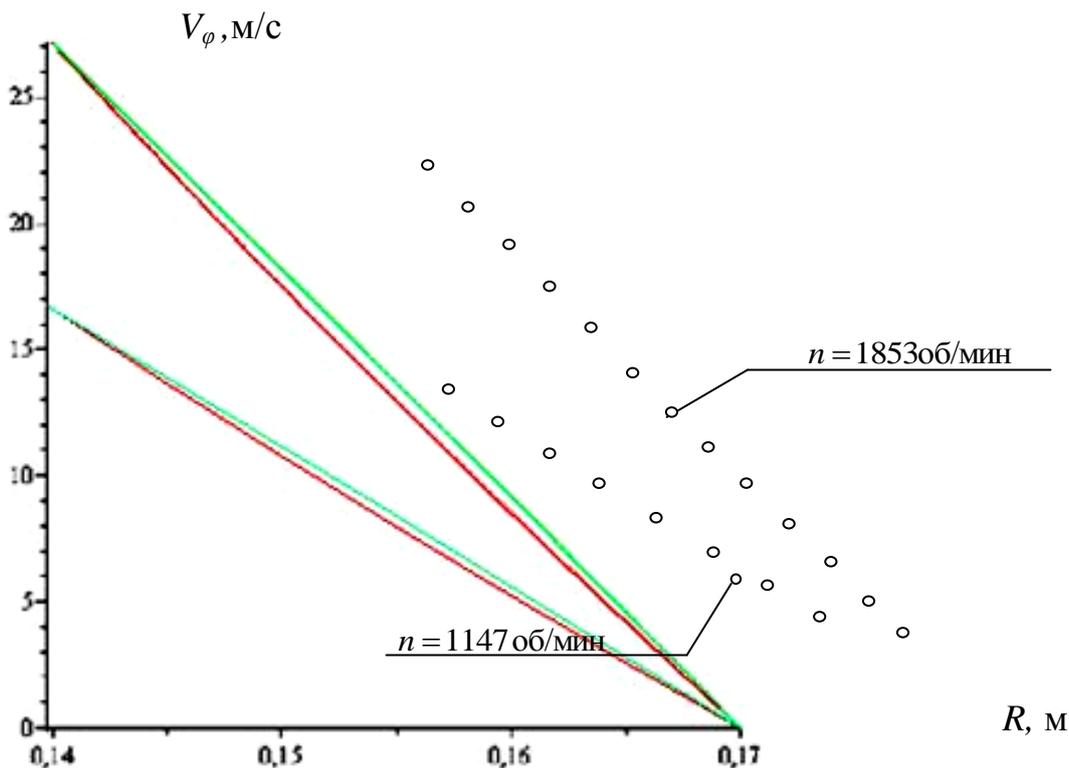


Рис. 3. Значения окружной скорости при частоте оборотов $n = 1147$ об/мин и $n = 1853$ об/мин при двух режимах:
 --- ламинарном и --- турбулентном

Как видно из данных графиков, влияние турбулентности на величину окружной скорости V_φ при увеличении частоты вращения цилиндра увеличивается. При этом турбулентный или ла-

минарный режим движения смеси между цилиндрами осуществляется, большой разницы на характер прироста окружной скорости не оказывает. Это объясняется малым зазором между ци-

линдрами. Характер этого влияния обратно пропорционален увеличению радиуса, что вполне согласуется с результатами, приведенными в работе [4].

Очевидно, что при течении между двумя коаксиальными цилиндрами, из которых внутренний вращается, а внешний покоится, возникает неустойчивое расслоение смеси, так как частицы смеси, находящиеся вблизи внутренней стенки, стремятся, вследствие большой центробежной силы, переместиться наружу.

Общая скорость потока в различных зонах РПУ определяется как радиальной V_r , так и окружной скоростью V_φ , а общее динамическое давление может быть представлено известным выражением [6]:

$$p_g = \rho \frac{(V_r^2 + V_\varphi^2)}{2}, \quad (12)$$

где ρ – плотность смеси; определяется через концентрации отдельных фракций m_j и соот-

ветствующие плотности частиц ρ_j и жидкости ρ_l выражением [3]:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1 - \sum_j^N m_j}{\rho_l} + \sum_{j=1}^N \left(\frac{m_j}{\rho_j} \right). \quad (13)$$

В выражении (13) $N = 2$ и принято:

m_1, ρ_1 – концентрация, %, и плотность цемента, кг/м^3 ; m_2, ρ_2 – концентрация, %, и плотность пенообразователя, кг/м^3 ; ρ_l – плотность воды, кг/м^3 .

С учетом выражения (3) для V_r для вычисленных по i точкам значений $V_{\varphi,i}$ по формуле (12) определяется значение динамического давления по зазору между цилиндрами.

На рис. 4 представлена картина изменения динамического давления для $R_1 = 0,14\text{м}$, $R_2 = 0,17\text{м}$ при изменении числа оборотов ротора n от 1147 об/мин до 1853 об/мин.

