

Юрьев А. Г., д-р техн. наук, проф.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г.Шухова

ЕСТЕСТВЕННЫЙ ФАКТОР ОПТИМИЗАЦИИ ТОПОЛОГИИ КОНСТРУКЦИЙ

yuriev_ag@mail.ru

Исследовано рациональное расположение раскосов в шарнирной ферме в соответствии с приложенной нагрузкой. Установлена тенденция сосредоточения материала в нагруженных узлах.

Ключевые слова: топология конструкции, шарнирная ферма, критерий оптимальности

Стандартные элементы живой природы – клетки организмов, радиоярии, пчелиные соты – представляют собой результаты двух одновременных процессов: дифференциации (дробления) и интеграции (соединения). Природа оперирует небольшим числом типов геометрических форм, но умело их комбинирует (эффект вариации). Чем меньше стандартный элемент, тем выше его вариационная способность при малых изменениях формы. Критерием эффекта вариации является соответствие формы надежному функционированию организма.

Организм, утверждая себя в естественной среде, воспринимает информацию об окружающем пространстве, отвечает на внешние воздействия соответствующими реакциями, обеспечивая ему возможность существования в широком диапазоне условий среды, что выражается в поддержании внутри организма стабильных условий, необходимых для его надлежащего функционирования. В неживой природе системы также организуют и регулируют себя в соответствии с внешними и внутренними усилиями.

В конце прошлого века немецкий ученый Роукс сформулировал закон «борьбы элементов» в организме, по которому максимум работы осуществляется минимумом материала. Постоянное функциональное раздражение вызывает усиление действующего органа путем повышения поставки вещества. Отсутствие раздражения позволяет перенести вещество в другие органы, где, напротив, налицо повышение раздражения. Таков процесс «обволакивания» материей силового поля. Этим объясняется способность живых систем адаптироваться к длительным и многократным воздействиям внешних факторов умеренной интенсивности путем как функциональной, так и морфологической перестройки отдельных структур и систем [1].

Законы структурообразования, вытекающие из принципа стационарного действия, должны проследиваться как в организации природы, так и в доведенных до совершенства инженерных конструкциях. Проектирование конфигурации конструкции включает определение ее топологии, геометрии и параметров элементов. Сами по себе они определяют уровень постановки

проектной задачи. Самым низким уровнем можно считать определение параметров элементов при заданной геометрии конструкции, а самым высоким – проектирование при неизвестной топологии.

Под топологией понимают предопределение узлов и способ их соединения между собой для образования геометрически неизменяемой конструкции. Можно найти много работ по проектированию ферм с заданной геометрией, но нелегко встретить исследования, посвященные оптимальной решетке, то есть рациональному расположению раскосов и стоек [2]. К тому же подавляющее большинство работ посвящено так называемой весовой оптимизации, отклоняющейся от вариационных принципов структурного синтеза.

В работе [3] приведены формулировки и доказательства трех теорем о структурных изменениях, показано применение этих теорем к оптимизации топологии шарнирных конструкций. Изложено также исследование топологических изменений в конструкциях, с тем чтобы выяснить факторы, влияющие на их топологию.

Целью настоящей работы является интерпретация расположения материи в соответствии с силовым полем для стержневых систем. В качестве объекта исследования выбрана плоская ферма (рис. 1). Для ее геометрической неизменяемости достаточно наличия двух раскосов, которые до установления оптимальной топологии показаны штрихами. Существует четыре варианта их сочетания. Исключаются варианты установки обоих раскосов в пределах одной панели, ведущие к геометрической изменяемости фермы.

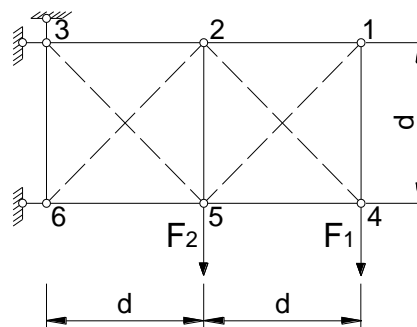


Рис. 1. Плоская ферма

В табл. 1 представлены внутренние усилия в стержнях для двух вариантов нагружения и четырех сочетаний раскосов.