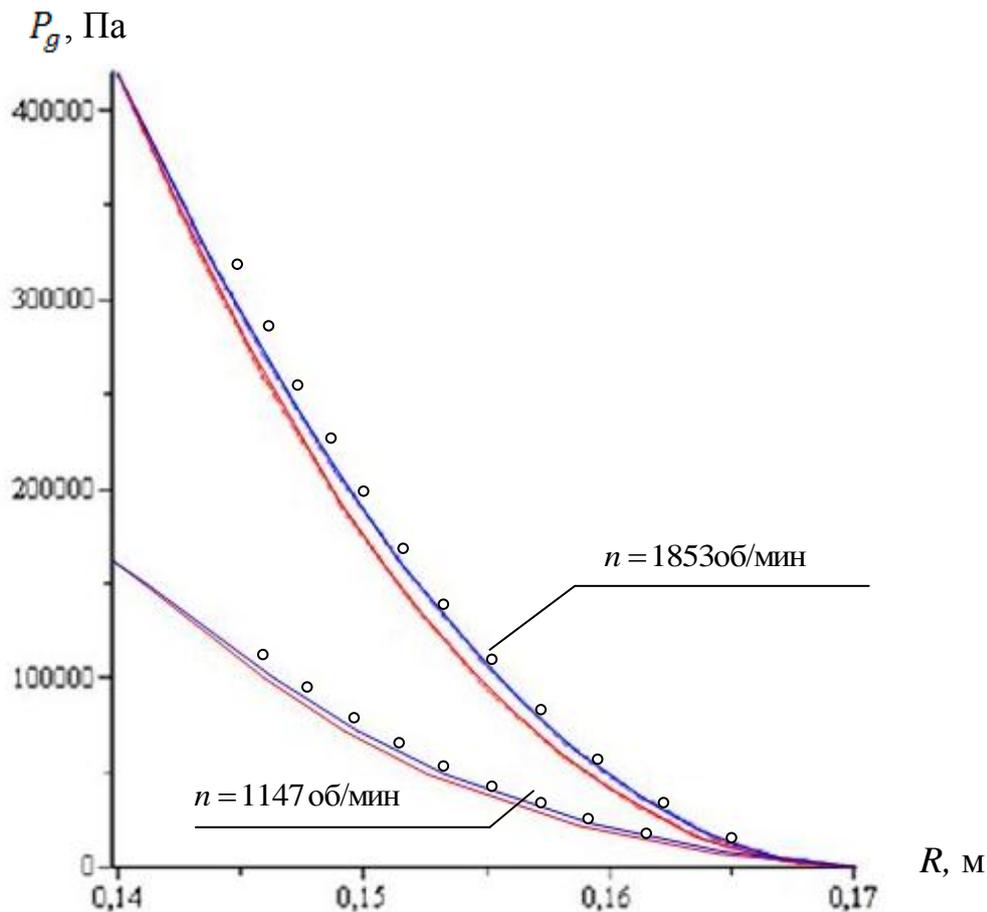


Рис. 4. Значения динамического давления при числе оборотов $n = 1147$ об/мин и $n = 1853$ об/мин при двух режимах:

--- ламинарном и --- турбулентном

Как видно из представленных графиков значение динамического давления существенно увеличивается при увеличении числа оборотов внутреннего цилиндра, что позволяет сделать вывод о сильном влиянии числа оборотов ротора РПУ на процесс гомогенизации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Щербинин И.А. Роторно-пульсационная установка для производства пенобетона: дисс. канд. техн. Наук. Белгород, 2009. 168 с.

2. Брагинский Л.Н. Перемешивание в жидких средах // Физические основы и инженерные методы расчета. Л.: Химия, 1984. 336 с.
3. Дик И.Г., О.В. Матвиенко, Т. Неессе. Моделирование гидродинамики и сепарации в гидроциклоне // Теоретические основы химической технологии, т. 34, 2000. С. 478–488.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Пер. с нем. под ред. Л.Г. Лойцянского М.: Наука. 1974. 712 с.
5. Сажин Б.С., А.В. Акулич, В.Б. Сажин Математическое моделирование движения газа в сепарационной зоне прямого вихревого аппарата на основе $(k_T - \varepsilon)$ модели турбулентности // Теоретические основы химической технологии, т. 35, 2001. С. 472–478.
6. Балабудкин М.А. Роторно-пульсационные аппараты в химико-фармацевтической промышленности. М.: Медицина. 1983. 160с.
7. Щербинин И.А. Роторно-пульсационная установка для производства пенобетона : автореф. дис. канд. техн. наук: Белгород. 2009. – 24 с.
8. Щербинин И.А. К расчету давления создаваемого рабочими органами кавитационной установки для производства пенобетона // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. №2. 2009. С. 101–103.
9. Ибрагимов Д.В. определение кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации в процессе получения пенобетонной смеси // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. №3. 2011. С. 72–75.