Таблица 1

Внутренние усилия в стержнях

Стержни	2-4 и 3-5		2-4 и 2-6		1-5 и 3-5		1-5 и 2-6	
	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$
1-2	0	0	0	0	F	F	F	F
2-3	F	F	$3F$	$4F$	F	F	$3F$	$4F$
4-5	$-F$	$-F$	$-F$	$-F$	0	0	0	0
5-6	$-3F$	$-4F$	$-F$	$-F$	$-3F$	$-4F$	$-F$	$-F$
1-4	0	0	0	0	F	F	F	F
2-5	$-F$	$-F$	F	$2F$	0	0	$2F$	$3F$
3-6	0	0	0	0	0	0	0	0
2-4	$\sqrt{2}F$	$\sqrt{2}F$	$\sqrt{2}F$	$\sqrt{2}F$	-	-	-	-
3-5	$2\sqrt{2}F$	$3\sqrt{2}F$	-	-	$2\sqrt{2}F$	$3\sqrt{2}F$	-	-
1-5	-	-	-	-	$-\sqrt{2}F$	$-\sqrt{2}F$	$-\sqrt{2}F$	$-\sqrt{2}F$
2-6	-	-	$-2\sqrt{2}F$	$-3\sqrt{2}F$	-	-	$-2\sqrt{2}F$	$-3\sqrt{2}F$

Критерием оптимальности фермы из однородного линейно-упругого материала является равнопрочность виртуальной системы с внутренними силами N_i/φ_i , где φ_i – коэффициент уменьшения расчетного сопротивления R . Для растянутых стержней он равен единице, а для сжатых принимается исходя из ограничения гибкости элементов пояса и решетки. Искомые площади поперечных сечений A_i сжатых стержней должны иметь соответствующие минимальные радиусы инерции.

Упомянутый критерий отвечает вариационному принципу структурного синтеза [4]: потенциальная энергия системы в положении устойчивого равновесия достигает абсолютного минимума по перемещениям в функциональном пространстве, расширенном за счет полей функций конфигурации и (или) модулей упругости материала. В случае однородного линейно-

упругого материала это равносильно минимуму потенциальной энергии деформации

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 \ell_i}{2E\varphi_i^2 A_i}, \quad (1)$$

где n – число стержней, E – модуль продольной упругости.

В рассмотренном примере для двух вариантов нагружения и $\varphi_i = 0,75$

$$J_1 = 7,94k_1 \frac{RFd}{E}, \quad J_2 = 9,83k_2 \frac{RFd}{E}, \quad (2)$$

а соответствующий объем материала

$$V_1 = 13,67k_3 \frac{Fd}{R}, \quad V_2 = 17k_4 \frac{Fd}{R}. \quad (3)$$

В табл. 2 представлены величины коэффициентов k_1, k_2, k_3, k_4 для четырех сочетаний раскосов

Таблица 2

Коэффициенты в формулах (2) и (3)

Коэф-фи-циенты	2-4 и 3-5		2-4 и 2-6		1-5 и 3-5		1-5 и 2-6	
	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$	$F_1 = F_2 = F$	$F_1 = F, F_2 = 2F$
k_1	1		1,049		1		1,22	
k_2		1		1,13		1		1,27
k_3	1		1,024		1		1,19	
k_4		1		1,098		1		1,23

Таким образом, с точки зрения минимума потенциальной энергии деформации и сопутствующего ему минимума расхода материала оптимальными оказались 1-й и 3-й варианты сочетания раскосов. Предпочтение следует отдать 1-му варианту, так как можно обойтись без

двух «нулевых» стержней 1-2 и 1-4. что создает дополнительную экономию материала.

Тенденция «обволакивания» материей силового поля проявилась здесь в «устремлении» двух раскосов к нагруженным узлам. Невыгодные сочетания содержат один такого рода рас-

кос. При конструировании фермы из различных материалов, например, бетона и стали, формула (3) теряет силу при выборе рационального варианта [5,6]

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Юрьев А.Г. Естественный фактор оптимизации конструкций. Белгород: Изд-во БГТУ, 2003. 110 с.
2. Наумов А.Е. Проектирование топологии стержневых систем при физических ограничениях / Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития` 2012: сб. науч. трудов Sworld по матер. междунар. научн.-практ. конф., Одесса: Куприенко, 2012. Т. 12. № 3. С. 81-82.
3. Мажид К.И. Оптимальное проектирование конструкций. М.: Изд-во Высшая школа, 1979. 238 с.
4. Юрьев А.Г. Вариационные принципы строительной механики. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2002. 90 с.
5. Серых И.Р. Прочность сталебетонного элемента с составной обоймой при внецентренном сжатии и изгибе // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г.Шухова. 2005. № 10. С. 442–445.
6. Патент РФ № 2122083, 28.05.1997. Чихладзе Э.Д., Колчунов В.И., Адамян И.Р. Сталебетонный элемент.